

الحمد لله
الرحمن
الرحيم



عنوان درس

سیگنال ها و سیستم ها



www.Mohebbii.ir



Mohebbii.ir@Gmail.com



[Mohebbiiir](https://www.t.me/Mohebbiiir)

استاد : دکتر سید محسن محبی

گروه : برق و کامپیوتر

دانشگاه آزاد اسلامی واحد بندرعباس

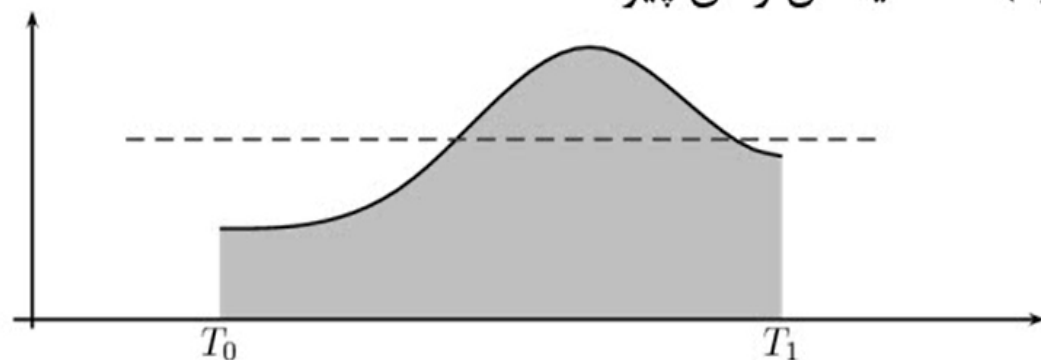
نیمسال اول ۱۴۰۴

۱-۲- سیگنال

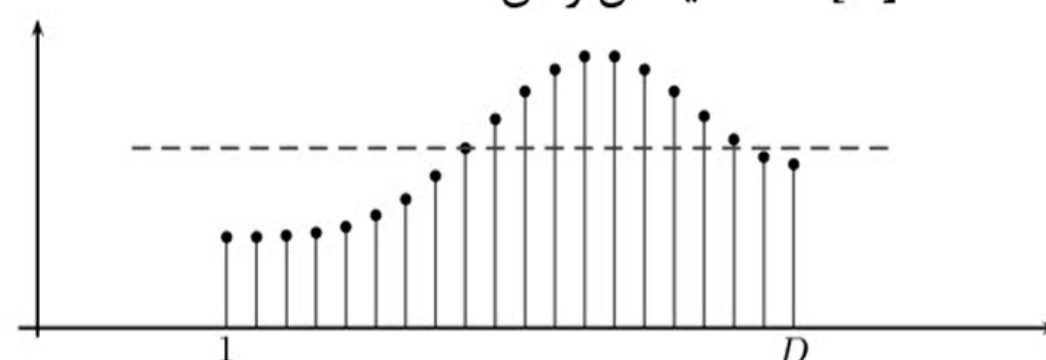
۱-۲-۱ تعریف سیگنال

سیگنال تابعی است که حاوی اطلاعاتی درباره رفتار فیزیکی یک سیستم است.

$x(t)$: سیگنال زمان پیوسته



$x[n]$: سیگنال زمان گسسته

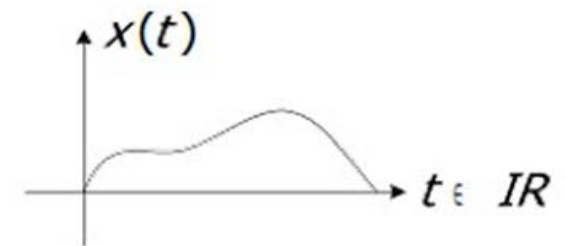


t, n متغیرهای مستقل و x متغیر وابسته یا تابع می باشد.

