

عناصر فشرده

ابعاد المان در مقایسه با طول موج کار مدار بسیار کوچک است.

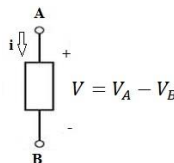
$\lambda = \frac{c}{f}$ که در آن c سرعت نور $\frac{m}{s}$ 3×10^8 است و f فرکانس کار مدار است.

برای عناصر فشرده دو سر، جریانی که از عنصر می‌گذرد و ولتاژ دو سر آن کمیت‌های کاملاً معینی هستند و برای عناصر فشرده‌ای که بیش از دو سر دارند جریانی که وارد هر سر می‌شود و ولتاژ بین هر جفت سر نیز، در همه لحظه‌ها، کمیت‌های کاملاً معینی می‌باشند.

مادامیکه این محدودیت اندازه مدار برقرار باشد، قوانین جریان و ولتاژ کیرشهف معتبر خواهند بود.

جهت‌های قراردادی

یک عنصر فشرده دلخواه، با دو سر A و B را مطابق شکل در نظر می‌گیریم. این عنصر ممکن است مقاومت، سلف یا دیود باشد؛ در حال حاضر ماهیت آن هیچ اهمیتی ندارد. برای تعمیم، ما به این عنصر دو سر، شاخه خواهیم گفت. جهت قراردادی برای ولتاژ به وسیله علامت‌های $+$ و $-$ که نزدیک سرهای A و B در شکل گذارده شده است، نشان داده می‌شود. جهت قراردادی برای جریان، به وسیله یک پیکان نشان داده می‌شود.



جریان از سر A وارد و از سر B خارج می‌شود، برای برقراری جریان باید انرژی مصرف گردد. بنابراین بین دو سر A و B ولتاژ الکتریکی یا اختلاف پتانسیل وجود دارد.

توان

سرعت مصرف انرژی با فرض رعایت جهت‌های قراردادی ولتاژ و جریان برای هر المان را توان گویند که از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$P = V \cdot I$$

اگر $P \geq 0$ المان توان جذب می‌کند به عبارتی المان پسیو یا مصرف کننده است.

اگر $P < 0$ المان توان تحویل می‌دهد به عبارتی المان اکتیو یا تولید کننده است.

اصل بقاء انرژی

در هر مدار مجموع توان‌های تحویل داده شده برابر با مجموع توان‌های جذب شده است.

قضیه تلگان

چنانچه برای کلیه عناصر مدار جهت‌های قراردادی ولتاژ و جریان رعایت شود آنگاه :

$$\sum_{n=1}^N V_n \cdot I_n = \sum_{n=1}^N P_n = 0$$

گره

محل اتصال دو یا بیش از دو شاخه را گره می‌گویند.

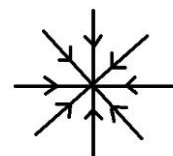
شاخه

تعداد المان‌های تشکیل دهنده هر مدار را شاخه می‌گویند.

قانون جریان کیرشهف (KCL)

بیان اول : جمع جبری جریان‌های ورودی به هر گره صفر است.

$$\sum_{n=1}^N I_n = 0$$



بیان دوم : جمع جبری جریان‌های خروجی از هر گره صفر است.

بیان سوم : جمع جبری جریان‌های وارد شده به هر گره برابر است با جمع جبری جریان‌های خارج شده از همان گره.

قانون جریان کیرشهف در هر مدار الکتریکی فشرده به کار می‌رود و اینکه عناصر مدار خطی، غیر خطی، اکتیو، پسیو، تغییر پذیر با زمان و یا تغییر ناپذیر با زمان باشند اهمیتی در کاربرد KCL ندارد.

قانون جریان کیرشهف نه تنها برای گره ساده بلکه برای گره مرکب یا سوپر گره نیز برقرار است.

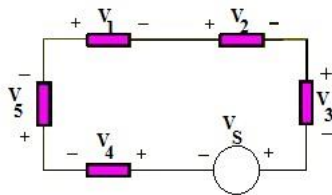
گره مرکب

در نظر گرفتن دو یا چند گره به عنوان یک گره را گره مرکب گویند.

قانون ولتاژ کیرشهف (KVL)

جمع جبری ولتاژها بر روی هر مسیر بسته در یک مدار صفر است.

$$\sum_{n=1}^N V_n = 0$$



در جهت عقربه‌های ساعت روی مسیر بسته حرکت می‌نماییم و ولتاژهای روی عناصر را با هم جمع می‌کنیم. در مسیر حرکت هرگاه از ترمینال مثبت وارد عنصر شویم ولتاژ را با علامت مثبت و هرگاه از ترمینال منفی وارد شویم ولتاژ را با علامت منفی می‌نویسیم.

قانون ولتاژ کیرشهف برای هر مدار الکتریکی فشرده به کار می‌رود به عبارتی قانون ولتاژ کیرشهف به ماهیت اجزاء مدار بستگی ندارد.

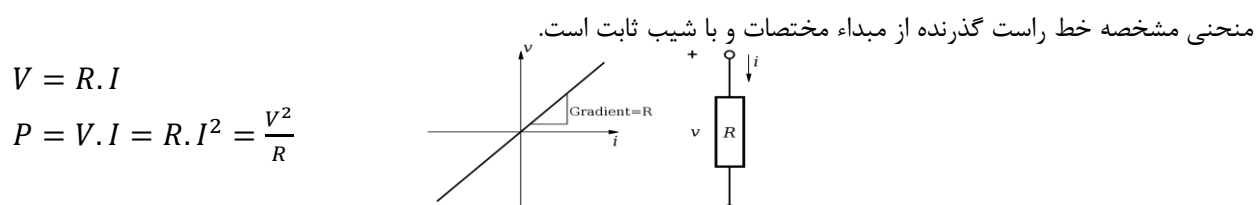
اجزاء مدار

عناصر تشکیل دهنده هر مدار الکتریکی مثل مقاومت، سلف، خازن، دیود، ترانزیستور، ترانسفورماتور و می‌باشد.

مقاومت

ساده ترین عنصر پسیو یا غیر فعال که در برابر عبور جریان از خود مقاومت نشان می‌دهد را مقاومت می‌نامند. مقدار مقاومت هر ماده به جنس آن بستگی دارد. مقاومت می‌تواند خطی، غیرخطی، تغییر پذیر با زمان یا تغییر ناپذیر با زمان باشد.

مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان



در مقاومت غیر خطی منحنی مشخصه خط راست گذرنده از مبدا مختصات نیست.

در مقاومت تغییرپذیر با زمان منحنی مشخصه ثابت نیست.

در مقاومت خطی تفاوتی بین دو سر مقاومت نیست درحالیکه دو سر مقاومت غیر خطی متمایز است.

هدایت :

عکس مقاومت را هدایت می‌گویند.

$$G = \frac{1}{R}$$

واحد مقاومت الکتریکی اهم Ω

واحد هدایت الکتریکی مهو $\mathcal{S}$ می‌باشد.

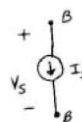
منبع جریان مستقل (نابسته یا ایده آل)

منبعی که مستقل از ولتاژ دو سر خود همواره جریان یکسانی را تحویل دهد.



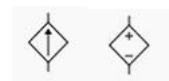
با رعایت جهت قراردادی ولتاژ و جریان درباره تولیدکننده و یا مصرف کننده بودن منبع می توان تصمیم گرفت.

$$P = V_S \cdot I_S \Rightarrow \begin{cases} \text{منبع مصرف کننده است} & \text{if } P \geq 0 \\ \text{منبع مولد است} & \text{if } P < 0 \end{cases}$$



منابع وابسته یا کنترل شده

مقدار این منابع به ولتاژ یا جریان شاخه دیگری در مدار وابسته است یا توسط آن کنترل می شود. این منابع هنگام مدل کردن المان هایی همچون ترانزیستور ظاهر می شوند. برای تمایز این نوع منابع و منابع مستقل از نماد لوزی برای منابع وابسته استفاده می شود.



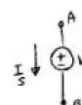
منابع ولتاژ مستقل (نابسته یا ایده آل)

منبعی که ولتاژ دو سر آن مستقل از جریان گذرنده (کشیده شده) از آن باشد.

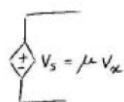


با رعایت جهت قراردادی ولتاژ و جریان درباره تولید کننده و یا مصرف کننده بودن منبع می توان تصمیم گرفت.

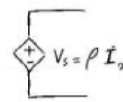
$$P = V_S \cdot I_S \Rightarrow \begin{cases} \text{منبع مصرف کننده است} & \text{if } P \geq 0 \\ \text{منبع مولد است} & \text{if } P < 0 \end{cases}$$



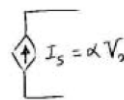
انواع منابع وابسته



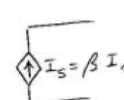
منبع ولتاژ وابسته کنترل شده با ولتاژ



منبع ولتاژ وابسته، کنترل شده با جریان



منبع جریان وابسته کنترل شده با ولتاژ



منبع جریان وابسته، کنترل شده با جریان

با رعایت جهت قراردادی ولتاژ و جریان برای منابع وابسته درباره تولید کننده یا مصرف کننده بودن منبع می توان تصمیم گرفت.



$$P = V_S \cdot I_S \Rightarrow \begin{cases} \text{منبع مصرف کننده است} & \text{if } P \geq 0 \\ \text{منبع مولد است} & \text{if } P < 0 \end{cases}$$

گره یا node

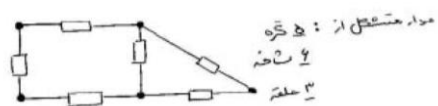
محل اتصال سرهای عناصر یا المان‌های مدار.

شاخه

یک عنصر دو سر که به دو گره وصل شده باشد تشکیل یک شاخه را می‌دهد.

حلقه یا Loop

مسیر بسته‌ای متشکل از تعدادی گره و شاخه

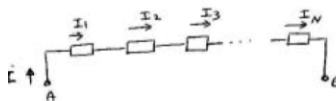


اتصال المان‌ها

اتصال سری

المان‌ها پشت سر هم قرار می‌گیرند. جریان گذرنده از کلیه المان‌های سری یکسان است ولیکن ولتاژ کلی برابر مجموع ولتاژ تک تک المان‌ها است.

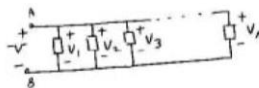
$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$



اتصال موازی

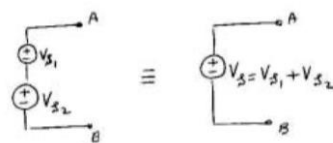
ابتدای المان‌ها به هم و انتهای آن‌ها به هم متصل است. ولتاژ دو سر کلیه المان‌های موازی یکسان و جریان کلی برابر مجموع جریان کلیه المان‌هاست.

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_N$$

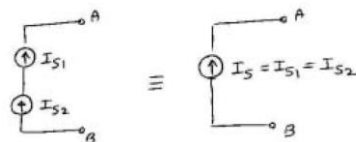


اتصال منابع مستقل سری

منبع ولتاژ



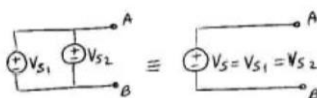
منبع جریان



اتصال سری منابع جریان به دلیل نقض KCL از نظر فیزیکی معنی ندارد مگر آنکه کلیه منابع جریان از نظر جهت جریان و مقدار جریان یکسان باشند.