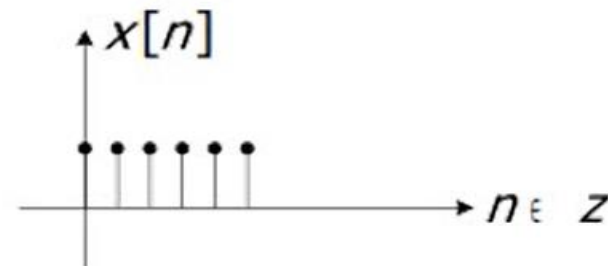
۱-۲- سیگنال

۱-۲-۲- طبقه بندی سیگنال ها

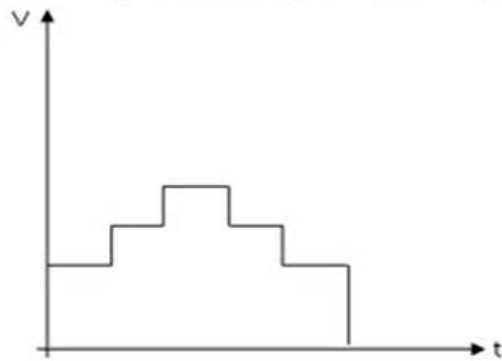
- سیگنال های زمان پیوسته



- سیگنال های زمان گسسته



- سیگنال های دیجیتال



* بدیهی است که با نمونه برداری از سیگنال زمان پیوسته می توان سیگنال زمان گسسته را به دست آورد.

۱-۲- سیگنال

۱-۲-۳- سیگنال های زوج و سیگنال های فرد

$$\begin{array}{ll} x[n] = x[-n] & \text{یا زوج, Even } x(t) = x(-t) \\ x[n] = -x[-n] & \text{یا فرد, Odd } x(t) = -x(-t) \end{array}$$

تذکر ۱: سیگنال فرد گسسته بالاجبار در مبدا مختصات مقدار صفر دارد.

تذکر ۲: هر سیگنال دلخواه را می توان به صورت مجموع دو سیگنال زوج و فرد نوشت.

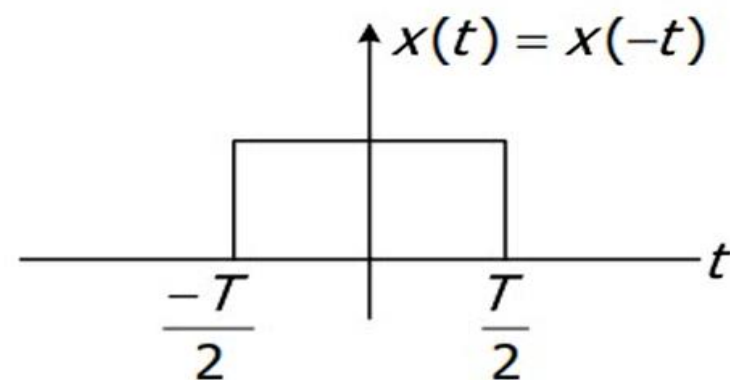
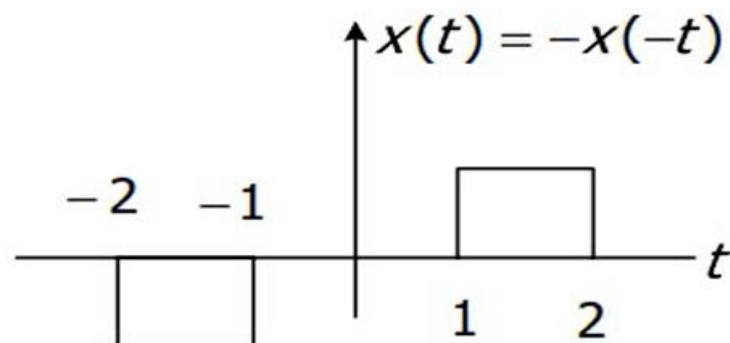
$$x(t) = \text{Even}(x(t)) + \text{Odd}(x(t))$$

$$\text{Even}(x(t)) = \frac{1}{2}(x(t) + x(-t))$$

$$\text{Odd}(x(t)) = \frac{1}{2}(x(t) - x(-t))$$

۱-۲- سیگنال

مثال (۱)



۱-۲-۴- سیگنال متناوب

سیگنال متناوب به سیگنالی گفته می شود که در بازه های زمانی مشخص عینا تکرار شده باشد.

$$x(t) = x(t + T) = x(t + kT) \quad \omega_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x[n] = x[n + N] = x[n + kN] \quad \Omega_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{N} \quad k \in \mathbb{Z}$$

۱-۲- سیگنال

تذکر ۱: بدیهی است که اگر N, T دوره تناوب باشند ۲ برابر و ۳ برابر و... آن هم دوره تناوب است.

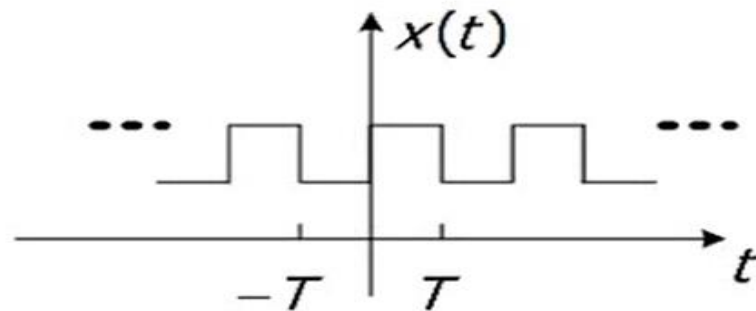
تذکر ۲: کوچکترین دوره تناوب دوره تناوب اصلی است. (T در پیوسته، N در گسسته) و فرکانس تعریف شده

با کوچکترین دوره تناوب T فرکانس اصلی است. (ω_0 در پیوسته، Ω_0 در گسسته)

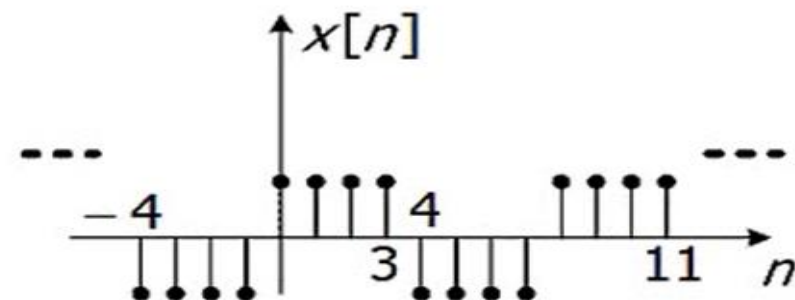
تذکر ۳: دوره تناوب سیگنال زمان پیوسته (T) باید عدد مثبت باشد، در حالی که دوره تناوب سیگنال زمان گسسته (N)

علاوه بر مثبت بودن بایستی صحیح نیز باشد.

مثال (۲)



دوره تناوب اصلی $2T$



دوره تناوب اصلی $N = 8$

۱-۲- سیگنال

۱-۲-۵- سیگنال های انرژی و توان

- تعریف انرژی:

(۱) برای سیگنال های پیوسته (نامتناوب): $E_y = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |y(t)|^2 dt$ و متناوب $(y(t) = y(t + T_0))$: $E_y = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |y(t)|^2 dt$

(۲) برای سیگنال های گسسته (نامتناوب): $E_y = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |y[n]|^2$ و متناوب $(y[n] = y[n + N_0])$: $E_y = \sum_{n=0}^{N_0-1} |y[n]|^2$

* یک سیگنال به عنوان سیگنال انرژی شناخته می شود اگر و تنها اگر مقدار انرژی آن محدود باشد.

- تعریف توان:

(۱) برای سیگنال های پیوسته (متناوب و یا نامتناوب): $p_y = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |y(t)|^2 dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |y(t)|^2 dt$

(۲) برای سیگنال های گسسته (نامتناوب): $p_y = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |y[n]|^2$ و متناوب: $p_y = \frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} |y[n]|^2$

* یک سیگنال به عنوان سیگنال توان شناخته می شود اگر و تنها اگر مقدار توان آن محدود باشد.