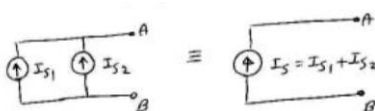
اتصال منابع مستقل موازی

منبع ولتاژ



اتصال موازی منابع ولتاژ به دلیل نقض KVL از نظر فیزیکی معنی ندارد مگر آنکه کلیه منابع از نظر پلاریته ولتاژ و مقدار ولتاژ یکسان باشند.

منبع جریان



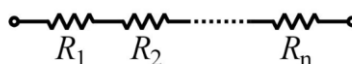
اتصال مقاومت‌ها

سری

انتهای مقاومت اول به ابتدای مقاومت دوم، انتهای مقاومت دوم به ابتدای مقاومت سوم و متصل می‌گردند. در این حالت جریان عبوری از کلیه مقاومت‌ها یکسان و ولتاژ برابر مجموع ولتاژ مقاومت‌ها می‌باشد. مقاومت معادل چندین مقاومت سری برابر است با مجموع مقدار مقاومت‌ها

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_N$$

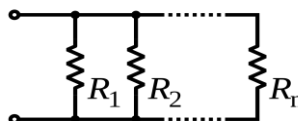
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N = \sum_{i=1}^N R_i$$



موازی

ابتدای مقاومت‌ها به هم و انتهای آن‌ها نیز به یکدیگر متصل می‌شود در این حالت ولتاژ دو ر کلیه مقاومت‌ها برابر بوده و جریان کلی برابر است با مجموع جریان‌های مقاومت‌ها. مقاومت معادل چنین اتصالی به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$



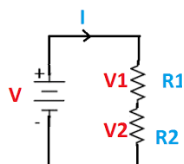
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

برای دو مقاومت موازی :

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S$$

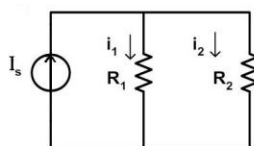
$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_S$$



تقسیم ولتاژ

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_S$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_S$$



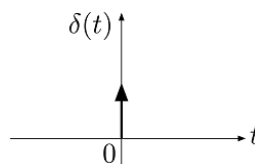
تقسیم جریان

توابع ویژه

تابع ضربه واحد

$$\delta(t) = \begin{cases} \text{مقدار ویژه} & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1, f(t) \cdot \delta(t) = f(0) \cdot \delta(t), f(t) \cdot \delta(t - t_0) = f(t_0) \delta(t - t_0)$$



پله واحد

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

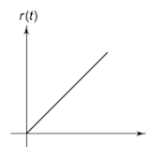
$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\lambda) d\lambda, \delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$



شیب واحد

$$r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$r(t) = \int_{-\infty}^t u(\lambda) d\lambda, u(t) = \frac{dr(t)}{dt}$$



روش های تحلیل مدار مقاومتی

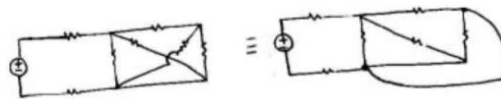
با استفاده از قوانین ولتاژ و جریان کیرشهف و همچنین قانون اهم، کلیه مدارهای مقاومتی را می توان تحلیل نمود. اما هرچه بر پیچیدگی مدار افزوده می شود، سرعت انجام محاسبات کمتر و زمان بیشتری برای رسیدن به جواب نیاز است. دو روش کلاسیک گره و مش معرفی می شوند.

مدار مسطح

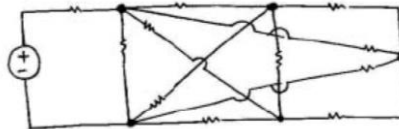
به مداری گفته می شود که هیچ دو شاخه آن اجباراً یکدیگر را قطع نکنند.

روش تحلیل گره برای هر دو نوع مدار مسطح و غیر مسطح کاربرد دارد.

روش تحلیل مش فقط برای مدار مسطح کاربرد دارد.



نمونه مدار مسطح



نمونه مدار غیر مسطح

روش تحلیل گره

گره

محل اتصال دو یا بیش از دو شاخه

گره اساسی

محل اتصال سه یا بیشتر شاخه

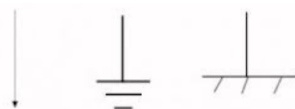
هر گره اساسی خود یک گره است اما هر گره ممکن است گره اساسی نباشد

مراحل روش گره

۱ - تعیین گره های اساسی

۲ - در نظر گرفتن یکی از گره های اساسی به عنوان گره مبنا یا زمین

برای مشخص نمودن گره مبنا از یکی از حالات زیر در مدار استفاده می شود :

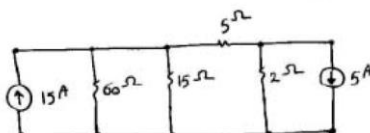


اگرچه انتخاب گره مبنا اختیاری است اما بهتر است گره ای به عنوان مبنا اختیار گردد که بیشترین شاخه به آن متصل شده باشد.

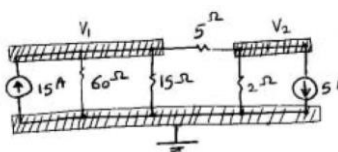
۳ - تعیین ولتاژ سایر گره های اساسی نسبت به گره مبنا (ولتاژ گره مبنا یا زمین صفر فرض می شود)

- ۴ - نوشتن KCL برای هر یک از گره‌های اساسی. در هر گره اساسی کلیه جریان‌ها خارج شوند از گره فرض می‌شوند (قانون جریان کیرشهف : جمع جبری جریان‌های خارج شده از هر گره صفر است)
- ۵ - در روش تحلیل گره، مجهولات ولتاژ گره‌های اساسی است

روش گره در مدار مقاومتی (مدار متشکل از مقاومت‌ها و منابع مستقل)
مثال : توان تحویلی توسط منبع جریان ۱۵ آمپر را با بکارگیری روش گره بدست آورید.



۲ عدد گره اساسی داریم به صورت شکل زیر که به V_1 و V_2 نشان داده شده‌اند :



$$1) \frac{V_1}{60} + \frac{V_1}{15} + \frac{V_1 - V_2}{5} = 15 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{17}{60} V_1 - \frac{1}{5} V_2 = 15$$

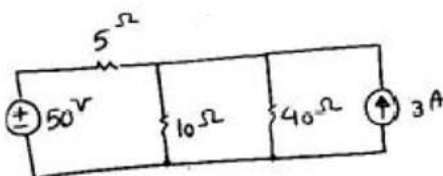
$$2) \frac{V_2}{2} + \frac{V_2 - V_1}{5} = -5 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} -\frac{1}{5} V_1 + \frac{7}{10} V_2 = -5$$

با استفاده از روش دو معادله و دو مجهول یا نوشتن V_2 بر حسب V_1 از معادله ۲ و قرار دادن در معادله ۱ داریم :

$$V_1 = 60V, V_2 = 10V \Rightarrow P_{15A} = 15 \times -60 = -900 W$$

بنابراین منبع جریان ۱۵ آمپری توان تحویل می‌دهد.

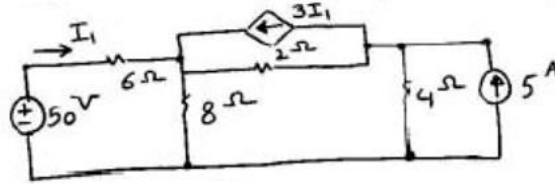
تمرین (توان منبع جریان مستقل ۳ A را تعیین کنید.



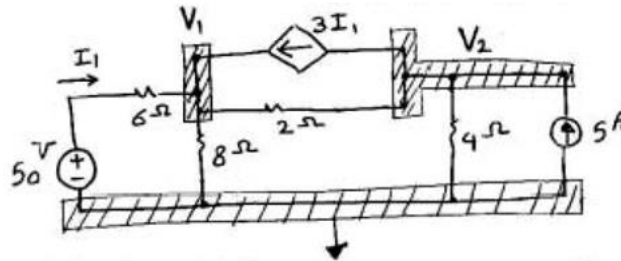
روش گره و منابع وابسته

هنگامیکه در مدار علاوه بر منابع مستقل و مقاومت‌ها منابع وابسته نیز وجود داشته باشد کلیه مراحل پیاده سازی روش تحلیل گره را اجرا نموده ولیکن بایستی منابع وابسته را نیز بر حسب ولتاژ گره‌ها بیان نماییم.

مثال) توان مصرفی توسط مقاومت ۴ اهمی را با بکارگیری روش گره به دست آورید.



۲ عدد گره اساسی داریم به صورت شکل زیر که به V_1 و V_2 نشان داده شده‌اند :



$$1) \frac{V_1 - 50}{6} - 3I_1 + \frac{V_1 - V_2}{2} = 0 \xrightarrow[\text{جایگذاری جریان و مخرج مشترک}]{-I_1 = \frac{V_1 - 50}{6}} \frac{31}{24}V_1 - \frac{1}{2}V_2 = \frac{100}{3}$$

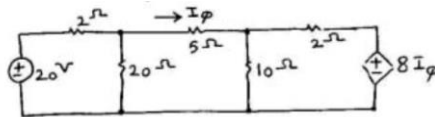
همانطور که در شکل مشخص است جریان I_1 را از همان گره اساسی V_1 و منبع جریان محاسبه و قرار دادیم.

$$2) \frac{V_2}{4} + 3I_1 + \frac{V_2 - V_1}{2} = 5 \xrightarrow[\text{جایگذاری جریان و مخرج مشترک}]{-I_1 = \frac{V_1 - 50}{6}} \frac{7}{24}V_1 + \frac{1}{4}V_2 = \frac{40}{3}$$

با استفاده از روش دو معادله و دو مجهول یا نوشتن V_2 بر حسب V_1 از معادله ۲ و قرار دادن در معادله ۱ داریم :

$$V_1 = 32V, V_2 = 16V \Rightarrow P_{4\Omega} = RI^2 = R_{4\Omega} \left(\frac{V_2}{R_{4\Omega}} \right)^2 = 4 \left(\frac{16}{4} \right)^2 = 64W$$

تمرین) جریان I_ϕ را با استفاده از روش تحلیل گره به دست آورید.

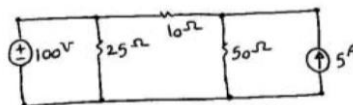


روش گره و منابع ولتاژ

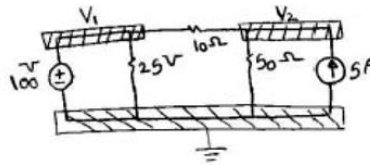
الف) منبع ولتاژ بین گره اساسی و گره مبنا

در این حالت ولتاژ یکی از گره‌های اساسی معین است.

مثال) توان مصرفی مقاومت ۱۰ اهمی را بیابید.