۱-۲- سیگنال

۱-۲-۶- عملیات روی متغیر وابسته

$$y[n] = Ax[n] \quad (۱)$$

$$y(t) = Ax(t) \quad (۱)$$

$$y[n] = x_1[n] + x_2[n] \quad (۲)$$

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (۲)$$

$$y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n] \quad (۳)$$

$$y(t) = x_1(t) \cdot x_2(t) \quad (۳)$$

$$y[n] = x[n] - x[n-1] \quad (۴)$$

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (۴)$$

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^n x[m] \quad (۵)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\lambda) d\lambda \quad (۵)$$

۱-۲- سیگنال

۱-۲-۷- عملیات روی متغیر مستقل

الف- شیفت زمانی

$$y[n] = x[n - n_0] \qquad y(t) = x(t - t_0)$$

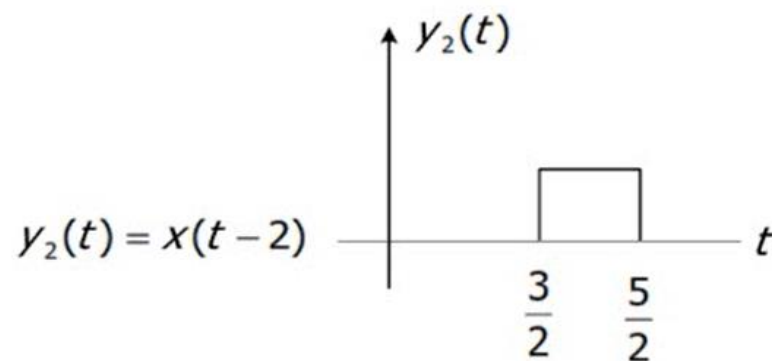
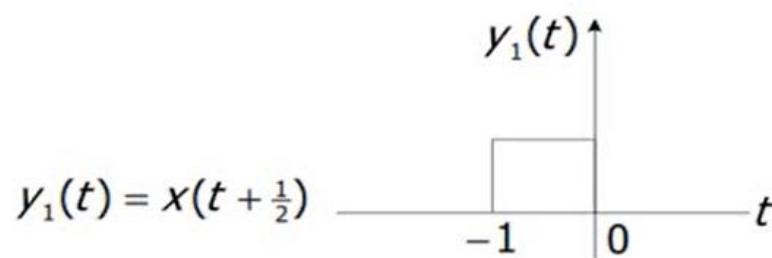
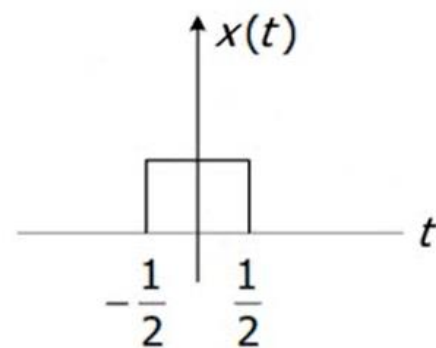
شیفت به راست: اگر $t_0 > 0$ باشد $X(t)$ را به اندازه t_0 به سمت راست شیفت می دهیم تا $y(t)$ به دست آید.
شیفت به چپ: اگر $t_0 < 0$ باشد $X(t)$ را به اندازه t_0 به سمت چپ شیفت می دهیم تا $y(t)$ به دست آید.

تذکر ۱: چنان چه $t_0 > 0$ باشد، سیگنال $x(t - t_0)$ از $X(t)$ عقب تر است (به لحاظ زمانی) و چنان چه $t_0 < 0$ باشد، سیگنال $x(t - t_0)$ از $X(t)$ جلوتر است.