تعداد گره‌های اساسی بجز گره مبنا ۲ عدد است.



$$1) V_1 = 100V$$

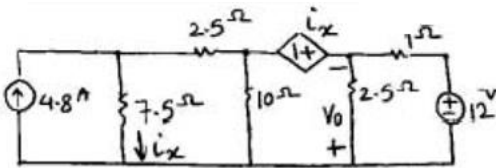
$$2) \frac{V_2}{50} + \frac{V_2 - V_1}{10} = 5 \xrightarrow[\text{جایگذاری ولتاژ و مخرج مشترک}]{V_1=100} -\frac{5}{50} 100 + \frac{6}{50} V_2 = 5 \Rightarrow V_2 = 125V$$

$$P_{10\Omega} = RI^2 = R_{10\Omega} \left(\frac{V_2 - V_1}{R_{10\Omega}} \right)^2 = 10 \left(\frac{125 - 100}{10} \right)^2 = 62.5W$$

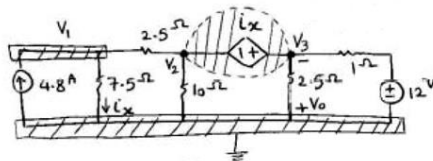
ب) منبع ولتاژ بین دو گره اساسی

اگر منبع ولتاژ (مستقل یا وابسته) بین دو گره اساسی قرار گیرد، قانون جریان کیرشهف را برای گره مرکب یا سوپرگره می‌نویسیم.

مثال) مطلوبست ولتاژ V_0 .



تعداد گره‌های اساسی بدون گره مبنا ۳ عدد است.



$$1) \frac{V_1}{7.5} + \frac{V_1 - V_2}{2.5} = 4.8 \xrightarrow[\text{مخرج مشترک}]{\frac{4}{7.5} V_1 + \frac{3}{7.5} V_2 = 4.8}$$

$$2) \frac{V_2 - V_1}{2.5} + \frac{V_2}{10} + \frac{V_3}{2.5} + \frac{V_3 - 12}{1} = 0 \xrightarrow[\text{مخرج مشترک}]{-\frac{4}{10} V_1 + \frac{5}{10} V_2 + \frac{14}{10} V_3 = 12}$$

$$3) V_3 - V_2 = i_x$$

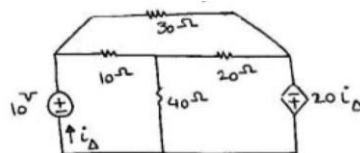
همانطور که از شکل مشخص است جریان i_x از مقاومت ۷٫۵ اهمی می‌گذرد بنابراین :

$$i_x = \frac{V_1}{7.5}$$

با استفاده از معادلات ۱، ۲ و ۳ همچنین مقدار i_x داریم :

$$V_1 = 15V, V_2 = 8V, V_3 = 10V \Rightarrow V_0 = -V_3 = -10V$$

تمرین) جریان I_Δ را با استفاده از روش تحلیل گره به دست آورید.



روش تحلیل مش

مش به حلقه‌ای گفته می‌شود که هیچ حلقه داخلی در درون خود نداشته باشد.

در تحلیل مدار به روش مش به جریان یا پیکان جریانی که مستقیم روی یک شاخه مدار رسم شده باشد بر نمی‌خوریم. جریان جاری در هر شاخه باید با در نظر گرفتن جریان مش‌هایی که آن شاخه عضوی از آن هاست، تعیین شود.

مراحل روش مش

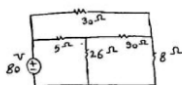
۱- در یک مدار مسطح، جریان مش را در جهت عقربه‌های ساعت در نظر می‌گیریم.

۲- قانون ولتاژ کیرشهف را برای تک تک مش‌ها می‌نویسیم.

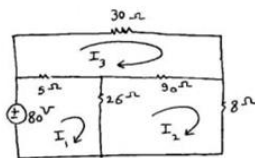
در روش تحلیل مش متغیرها جریان مش‌ها هستند. بنابراین دستگاه معادلات به تعداد مش‌های مدار بدست می‌آید.

روش مش در مدار مقاومتی (مدار متشکل از مقاومت ها و منابع مستقل)

مثال : با بکارگیری روش مش مطلوبست الف (توان تحویل داده شده توسط منبع ۸۰ ولت ب) توان مصرفی توسط مقاومت ۸ اهم.



تعداد مش‌های مدار ۳ عدد است.



$$1) 5(I_1 - I_3) + 26(I_1 - I_2) = 80 \Rightarrow 31I_1 - 26I_2 - 5I_3 = 80$$

$$2) 90(I_2 - I_3) + 8I_2 + 26(I_2 - I_1) = 0 \Rightarrow -26I_1 + 124I_2 - 90I_3 = 0$$

$$3) 30I_3 + 90(I_3 - I_2) + 5(I_3 - I_1) = 0 \Rightarrow -5I_1 - 90I_2 + 125I_3 = 0$$

از طریق ۳ معادله و ۳ مجهول :

$$I_1 = 5A, I_2 = -2.5A, I_3 = -1.6A$$

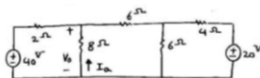
$$P_{80V} = V(-I_1) = 80(-5) = -400W$$

(الف)

$$P_{8\Omega} = R(I_2)^2 = 8(-2.5)^2 = 50W$$

(ب)

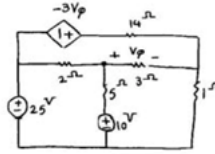
تمرین) ولتاژ V_O و جریان I_a را با استفاده از روش تحلیل مش محاسبه کنید.



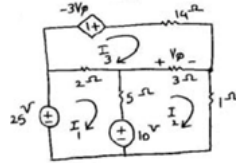
روش مش و منابع وابسته

در صورت وجود یک منبع وابسته، معادلات KVL نوشته شده برای هر مش بایستی توسط یک معادله دیگر مربوط به منبع وابسته پشتیبانی شود.

مثال) مطلوبست توان منبع وابسته ولتاژ.



همانطور که در شکل دیده می شود یک منبع وابسته در مدار است. در این شکل ۳ مش وجود دارد.



$$1) 2(I_1 - I_3) + 5(I_1 - I_2) + 10 = 25 \Rightarrow 7I_1 - 5I_2 - 2I_3 = 15$$

$$2) 3(I_2 - I_3) + 1I_2 - 10 + 5(I_2 - I_1) = 0 \Rightarrow -5I_1 + 9I_2 - 3I_3 = 10$$

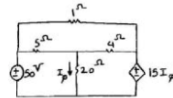
$$3) 14I_3 + 3(I_3 - I_2) + 2(I_3 - I_1) = -3V_\phi \xrightarrow{V_\phi = 3(I_2 - I_3)} -2I_1 + 6I_2 + 10I_3 = 0$$

$$I_1 = 4A, I_2 = 3A, I_3 = -1A$$

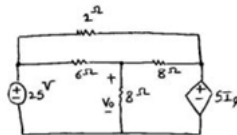
$$V_\phi = 12V, P_{-3V_\phi} = -3V_\phi(-I_3) = -3 \times 12(-(-1)) = -36W$$

منبع وابسته توان تحویل می دهد.

تمرین (جریان I_ϕ را با استفاده از روش تحلیل مش به دست آورید.



تمرین (جریان V_0 را با استفاده از روش تحلیل مش به دست آورید.

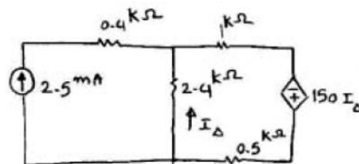


روش مش و منبع جریان

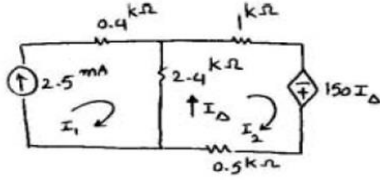
الف (منبع جریان فقط در یک مش قرار گرفته باشد.

در این حالت یکی از متغیرها (جریان مش) معلوم بوده و تعداد مجهولات یکی کم می شود.

مثال (مطلوبست جریان I .



مدار فوق ۲ مش دارد.



$$1) I_1 = 2.5 \text{ mA}$$

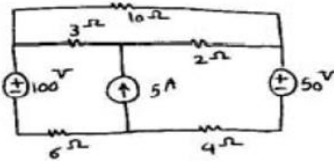
$$2) 1000I_2 - 150I_\Delta + 500I_2 + 2400(I_2 - I_1) = 0 \xrightarrow{I_\Delta = I_2 - I_1} -2250I_1 + 3750I_2 = 0$$

$$I_2 = 1.5 \text{ mA}, I_\Delta = -1 \text{ mA}$$

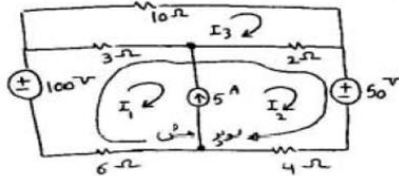
ب) منبع جریان مشترک بین دو مش

وجود منبع جریان مشترک بین دو مش باعث می شود که برای نوشتن KVL از سوپر مش استفاده نماییم. سوپر مش به مش متشکل از دو یا چند مش گفته می شود. در نوشتن KVL برای سوپر مش مادامیکه در مش شماره یک هستیم جریان آن مش را در نظر می گیریم و در حرکت به مش بعدی جریان آن مش به عنوان مبنا در نظر گرفته می شود.

مثال) توان مصرفی توسط مقاومت ۳ اهم را با در نظر گرفتن روش مش بدست آورید.



در مدار ۳ مش وجود دارد و منبع جریان بین دو مش واقع شده است و یک سوپر مش نیز در نظر می گیریم.



$$1) 3(I_1 - I_3) + 2(I_2 - I_3) + 50 + 4I_2 + 6I_1 - 100 = 0 \Rightarrow 9I_1 - 6I_2 - 5I_3 = 50$$

$$2) I_2 - I_1 = 5 \text{ A}$$

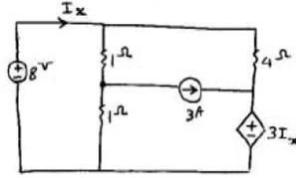
$$3) 10I_3 + 2(I_3 - I_2) + 3(I_3 - I_1) = 0 \Rightarrow -3I_1 - 2I_2 + 15I_3 = 0$$

از طریق ۳ معادله و ۳ مجهول :

$$I_1 = 1.75 \text{ A}, I_2 = 6.75 \text{ A}, I_3 = 1.25 \text{ A}$$

$$P_{3\Omega} = R(I_1 - I_3)^2 = 3(1.75 - 1.25)^2 = 0.75 \text{ W}$$

تمرین) با استفاده از روش تحلیل مش جریان I_x را محاسبه کنید.



اصل جمع آثار

اصل جمع آثار تنها در مدارات خطی برقرار است.

در یک مدار خطی که بیش از یک منبع مستقل وجود دارد، پاسخ (ولتاژ یا جریان) در هر نقطه مدار برابر حاصل جمع پاسخ‌هایی است که نتیجه به تنهایی عمل کردن هر منبع مستقل می‌باشد به شرط آنکه سایر منابع وابسته موجود در مدار صفر شده باشند.

• صفر کردن منبع ولتاژ به معنی اتصال کوتاه کردن آن است.

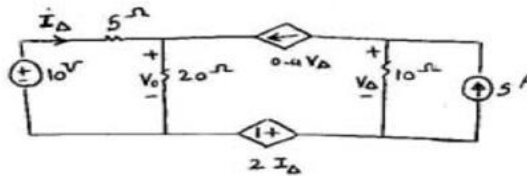
• صفر کردن منبع جریان به معنی مدار باز کردن آن است.

در به کارگیری اصل جمع آثار منابع وابسته همواره وجود داشته و به هیچ وجه حذف نمی‌شوند.

اصل جمع آثار را فقط می‌توان برای پاسخ‌های خطی ولتاژ و جریان بکار گرفت. بنابراین پاسخ‌های غیر خطی مثل توان را نمی‌توان با استفاده از اصل جمع آثار بدست آورد.

اصل جمع آثار برای کلیه منابع مستقل ولتاژ یا جریان، AC یا DC برقرار است.

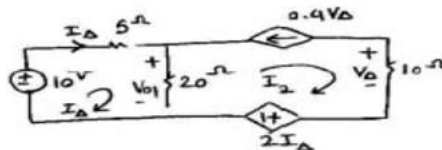
مثال) مطلوبست ولتاژ V_o با بکارگیری جمع آثار.



دو منبع مستقل در مدار وجود دارد بنابراین :

$$V_o = V_{o1} + V_{o2}$$

محاسبه V_{o1} :



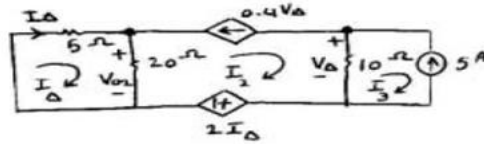
$$1) 5I_o + 20(I_o - I_2) = 10 \Rightarrow 25I_o - 20I_2 = 10$$

$$2) I_2 = -0.4V_o, V_o = 10I_2 \Rightarrow I_2 = 0$$

بنابراین :

$$25I_o - 20I_2 = 10 \Rightarrow 25I_o = 10 \Rightarrow I_o = 0.4A, V_{o1} = 20 \times 0.4 = 8V$$

محاسبه V_{o2} :



$$1) 5I_{\Delta} + 20(I_{\Delta} - I_2) = 0 \Rightarrow 25I_{\Delta} - 20I_2 = 0$$

$$2) I_2 = -0.4V_{\Delta}, V_{\Delta} = 10(I_2 - I_3) \Rightarrow I_2 = -4(I_2 - I_3) \Rightarrow 5I_2 - 4I_3 = 0$$

$$3) I_3 = -5A$$

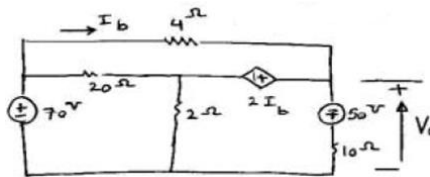
بنابراین :

$$I_2 = -4A, I_{\Delta} = -3.2A, V_{O2} = 20(I_{\Delta} - I_2) = 16V$$

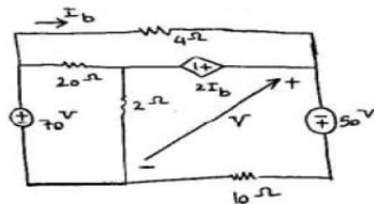
پس :

$$V_O = V_{O1} + V_{O2} = 8 + 16 = 24V$$

تمرین) با استفاده از جمع آثار V_O را بدست آورید.



تمرین) با استفاده از جمع آثار ولتاژ V را بدست آورید.

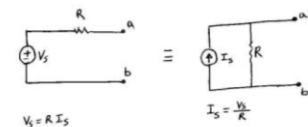


تبدیل منابع

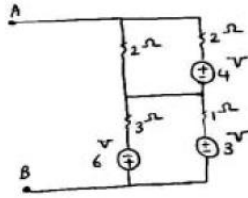
در توان‌های پایین منابع واقعی را به مانند منابع ایده‌آل می‌توان مدل نمود اما در توان‌های بالا منابع عملی متفاوت از منابع ایده‌آل خواهند بود.

منبع ولتاژ عملی همواره مقاومت R را به صورت سری در درون خود دارد. منبع جریان عملی همواره مقاومت R را به طور موازی در درون خود دارد.

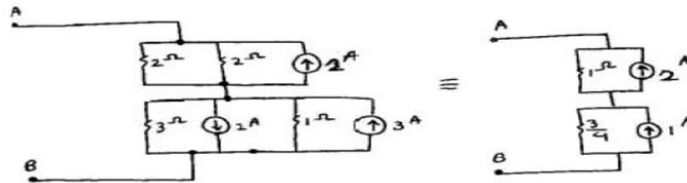
تبدیل منابع این امکان را می‌دهد که به جای منبع ولتاژ سری شده با مقاومت R ، منبع جریان موازی شده با مقاومت R را قرار دهیم و بالعکس.



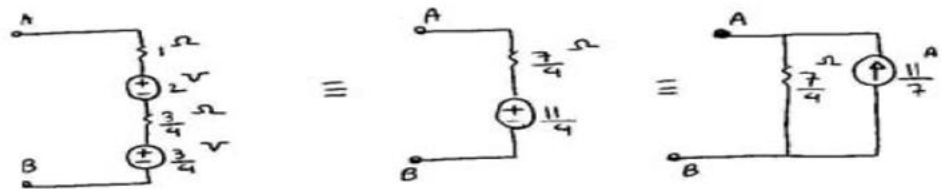
مثال با بکارگیری تبدیل منابع مقاومت دیده شده از دو سر A و B را بدست آورید.



منابع ولتاژ سری شده با مقاومت را به منبع جریان موازی شده با همان مقاومت تبدیل می‌کنیم.

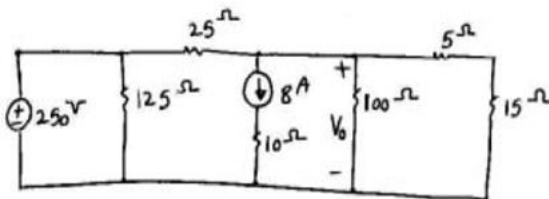


منبع جریان موازی شده با مقاومت را به منبع ولتاژ سری شده با همان مقاومت تبدیل می‌کنیم.



بنابراین مقاومت دیده شده از سرهای A و B برابر $\frac{7}{4}$ اهم است.

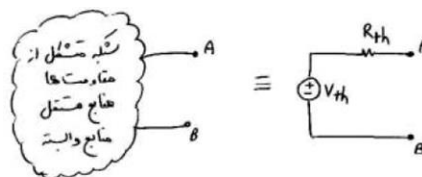
تمرین) ولتاژ V_0 را محاسبه کنید.



قضایای تونن و نرتن

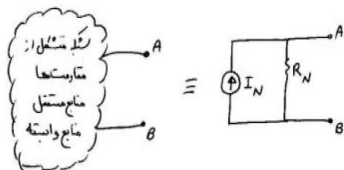
قضیه تونن

می‌خواهیم بدانیم که چگونه می‌توان مدار شامل مقاومت‌ها، منابع مستقل و منابع وابسته را که بین ترمینال A و ترمینال B قرار گرفته‌اند را فقط با یک منبع ولتاژ و یک مقاومت سری با منبع ولتاژ مدل نمود. بطوریکه اگر بین دو سر A و B مقاومت بار R_L قرار بگیرد، جریان گذرنده از مقاومت بار و ولتاژ دو سر مقاومت بار در هر دو مدار یکسان باشد.



قضیه نرتن

میخواهیم بدانیم که چگونه می توان مدار شامل مقاومت ها، منابع مستقل و منابع وابسته را که بین ترمینال A و ترمینال B قرار گرفته اند را فقط با یک منبع جریان و یک مقاومت موازی با منبع جریان مدل نمود. بطوریکه اگر بین دو سر A و B مقاومت بار R_L قرار بگیرد، جریان گذرنده از مقاومت بار و ولتاژ دو سر مقاومت بار در هر دو مدار یکسان باشد.



با توجه به تبدیل منابع $R_{th} = R_N$ و $V_{th} = R_{th} \cdot I_N$ و $I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$

نحوه پیدا کردن ولتاژ تونن V_{th}

V_{th} همان ولتاژ مدار باز است، $V_{th} = V_{oc}$ چراکه در این حالت جریانی از A به B نخواهیم داشت. چنانچه در مدار منبع مستقل وجود نداشته باشد، $V_{th} = 0$ است.

نحوه پیدا کردن جریان نرتن I_N

I_N همان جریان اتصال کوتاه است، $I_N = I_{sc}$ دو سر A و B را اتصال کوتاه می کنیم، جریان جاری از ترمینال A به ترمینال B را بدست می آوریم.

چنانچه در مدار منبع مستقل وجود نداشته باشد، $I_N = 0$ است.

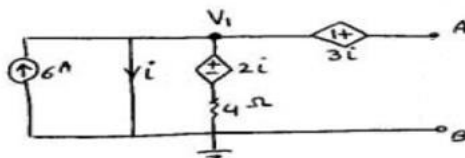
نحوه پیدا کردن مقاومت تونن R_{th} یا مقاومت نرتن R_N

- ۱ - کلید منابع مستقل را حذف کرده (حذف منبع ولتاژ یعنی اتصال کوتاه کردن آن و حذف منبع جریان یعنی مدار باز کردن آن)
- ۲ - منبع ولتاژ فرضی V_t را بین ترمینال A و B قرار می دهیم، جریان کشیده شده از منبع ولتاژ فرضی را I_t نامگذاری می کنیم، نسبت V_t به I_t را محاسبه می نماییم.

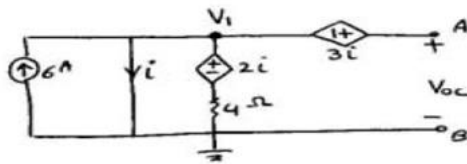
$$R_{th} = R_N = \frac{V_t}{I_t}$$

پس از محاسبه V_{th} ، I_N و R_{th} به طور مستقل، همواره رابطه $R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N}$ بایستی برقرار باشد.

(مثال) مطلوبست محاسبه معادل تونن بین سرهای A و B.



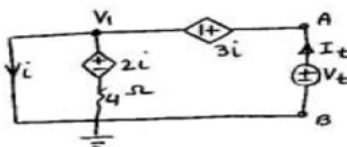
محاسبه ولتاژ تونن، $V_{th} = V_{oc}$ (ولتاژ مدار باز) :



$$\frac{V_1 - 2i}{4} + i = 6 \rightarrow \frac{1}{4}V_1 + \frac{1}{2}i = 6$$

$$V_1 = 0 \rightarrow i = 12A, V_{OC} = 3i = 36V$$

محاسبه مقاومت تونن :



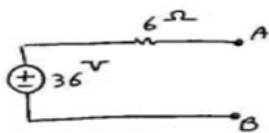
$$\frac{V_1 - 2i}{4} + i = I_t \rightarrow \frac{1}{4}V_1 + \frac{1}{2}i = I_t$$

$$V_1 + 3i = V_t \xrightarrow{V_1=0} i = \frac{V_t}{3}$$

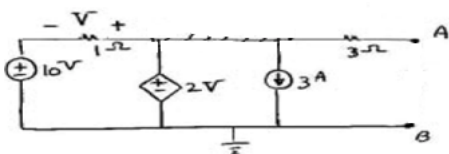
با جایگذاری :

$$R_{th} = \frac{V_t}{I_t} = \frac{V_t}{\frac{V_t}{6}} = 6\Omega$$

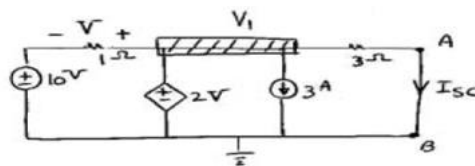
بنابراین مدار داده شده بین دو ترمینال را می توان به صورت زیر ترسیم کرد :



مثال : مطلوبست معادل نرتن مدار زیر.