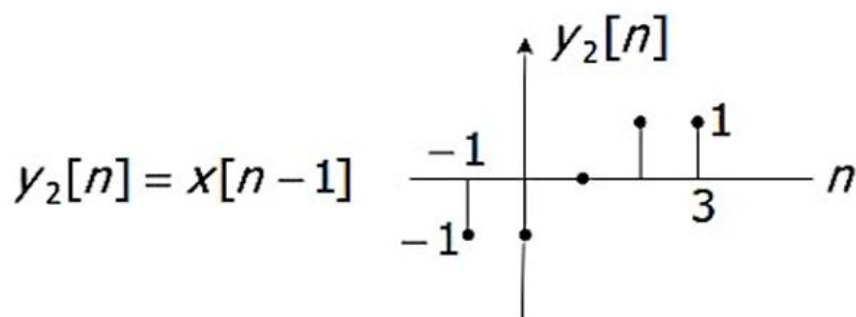
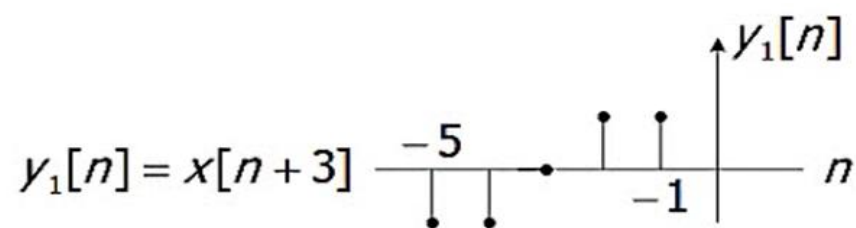
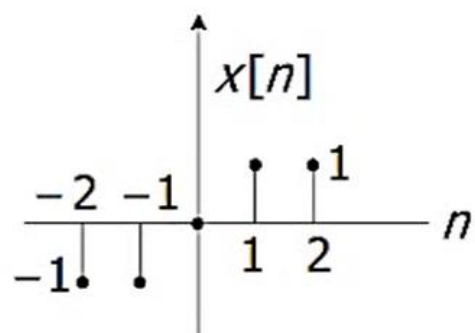
تذکر ۲: در مورد سیگنال های زمان گسسته نیز بسته به اینکه n_0 مثبت و یا منفی باشد، سیگنال $X[n]$ را به راست و یا چپ به اندازه n_0 واحد شیفت می دهیم تا $y[n]$ به دست آید.

۱-۲- سیگنال

مثال (۳)



مثال (۴)



۱-۲- سیگنال

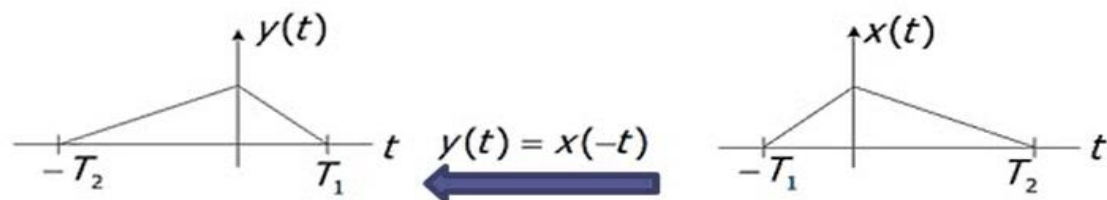
تذکر: در بسیاری از مسائل با استفاده از شیفت زمانی می توان سیگنالی را به صورت زوج یا فرد در آورد.
ب- وارون سازی زمانی:

$$y[n] = x[-n]$$

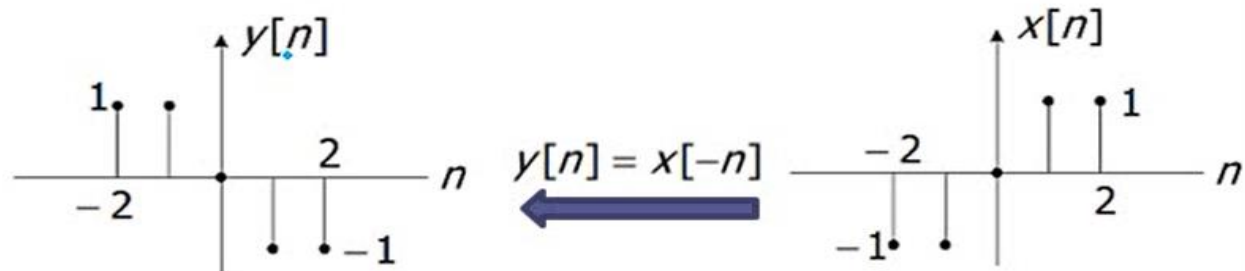
$$y(t) = x(-t)$$

$x(-t)$ یا $x[-n]$ انعکاس $x(t)$ و یا $x[n]$ نسبت به محور قائم می باشند.

مثال (۵)

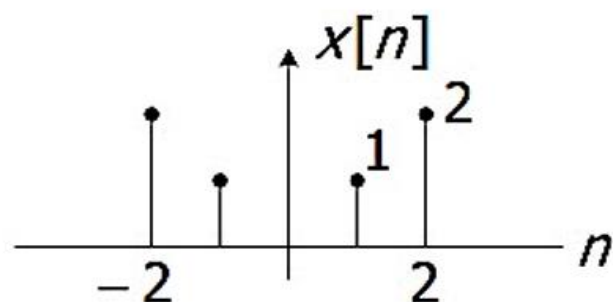


مثال (۶)

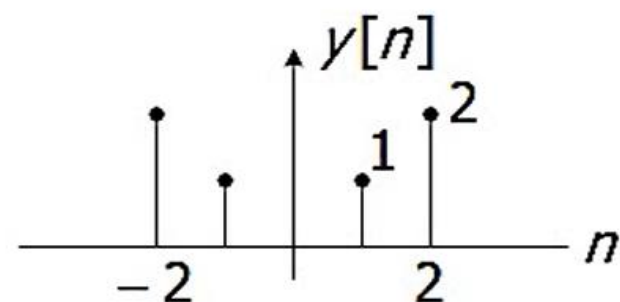


۱-۲- سیگنال

مثال (۷)



$$y[n] = x[-n]$$



* برای سیگنالی که نه زوج و نه فرد است وارون زمانی آن نه فرد و نه زوج است. اما برای سیگنال زوج وارون زمانی زوج است، ولی برای سیگنال فرد با توجه به خاصیت $x[n] = -x[-n]$ وارون زمانی آن $-x[n]$ است.

پ- تغییر مقیاس زمانی

$$y[n] = x\left[\frac{1}{k}n\right] \quad ; k \in \mathbb{Z} \quad \text{یا} \quad y[n] = x[kn]$$

$$y(t) = x(at) \quad ; a \in \mathbb{R}$$

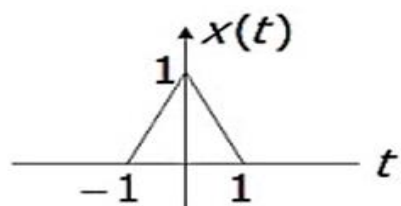
۱-۲- سیگنال

الف) اگر $|a| > 1$ باشد، $y(t)$ فشرده شده سیگنال $x(t)$ خواهد بود.

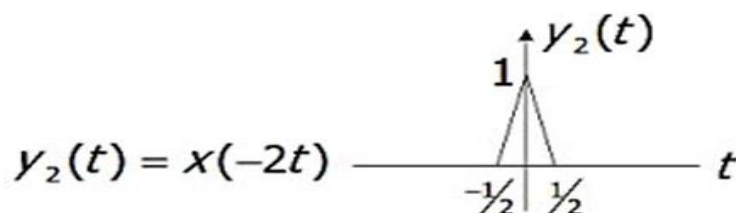
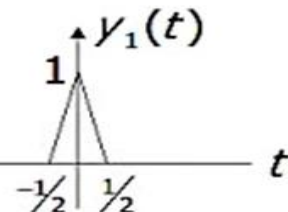
ب) اگر $|a| < 1$ باشد، $y(t)$ گسترش یافته یا باز شده سیگنال $x(t)$ خواهد بود.

ج) اگر $a < 0$ باشد، باید بعد از تغییر مقیاس، وارونی زمان نیز اعمال شود.

تذکر: در زمان پیوسته ماهیت سیگنال عوض نمی شود، اما در زمان گسسته ماهیت سیگنال تغییر می کند و سیگنال جدیدی به دست می آید.