محاسبه جریان نرتن، $I_N = I_{sc}$ (جریان اتصال کوتاه) :



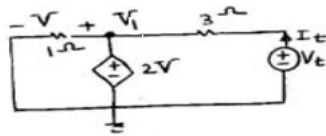
$$V_1 = 2V$$

$$V = \left(\frac{V_1 - 10}{1} \right) 1 \xrightarrow{V_1=2V} V = 2V - 10 \rightarrow V = -8V$$

ولت 10

$$I_{sc} = \frac{V_1}{3} = \frac{2 \times 10}{3} = \frac{20}{3} A$$

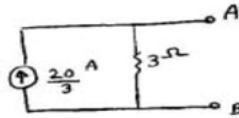
محاسبه مقاومت نرتن :



$$V_1 = 2V \rightarrow V = 0$$

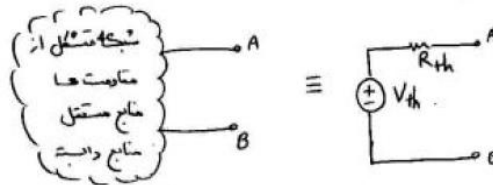
$$\frac{V_1 - V_t}{3} = -I_t \rightarrow R_N = \frac{V_t}{I_t} = 3\Omega$$

بنابراین مدار داده شده بین دو ترمینال را می‌توان به صورت زیر ترسیم نمود :



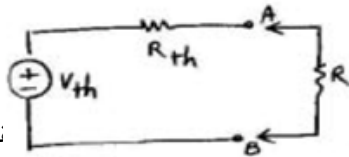
قضیه انتقال توان ماکزیمم در مدارهای مقاومتی

اگر به دو سر A و B شبکه مقاومتی (شبکه متشکل از مقاومت‌ها، منابع مستقل و وابسته) مقاومت بار R_L وصل شود. شرط آنکه مقاومت R_L ماکزیمم توان را دریافت نماید آن است که $R_L = R_{th}$ باشد که R_{th} مقاومت تونن مدار است.



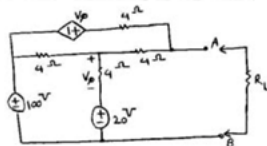
ماکزیمم توان دریافت شده توسط مقاومت بار برابر است با :

$$(P_{R_L})_{max} = \frac{V_{th}^2}{4R_L}$$



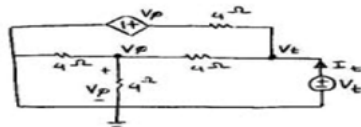
ندار توان ماکزیمم را بدست آورید.

مثال : مقدار مقاومت بار R_L را بدست آورید بط



حل) برای تعیین مقدار مقاومت بار بایستی R_{th} دو سر A و B را بدست آوریم و برای تعیین حداکثر توان تحویلی به مقاومت بار بایستی ولتاژ تونن محاسبه گردد.

محاسبه مقاومت تونن :



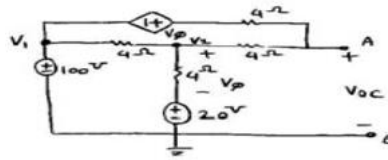
$$\frac{V_\phi}{4} + \frac{V_\phi}{4} + \frac{V_\phi - V_t}{4} = 0 \rightarrow \frac{3}{4}V_\phi - \frac{1}{4}V_t = 0$$

$$\frac{V_t - V_\phi}{4} + \frac{V_t - V_\phi}{4} = I_t \rightarrow -\frac{1}{2}V_\phi + \frac{1}{2}V_t = I_t$$

بنابراین :

$$R_L = R_{th} = \frac{V_t}{I_t} = 3\Omega$$

محاسبه ولتاژ تونن:



ولت $V_1 = 100$

$$\frac{V_2 - 100}{4} + \frac{V_2 - 20}{4} + \frac{V_2 - 100 - V_\phi}{8} = 0 \rightarrow -V_\phi + 5V_2 = 340$$

$$V_\phi = 4\left(\frac{V_2 - 20}{4}\right) = V_2 - 20$$

با استفاده از روابط فوق :

$$V_2 = 80 [V], V_\phi = 60 [V]$$

$$V_{OC} = 60 + 20 - 8\left(\frac{V_2 - 100 - 60}{8}\right) = 160 [V]$$

محاسبه حداکثر توان دریافتی توسط مقاومت بار :

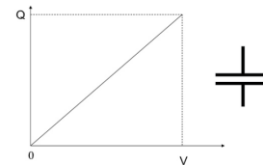
$$(P_{R_L})_{max} = \frac{V_{th}^2}{4R_L} = \frac{160^2}{4 \times 3} = \frac{6.4}{3} \times 10^3 [W]$$

خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان

مشخصه خازن خطی در صفحه q-v خط راست گذرنده از مبدا می باشد.

در خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان شیب خط گذرنده از مبدا در صفحه q-v همواره ثابت است (Q بار با واحد کولن).

$$q = C.V, i_c(t) = \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow i_c(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$



خازن المان ذخیره کننده انرژی است. بنابراین خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان با ظرفیت خازنی C (واحد فاراد) و ولتاژ اولیه خازن $V_c(t_0)$ شناخته می شود.

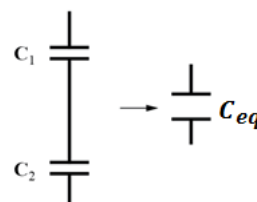
$$i_c(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt} \rightarrow V_C(t) = V_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c(\lambda) d\lambda$$

اتصال خازن ها

اتصال سری

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

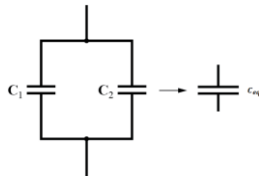
$$V(t_0) = V_1(t_0) + V_2(t_0)$$



اتصال موازی

ولتاژ اولیه خازن های موازی بایستی به لحاظ اندازه و پلاریته یکسان باشند در غیر این صورت KVL نقض می شود.

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$



توان و انرژی در خازن

$$P_C(t) = i_C(t)V_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt} V_C(t)$$

انرژی ذخیره شده در خازن در بازه زمانی $[t_0, t]$:

$$W_C(t_0, t) = \int_{t_0}^t P_C(\lambda) d\lambda = \int_{t_0}^t C \frac{dV_C(\lambda)}{d\lambda} V_C(\lambda) d\lambda = \frac{1}{2} C V_C^2(t) - \frac{1}{2} C V_C^2(t_0)$$

اگر ولتاژ اولیه خازن صفر باشد $V_C(t_0)=0$ و لحظه اولیه $t_0=0$ در نظر گرفته شود آنگاه انرژی ذخیره شده در خازن از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$W_C(t) = \frac{1}{2} C V_C^2(t)$$

سلف خطی تغییر ناپذیر با زمان

مشخصه سلف خطی در صفحه $i-\phi$ خط راست گذرنده از مبدا می‌باشد.

در سلف خطی تغییر ناپذیر با زمان شیب خط گذرنده از مبدا در صفحه $i-\phi$ همواره ثابت است (ϕ شار بر حسب وبر).

$$\phi = L \cdot I, V_L(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \Rightarrow V_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

سلف المان ذخیره کننده انرژی $i_L(t)$ و جریان اولیه سلف $i_L(t_0)$ شتاب

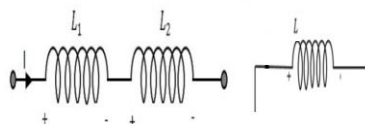


$$V_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \rightarrow i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t V_L(\lambda) d\lambda$$

اتصال سلف‌ها

اتصال سری

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

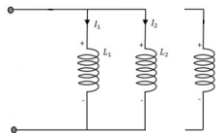


جریان اولیه سلف‌های سری بایستی به لحاظ اندازه و جهت یکسان باشند در غیر اینصورت KCL نقض می‌شود.

اتصال موازی

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

$$i(t_0) = i_1(t_0) + i_2(t_0)$$



توان و انرژی در سلف

$$P_L(t) = V_L(t)i_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} i_L(t)$$

انرژی ذخیره شده در سلف در بازه زمانی $[t_0, t]$:

$$W_L(t_0, t) = \int_{t_0}^t P_L(\lambda) d\lambda = \int_{t_0}^t L \frac{di_L(\lambda)}{d\lambda} i_L(\lambda) d\lambda = \frac{1}{2} L i_L^2(t) - \frac{1}{2} L i_L^2(t_0)$$

اگر جریان اولیه سلف صفر باشد $i_L(t_0)=0$ و لحظه اولیه $t_0=0$ در نظر گرفته شود آنگاه انرژی ذخیره شده در سلف از رابطه زیر بدست می آید.

$$W_L(t) = \frac{1}{2} Li_L^2(t)$$

توان می تواند مثبت یا منفی بدست بیاید، اما انرژی همواره مثبت است.

در مورد سلف یا خازن که المان های ذخیره کننده انرژی هستند وقتی توان مثبت است (مصرف کننده) انرژی ذخیره شده در المان نیز رو به افزایش خواهد بود با منفی شدن توان (تولید کننده)، المان انرژی ذخیره شده در خود را پس می دهد. در این حالت انرژی المان کم شده و به صفر میل خواهد کرد.

- ولتاژ خازن جهش ندارد.
- جریان سلف جهش ندارد.

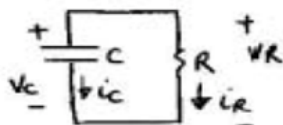
مدارهای مرتبه اول – مدار RC

الف (مدار RC – پاسخ ورودی صفر

$$i_C + i_R = 0$$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}$$

$$i_R = \frac{V_R}{R}, V_R = V_C \rightarrow i_R = \frac{V_C}{R}$$



با جایگذاری دو مقدار جریان در معادله جریان :

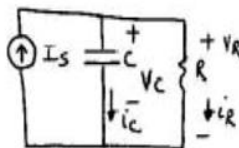
$$C \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{R} V_C = 0, V_C(0) = V_0 \rightarrow V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

ب (مدار RC – پاسخ حالت صفر

$$i_C + i_R = I_S$$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}$$

$$i_R = \frac{V_R}{R}, V_R = V_C \rightarrow i_R = \frac{V_C}{R}$$



با جایگذاری دو مقدار جریان در معادله جریان :

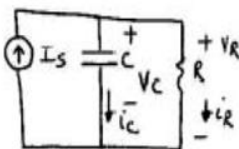
$$C \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{R} V_C = I_S, V_C(0) = V_0 \rightarrow V_C(t) = RI_S(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

ج (مدار RC – پاسخ کامل

$$i_C + i_R = I_S$$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}$$

$$i_R = \frac{V_R}{R}, V_R = V_C \rightarrow i_R = \frac{V_C}{R}$$



با جایگذاری دو مقدار جریان در معادله جریان :

$$C \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{R} V_C = I_S, V_C(0) = V_0 \rightarrow V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} + RI_S(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

که مقدار RI_S را پاسخ ماندگار و $(V_0 - RI_S)e^{-\frac{t}{RC}}$ را پاسخ گذرا می‌گویند.