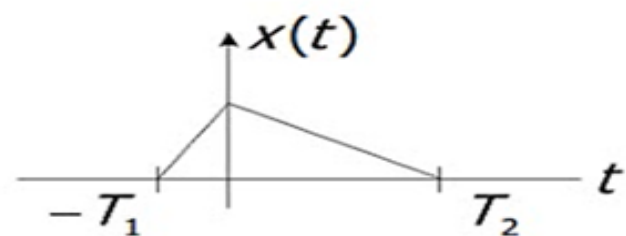
$$y_1(t) = x(2t)$$



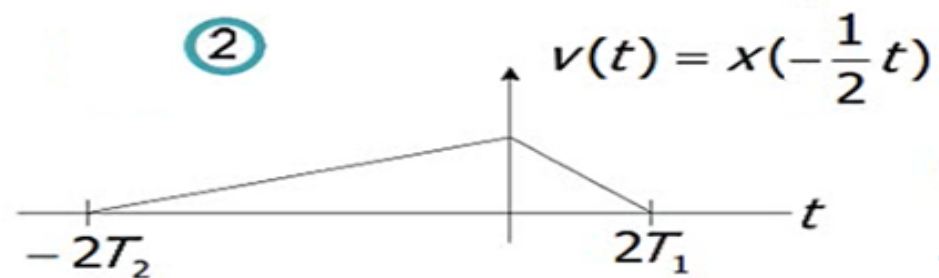
مثال ۸

۱-۲- سیگنال

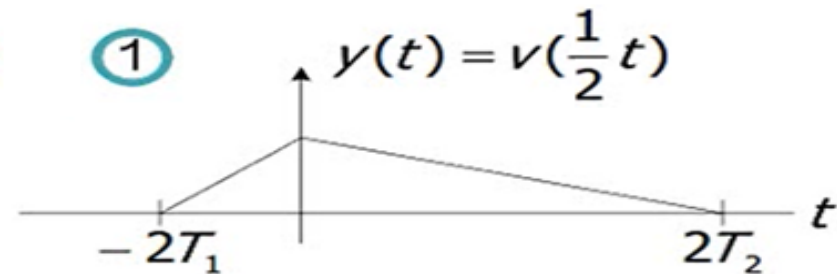
مثال ۹)



$$y(t) = x\left(-\frac{1}{2}t\right)$$

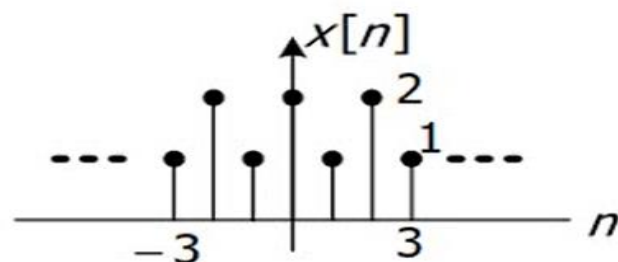


وارون زمانی



$$y_1[n] = x[2n], \quad N = 2$$

مثال ۱۰)



۱-۲- سیگنال

برای حل این گونه مسائل به روش زیر عمل می کنیم:

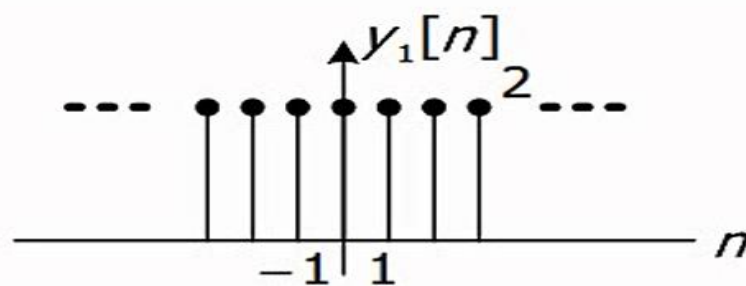
با جایگذاری n در فرمول $y[n]$ مقادیر به دست آمده بر حسب $x[n]$ می باشند.

$\vdots$

$$y[-1] = x[-2] = 2$$

$$y[1] = x[2] = 2$$

$$y[0] = x[0] =$$



$$y[2] = x[4]$$

$\vdots$

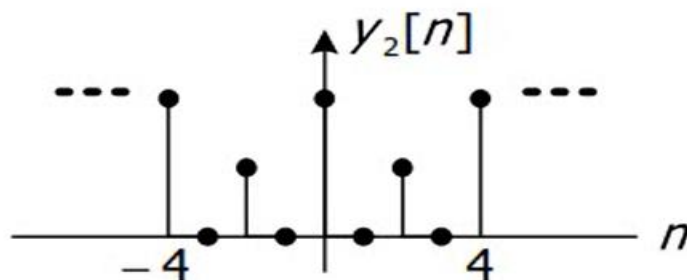
دوره تناوب سیگنال جدید $x[2n]$ برابر $N=1$ است.