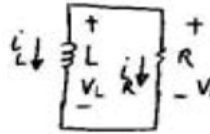
مدارهای مرتبه اول - مدار RL

الف (مدار RL - پاسخ ورودی صفر

$$V_L + V_R = 0$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$V_R = Ri_R, i_R = i_L \rightarrow V_R = Ri_L$$



با جایگذاری دو مقدار ولتاژ در معادله ولتاژ :

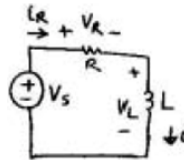
$$L \frac{di_L}{dt} + Ri_L = 0, i_L(0) = I_0 \rightarrow i_L(t) = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$

ب (مدار RL - پاسخ حالت صفر

$$V_L + V_R = V_S$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$V_R = Ri_R, i_R = i_L \rightarrow V_R = Ri_L$$



با جایگذاری دو مقدار ولتاژ در معادله ولتاژ :

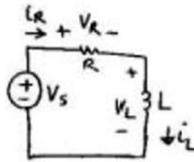
$$L \frac{di_L}{dt} + Ri_L = V_S, i_L(0) = I_0 \rightarrow i_L(t) = \frac{V_S}{R} (1 - e^{-\frac{Rt}{L}})$$

ج (مدار RL - پاسخ کامل

$$V_L + V_R = V_S$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$V_R = Ri_R, i_R = i_L \rightarrow V_R = Ri_L$$



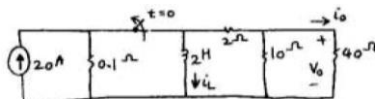
با جایگذاری دو مقدار ولتاژ در معادله ولتاژ :

$$L \frac{di_L}{dt} + Ri_L = V_S, i_L(0) = I_0 \rightarrow i_L(t) = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} + \frac{V_S}{R} (1 - e^{-\frac{Rt}{L}})$$

که مقدار $\frac{V_S}{R}$ را پاسخ ماندگار و $(I_0 - \frac{V_S}{R})e^{-\frac{Rt}{L}}$ را پاسخ گذرا می‌گویند.

مثال : کلید برای مدت زمان طولانی بسته بوده است و در لحظه $t=0$ باز می‌شود مطلوبست الف) $i_L(t)$ ب) $i_0(t)$ ج) $V_0(t)$ د) $t \geq 0^+$

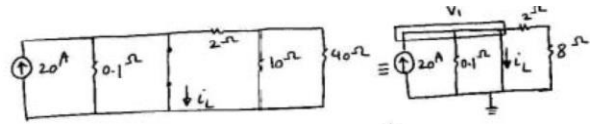
ج) $V_0(t)$ د) $t \geq 0^+$



در لحظه تغییر وضعیت جریان سلف جهش ندارد، یعنی $i_L(0^-) = i_L(0^+)$. لحظه $t=0$ در مورد این مدار زمان تغییر وضعیت است.

الف) مدار را برای زمان های $t < 0$ تحلیل می کنیم.

از آنجایی که کلید مدت زمان طولانی بسته بوده است، سلف به طور کامل شارژ شده است. هنگامیکه سلف به طور کامل شارژ شود این المان به مانند اتصال کوتاه عمل می کند (در اتصال کوتاه همواره اختلاف پتانسیل دو سر صفر است).



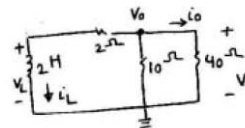
شرایط اولیه یعنی جریان اولیه سلف را بدست آوریم.

$$\frac{V_1}{0.1} + i_L + \frac{V_1}{10} = 20, V_1 = 0 \rightarrow i_L(0^-) = i_L(0^+) = i_L(0) = 20$$

برای $t \geq 0$

$$i_L + \frac{V_O}{10} + \frac{V_O}{40} = 0 \rightarrow i_L + \frac{1}{8}V_O = 0$$

$$V_O = 2i_L + V_L$$



با جایگذاری داریم:

$$i_L + \frac{1}{8}(2i_L + V_L) = 0 \rightarrow \frac{5}{4}i_L + \frac{1}{8}V_L = 0$$

$$V_L = 2 \frac{di_L}{dt}, i_L(0) = 20$$

پس:

$$\frac{5}{4}i_L + \frac{1}{8}2 \frac{di_L(t)}{dt} = 0 \rightarrow i_L(t) = 20e^{-5t}$$

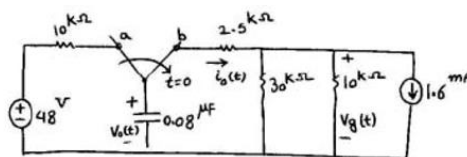
$$V_L = 2 \frac{di_L}{dt} = -200e^{-5t}$$

$$V_O(t) = 2i_L + V_L = 40e^{-5t} - 200e^{-5t} = -160e^{-5t}$$

$$I_O(t) = \frac{V_O}{40} = -4e^{-5t}$$

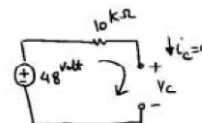
مثال: سوئیچ برای مدت طولانی در وضعیت a بوده و در لحظه $t=0$ به b تغییر وضعیت می دهد. برای $t \geq 0^+$ مطلوبست $V_O(t)$.

$V_O(t)$, همچنین مطلوبست $V_O(0^+)$ و $V_O(0^-)$



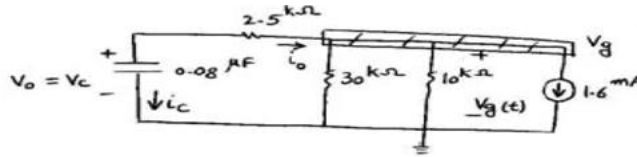
در لحظه تغییر وضعیت ولتاژ خازن جهش ندارد. یعنی $V_C(0^+) = V_C(0^-)$. لحظه $t=0$ در مورد این مدار زمان تغییر وضعیت است.

حل) مدار را برای زمان های $t < 0$ تحلیل می کنیم. از آنجاییکه کلید برای مدت زمان طولانی در وضعیت a بوده است، خازن بطور کامل شارژ شده است. هنگامیکه خازن به طور کامل شارژ شود، این المان به مانند مدار باز عمل می کند (در مدار باز جریان گذرنده همواره صفر است).



$$\begin{cases} 10000i_C + V_C = 48 \\ i_C = 0 \end{cases} \rightarrow V_C(0^+) = V_C(0^-) = 48 [V]$$

تحلیل کلید در وضعیت b



$$\begin{cases} i_C + \frac{V_g}{30000} + \frac{V_g}{10000} = -1.6 \times 10^{-3} \\ V_g = 2500i_C + V_C \end{cases} \rightarrow \frac{4}{3}i_C + \frac{4}{30000}V_C = -1.6 \times 10^{-3}$$

$$\begin{cases} \frac{dV_C}{dt}i_C + 1250V_C = -15 \times 10^{-3} \\ V_C(0) = 48 [V] \end{cases} \rightarrow V_C(t) = 60e^{-1250t} - 12 = V_O(t)$$

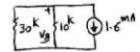
$$i_C(t) = (0.08 \times 10^{-6})(60 \times (-1250)e^{-1250t} = -6 \times 10^{-3}e^{-1250t} = -i_O(t)$$

$$V_g(t) = 2500i_C(t) + V_C(t) = 2500(-6 \times 10^{-3}e^{-1250t}) + 60e^{-1250t} - 12 = 45e^{-1250t} - 12$$

$$V_g(0^+) = 45 - 12 = 33[V]$$

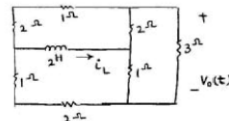
برای محاسبه $V_g(0^-)$ زمان $t < 0$ را مجدداً در نظر می‌گیریم :

$$V_g(0^-) = \frac{30000}{40000} \times 10000 \times (-1.6 \times 10^{-3}) = -12[V]$$



در لحظه تغییر وضعیت تنها ولتاژ خازن است که جهش ندارد و ولتاژ سایر المان‌ها می‌توانند جهش داشته باشند، همانطوریکه نتایج $V_g(0^-)$ و $V_g(0^+)$ این مسئله را نشان می‌دهد.

تمرین) جریان اولیه سلف $i_L(0) = 5 [A]$ داده شده است، مطلوبست $V_O(t)$.



تبدیل هر مدار مرتبه اول به RL و یا RC

این روش تنها زمانی به کار برده می‌شود که در مدار فقط یک خازن و یا فقط یک سلف وجود داشته باشد.

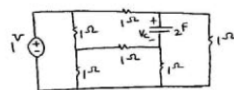
این روش زمانی به کار برده می‌شود که ولتاژ و جریان خازن یا سلف مدنظر باشد.

گام اول : دوسر خازن و یا سلف را نامگذاری می‌کنیم (A و B)

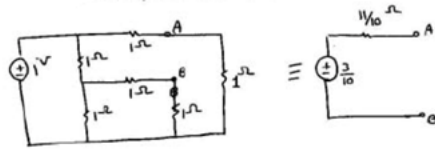
گام دوم (مدار معادل تونن و یا مدار معادل نرتن از دو سر A و B را بدست می‌آوریم.

گام سوم (خازن و یا سلف را در دو سر A و B قرار داده و پاسخ مدار را بدست می‌آوریم.

مثال (ولتاژ اولیه خازن $V_C(0)=0$ داده شده است مطلوبست $V_C(t)$



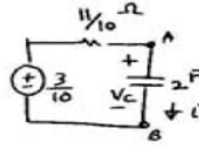
دو سر خازن را نامگذاری کرده A و B و معادل تونن از دو سر A و B را بدست می‌آوریم.



خازن را در دوسر A و B قرار می‌دهیم و $V_C(t)$ را بدست می‌آوریم.

$$\frac{11}{10}i_C + V_C = \frac{3}{10} \rightarrow \frac{11}{5} \frac{dV_C}{dt} + V_C = \frac{3}{10}$$

$$\left(\frac{dV_C}{dt} + \frac{5}{11}V_C = \frac{3}{22} \right) \rightarrow V_C(t) = \frac{3}{10}(1 - e^{-\frac{5}{11}t})$$

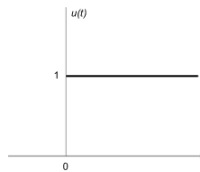


انواع ورودی‌ها

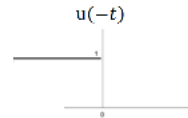
منظور از ورودی تابع توصیف کننده منبع ولتاژ یا منبع جریان مستقل است.

الف (ورودی پله واحد

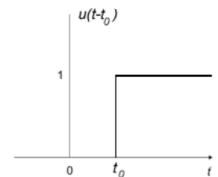
$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



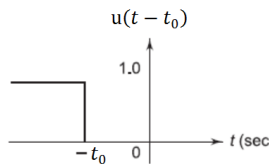
$$u(-t) = \begin{cases} 0 & t \geq 0 \\ 1 & t < 0 \end{cases}$$



$$u(t - t_0) = \begin{cases} 1 & t \geq t_0 \\ 0 & t < t_0 \end{cases}$$

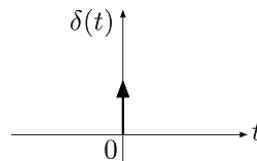


$$u(-t - t_0) = \begin{cases} 1 & t \geq -t_0 \\ 0 & t < -t_0 \end{cases}$$

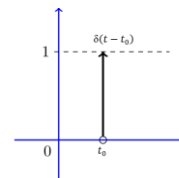


ب (ورودی ضربه واحد

$$\delta(t) = \begin{cases} \text{مقدار ویژه} & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

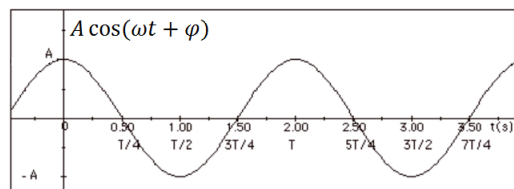


$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} \text{مقدار ویژه} & t = t_0 \\ 0 & t \neq t_0 \end{cases}$$



ج (ورودی سینوسی

$$A \cos(\omega t + \varphi)$$



پاسخ پله

پاسخ حالت صفر یک مدار به ورودی پله واحد، $u(t)$ را پاسخ پله می‌نامند به شرط آنکه :

الف ورودی پله واحد باشد، $u(t)$

ب (قبل از وارد کردن ورودی پله واحد مدار در حالت صفر باشد (شرایط اولیه همگی صفر)

پاسخ ضربه

پاسخ حالت صفر یک مدار به ورودی ضربه واحد، $\delta(t)$ را پاسخ ضربه می‌نامند به شرط آنکه

الف) ورودی ضربه واحد باشد، $\delta(t)$

ب (قبل از وارد کردن ضربه واحد، مدار در حالت صفر باشد (شرایط اولیه همگی صفر)

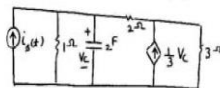
پاسخ پله واحد را $s(t)$ و پاسخ ضربه واحد را $h(t)$ نامگذاری می‌کنیم

همچنانکه بین پله واحد و ضربه واحد روابط $\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$ و $u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\lambda) d\lambda$ برقرار است.

بین پاسخ پله و پاسخ ضربه نیز روابط مشابه زیر برقرار است :

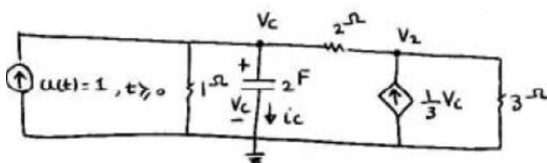
$$s(t) = \int_{-\infty}^t h(\lambda) d\lambda, \quad h(t) = \frac{ds(t)}{dt}$$

مثال : مطلوبست پاسخ پله و پاسخ ضربه و پاسخ ولتاژ دو سر خازن $V_c(t)$.



ابتدا پاسخ پله را به دست آورده و سپس با توجه به رابطه موجود بین پاسخ ضربه و پاسخ پله، پاسخ ضربه را تعیین می‌کنیم.

$$\begin{cases} \frac{V_C}{1} + i_C + \frac{V_C - V_2}{2} = 1 \\ \frac{V_2 - V_C}{2} - \frac{1}{3}V_C + \frac{V_2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3V_C + 2i_C - V_2 = 2 \\ -5V_C + 5V_2 = 0 \end{cases} \quad t \geq 0$$



V_2 را بین دو معادله حذف می‌کنیم تا معادله دیفرانسیل مرتبه اول بر حسب ولتاژ خازن بدست آید.

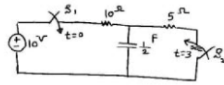
$$V_C + i_C = 1 \rightarrow 2 \frac{dV_C}{dt} + V_C = 1, \quad V_C(0) = 0$$

$$S(t) = V_C(t) = \left(1 - e^{-\frac{1}{2}t}\right), \quad t \geq 0 \quad \text{پاسخ پله واحد}$$

$$h(t) = V_C(t) = \frac{dS(t)}{dt} = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t}, \quad t \geq 0 \quad \text{پاسخ ضربه واحد}$$

مثال (ولتاژ اولیه خازن $V_C(0)=0$ است، کلید S_1 در لحظه $t=0$ بسته می‌شود و کلید S_2 در لحظه $t=3s$ بسته می‌شود. ولتاژ خازن را

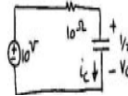
در همه زمان‌ها بدست آورید (هر دو کلید S_1 و S_2 در زمان‌های $t < 0$ باز بوده‌اند)



از آنجایی که در مدار دو کلید وجود دارد، تغییر وضعیت در دو زمان $t=0$ و $t=3$ ثانیه اتفاق می‌افتد. شرایط اولیه، ولتاژ اولیه خازن در لحظه $t=0$ داده شده است اما در لحظه $t=3$ ثانیه بایستی بدست آید. بنابراین تحلیل مدار برای زمان‌های $0 \leq t < 3$ ثانیه و $t \geq 3$ ثانیه بایستی انجام شود و از آنجایی که در دو بازه زمانی با مقاومت‌های متفاوتی در مدار سر و کار داریم به اینگونه مدارها مدارهایی با چند ثابت زمانی می‌گوییم. مدار مورد نظر در این مسئله با دو ثابت زمانی است. ابتدا $0 \leq t < 3$ که کلید s_1 بسته و کلید s_2 باز است را تحلیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} 10i_C + V_C = 1 \\ i_C = \frac{1}{2} \frac{dV_C}{dt} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{5} V_C = 2 \\ V_C(0) = 0 \end{cases}$$

$$V_C(t) = 10 \left(1 - e^{-\frac{1}{5}t}\right), 0 \leq t < 3$$

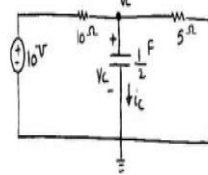


از آنجاییکه در لحظه $t=3$ ثانیه تغییر وضعیت داریم، ولتاژ خازن بایستی به عنوان ولتاژ اولیه در لحظه $t=3$ ثانیه تعیین گردد. با توجه به اینکه ولتاژ خازن جهش ندارد $V_C(3^-)$ را از رابطه بالا بدست می‌آوریم و در قسمت بعد از آن استفاده می‌نماییم

$$V_C(3^-) = 10 \left(1 - e^{-\frac{3}{5}}\right) = 4.51[V], V_C(3^-) = V_C(3^+) = V_C(3)$$

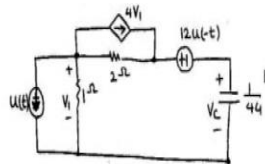
برای $t \geq 3$ ثانیه s_1 بسته و s_2 بسته است و ولتاژ $V_C(t=3) = 4.51[V]$ در نظر گرفته می‌شود

$$\begin{cases} \frac{V_C - 10}{10} + i_C + \frac{1}{5} V_C = 0 \\ i_C = \frac{1}{2} \frac{dV_C}{dt} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{dV_C}{dt} + \frac{3}{5} V_C = 2 \\ V_C(3) = 4.51 \end{cases} \quad V_C(t) = \frac{10}{3} + 7.13e^{-\frac{3}{5}t}, t \geq 3$$



در بازه زمانی $0 \leq t < 3$ ثانیه ثابت زمانی 5 ثانیه و در بازه $t \geq 3$ ثانیه ثابت زمانی $\frac{5}{3}$ ثانیه است. به همین دلیل این مدارها به نام مدارهایی با چند ثابت زمانی شناخته می‌شوند.

مثال) ولتاژ دو سر خازن را برای همه زمان‌ها بدست آورده و ترسیم کنید.

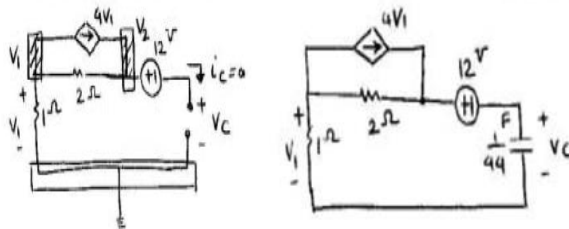


در این مدار کلیدی وجود ندارد ولیکن دو منبع ولتاژ و جریان مستقل موجودند.

- حذف یا صفر شدن منبع ولتاژ یعنی اتصال کوتاه شدن آن
- حذف یا صفر شدن منبع جریان یعنی مدار باز شدن آن

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}, \quad u(-t) = \begin{cases} 0 & t \geq 0 \\ 1 & t < 0 \end{cases}$$

برای $t \leq 0$ منبع جریان صفر و منبع ولتاژ ۱۲ ولت است. از آنجایی که مدار برای مدت طولانی در این وضعیت بوده است پس پاسخ گذرای طی شده و خازن به طور کامل شارژ و در نتیجه مدار باز است.

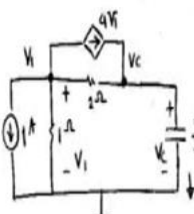


$$\begin{cases} \frac{V_1}{1} + \frac{V_1 - V_2}{2} + 4V_1 = 0 \\ -4V_1 + \frac{V_2 - V_1}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 11V_1 - V_2 = 0 \\ -9V_1 + V_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} V_1=0 \\ V_2=0 \end{matrix} \rightarrow V_2 = 12 + V_C \rightarrow V_C(0^-) = -12[V]$$

با تعیین ولتاژ خازن در لحظه تغییر وضعیت ($t=0$) قسمت دوم را تحلیل می کنیم.

برای $t \geq 0$ منبع ولتاژ صفر شده و منبع جریان ۱ آمپر است.

$$\begin{cases} \frac{V_1}{1} + \frac{V_1 - V_C}{2} + 4V_1 = -1 \\ i_C - 4V_1 + \frac{V_C - V_1}{2} = 0 \end{cases}$$



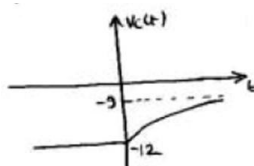
از دو معادله V_1 را حذف می کنیم تا به معادله دیفرانسیل مرتبه اول بر حسب ولتاژ خازن برسیم

$$\begin{cases} 11V_1 - V_C = -2 \\ -9V_1 + V_C + 2i_C = 0 \end{cases} \rightarrow -9V_C + 11V_C + 22i_C = -18 \rightarrow 22 \frac{1}{44} \frac{dV_C}{dt} + 2V_C = -18$$

$$\begin{cases} \frac{dV_C}{dt} + 4V_C = -36 \\ V_C(0) = -12 \end{cases} \rightarrow V_C(t) = -9 - 3e^{-4t}, t \geq 0$$

ترسیم ولتاژ خازن در همه زمان ها

$$\begin{cases} -12 & , t < 0 \\ V_C(t) = -9 - 3e^{-4t} & , t \geq 0 \end{cases}$$



تحریک سینوسی

تاکنون مدارهایی با منابع مستقل DC بررسی شدند. در این بخش به منابع ولتاژ و منابع جریان متغیر با زمان می پردازیم. منبع سینوسی به منبعی گفته می شود که خروجی آن تابع سینوسی باشد. توابع سینوس و یا کسینوس هر دو می توانند به کار گرفته شوند ولیکن به دلایلی که ذکر خواهند شد کلیه توابع سینوسی را طبق رابطه زیر بر حسب کسینوس می نویسیم

$$\sin(\omega t + \varphi) = \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} + \varphi)$$

تابع سینوسی در حالت کلی با دامنه A ، فرکانس $\omega = 2\pi f$ و فاز φ به طور کامل مشخص می شود

$$A \cos(\omega t + \varphi)$$

فازور

فازور به عدد مختلطی گفته می‌شود که اطلاعات مربوط به دامنه و فاز تابع سینوسی را در خود دارد.

$$V(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) = V_m \text{Real}(e^{j(\omega t + \varphi)}) = \text{Real}(V_m e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t})$$

قسمت $V_m e^{j\varphi}$ را فازور می‌گویند.

$$V_m \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow V = V_m e^{j\varphi} = V_m \angle \varphi$$

یعنی دارای دامنه V_m و فاز φ است.

از آنجایی که فازور عدد مختلط است پیش از ادامه این اعداد را بررسی می‌کنیم.

$$e^{\pm j\theta} = \cos \theta \pm j \sin \theta, \cos \theta = \text{Real}(e^{j\theta}), \sin \theta = \text{Imaginary}(e^{j\theta})$$

فرم قطبی

$$Z = r e^{j\theta}$$

فرم حقیقی یا دکارتی

$$Z = a + jb$$

جمع دو عدد مختلط

$$\begin{cases} Z_1 = a_1 + jb_1 \\ Z_2 = a_2 + jb_2 \end{cases} \rightarrow Z = Z_1 + Z_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

ضرب دو عدد مختلط

$$\begin{cases} Z_1 = r_1 e^{j\theta_1} \\ Z_2 = r_2 e^{j\theta_2} \end{cases} \rightarrow Z = Z_1 \cdot Z_2 = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

تقسیم دو عدد مختلط

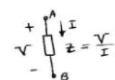
$$\begin{cases} Z_1 = r_1 e^{j\theta_1} \\ Z_2 = r_2 e^{j\theta_2} \end{cases} \rightarrow Z = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

امپدانس

در مبحث فازور (حوزه فرکانس) هر المان با امپدانس خود مشخص می‌شود. اگر فازور ولتاژ دو سر المان V و فازور جریان گذرنده از المان را I نامگذاری کنیم و البته جهت قراردادی ولتاژ و جریان رعایت شده باشد، امپدانس یا مقاومت ظاهری المان از رابطه

$$Z = \frac{V}{I} \text{ به دست می‌آید.}$$

واحد امپدانس اهم است.



بر خلاف مقاومت که همواره عدد حقیقی است، امپدانس Z در حالت کلی عددی مختلط است.

عکس امپدانس ادمیتانس نامیده می‌شود. ادمیتانس از رابطه $Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{V}$ به دست می‌آید. واحد ادمیتانس زیمنس است.

بر خلاف هدایت الکتریکی که عکس مقاومت الکتریکی است و همواره عددی حقیقی است ادمیتانس که عکس امپدانس است در حالت کلی عددی مختلط است.

$$Y_R = \frac{1}{R} \text{ ادمیتانس مقاومت} \quad Z_R = R \text{ امپدانس مقاومت}$$

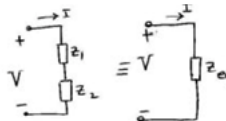
$$Y_L = \frac{1}{jL\omega} \text{ ادمیتانس سلف} \quad Z_L = jL\omega \text{ امپدانس سلف}$$

$$Y_C = jC\omega \text{ ادمیتانس خازن} \quad Z_C = \frac{1}{jC\omega} \text{ امپدانس خازن}$$

اگرچه فازور عدد مختلط است ولیکن هر عدد مختلط نمی تواند فازور باشد.
امپدانس عدد مختلط است اما فازور نیست.

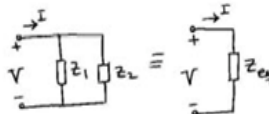
آرایش سری

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2$$

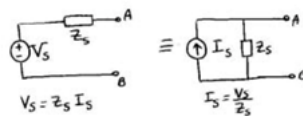


آرایش موازی

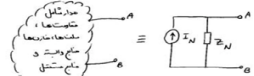
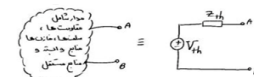
$$Z_{eq} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$$



تبدیل منابع در حوزه فرکانس



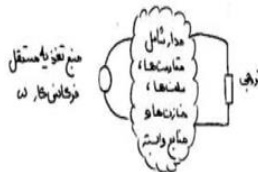
تونن و نرتن در حوزه فرکانس



$$\begin{aligned} V_{th} &= V_{OC} & V_{th} &= Z_N \cdot I_N \\ I_N &= I_{SC} & I_N &= \frac{V_{th}}{Z_{th}} \\ Z_{th} &= Z_N & Z_{th} &= Z_N \end{aligned}$$

تابع شبکه یا پاسخ فرکانسی

$$H(j\omega) = \frac{\text{فازور خروجی}}{\text{فازور ورودی}}$$



خروجی ولتاژ یا جریان است.

منبع تغذیه مستقل منبع سینوسی ولتاژ و یا منبع سینوسی جریان است.

توان

توان لحظه‌ای

$$P(t) = V(t) \cdot I(t)$$



توان متوسط

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt$$

المان پسیو یا مصرف کننده است اگر $P_{av} \geq 0$ باشد.

اگر $P_{av} \geq 0$ باشد لزوماً $P(t)$ توان لحظه‌ای همواره مثبت نیست کما اینکه سلف و یا خازن در زمان‌هایی توان تحویل می‌دهند که در نتیجه $P(t) < 0$ دارند در حالیکه چون $P_{av} \geq 0$ است جزء المان‌های پسیو طبقه بندی می‌شوند.

$$\begin{cases} V(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi_V) \\ i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_I) \end{cases} \rightarrow P_{av} = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\varphi_V - \varphi_I)$$



اگر ولتاژ دو سر المان و جریان گذرنده از المان هم فاز باشند ($\varphi_V = \varphi_I$) آنگاه $P_{av} = \frac{1}{2} V_m I_m$ حداکثر مقدار را دارد. تنها برای مقاومت و یا شبکه‌ای که خازن‌ها و سلف‌ها اثر یکدیگر را خنثی و در نتیجه امپدانس شبکه مقاومتی خالص باشد اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان صف است و در نتیجه P_{av} ماکزیمم است.

اگر اختلاف فاز ولتاژ و جریان ۹۰ درجه باشد، $\varphi_V - \varphi_I = 90$ آنگاه $P_{av} = 0$ خواهد بود. آنچه برای سلف ایده آل و یا خازن ایده آل اتفاق می‌افتد.

اصل جمع آثار برای توان متوسط برقرار است.

بیان توان متوسط بر حسب امپدانس

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_m \angle \varphi_V}{I_m \angle \varphi_I} = \frac{V_m}{I_m} \angle \varphi_V - \varphi_I$$



$$\text{Real}(Z) = \frac{V_m}{I_m} \cos(\varphi_V - \varphi_I)$$

$$P_{av} = \frac{1}{2} I_m^2 \text{Real}(Z) = \frac{1}{2} |I|^2 \text{Real}(Z)$$

المان پسیو است اگر $P_{av} \geq 0$ باشد با توجه به رابطه به دست آمده برای P_{av} بر حسب امپدانس Z المان پسیو است اگر $\text{Real}(Z) \geq 0$ باشد.

$\text{Real}(Z_C) = 0$ ، $\text{Real}(Z_L) = 0$ ، $\text{Real}(Z_R) = R \geq 0$ پس هر سه المان شناخته شده تاکنون پسیو هستند.

توان مختلط

$$S = \frac{1}{2} V I^* = \frac{1}{2} V_m e^{j\varphi_V} \cdot I_m e^{-j\varphi_I} = \frac{1}{2} V_m I_m e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}$$

$$S = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\varphi_V - \varphi_I) + j \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\varphi_V - \varphi_I)$$

قسمت حقیقی توان مختلط برابر توان اکتیو $P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\varphi_V - \varphi_I)$ و قسمت موهوم توان مختلط را توان راکتیو $Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\varphi_V - \varphi_I)$ می‌نامند.

وات متر

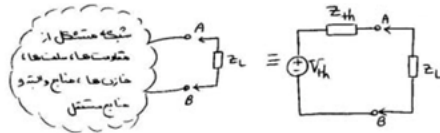
توان متوسط را که توسط بار مصرف می‌شود اندازه‌گیری می‌کند.

وار متر

توان راکتیو Q توسط بار را اندازه‌گیری می‌کند.

قضیه انتقال توان ماکزیمم

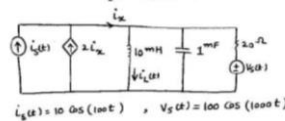
امپدانس بار Z_L یک امپدانس بار پیسو است، $\text{Real}(Z_L) \geq 0$ مقدار Z_L باید چنان انتخاب شود که توان متوسط دریافت شده توسط آن (در حالت دائمی سینوسی) ماکزیمم باشد.



در این حالت امپدانس بار ماکزیمم توان متوسط را دریافت می کند که مقدار ماکزیمم توان متوسط از رابطه زیر بدست می آید.

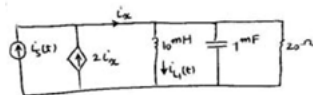
$$(P_{av})_{max} = \frac{|V_{th}|^2}{8R_L}, \quad R_L = \text{Real}(Z_L)$$

مثال) جریان گذرنده از سلف را در حالت دائمی سینوسی بدست آورید.



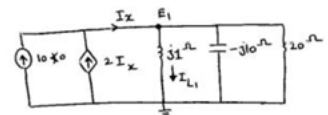
فرکانس دو منبع مستقل ولتاژ و جریان متفاوت است. از آنجایی که امپدانس سلف و خازن به فرکانس کار منبع وابسته است، بنابراین مدار بایستی با به کارگیری جمع آثار تحلیل شود.

منبع ولتاژ مستقل حذف و مدار را به ازاء منبع جریان تحلیل می کنیم.

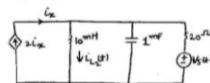


حال به ازاء فرکانس $\omega = 100 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$ امپدانس سلف و خازن را تعیین، فازور منبع جریان معین و برای تحلیل مدار را به حوزه فرکانس می بریم.

$$\begin{cases} \frac{E_1}{j1} + \frac{E_1}{-j10} + \frac{E_1}{20} = I_X \\ I_X = 2I_X + 10 \angle 0^\circ \rightarrow I_X = -10 \end{cases} \rightarrow I_{L_1} = 11.09 \angle 176.8^\circ \rightarrow I_{L_1}(t) = 11.09 \cos(100t + 176.8)$$

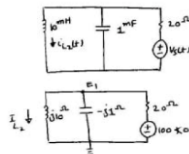


منبع جریان مستقل حذف و مدار را به ازاء منبع ولتاژ تحلیل می نماییم



بنابراین مدار به RLC موازی تبدیل می شود.

حال با توجه به فرکانس منبع تغذیه $\omega = 1000 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$ امپدانس سلف ها و خازن ها را بدست آورده و مدار را در حوزه فرکانس تحلیل می نماییم.



$$\begin{cases} \frac{E_1}{j10} + \frac{E_1}{-j1} + \frac{E_1 - 100\angle 0}{20} = 0 \\ I_{L_2} = \frac{E_1}{j10} \rightarrow I_X = -1 \end{cases} \rightarrow I_{L_2} = 0.554\angle -176.8 \rightarrow I_{L_2}(t) = 0.554\cos(100t - 176.8)$$

حال با توجه به اصل جمع آثار یا سوپر پوزیشن در حوزه زمان داریم :

$$I_L(t) = I_{L_1}(t) + I_{L_2}(t) = 11.09\cos(100t + 176.8) + 0.554\cos(100t - 176.8)$$