تذکر: $y[n]=x[kn]$ نسبت به $x[n]$ فشرده شده ، که برخی از مقادیر را از دست می دهد.

۱-۲- سیگنال

$$y_2[n] = x[\frac{1}{2}n]$$

مثال (۱)



$$\begin{aligned} &\vdots \\ y[-1] &= 0 \\ y[0] &= x[0] = 2 \\ y[1] &= x[\frac{1}{2}] = 0 \\ y[2] &= x[1] = 1 \\ &\vdots \end{aligned}$$

دوره تناوب سیگنال جدید برابر $N=4$ است.

تذکر: $y[n] = x[\frac{1}{k}n]$ نسبت به $x[n]$ باز شده که در نتیجه تعدادی صفر به $y[n]$ اضافه خواهد شد.

بدین ترتیب ماهیت سیگنال گسسته در اثر تغییر مقیاس زمانی تغییر می کند.

تذکر: اگر سیگنال زمان پیوسته و یا زمان گسسته متناوب باشند، در اثر تغییر مقیاس زمانی در اثر فشرده شدن، دوره تناوب سیگنال جدید کم شده و در اثر باز شدن، دوره تناوب سیگنال جدید افزایش می یابد.

۱-۲- سیگنال

۱-۲-۸- رسم سیگنال به روش منظم

- برای سیگنال های پیوسته:

$$y(t) = x(at - b)$$

$$x(t) \rightarrow v(t) = x(t - b)$$

$$v(t) \rightarrow y(t) = v(at) = x(at - b)$$

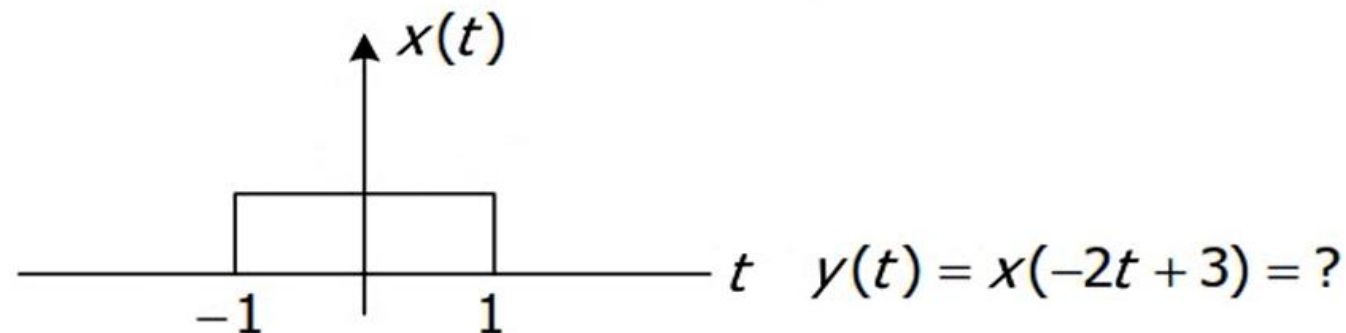
- برای سیگنال های گسسته:

$$y[n] = x[kn - n_0] \quad (x[\frac{1}{k}n - n_0])$$

$$x[n] \rightarrow v[n] = x[n - n_0]$$

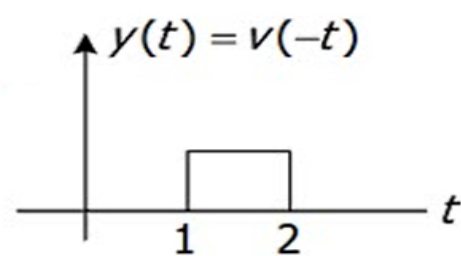
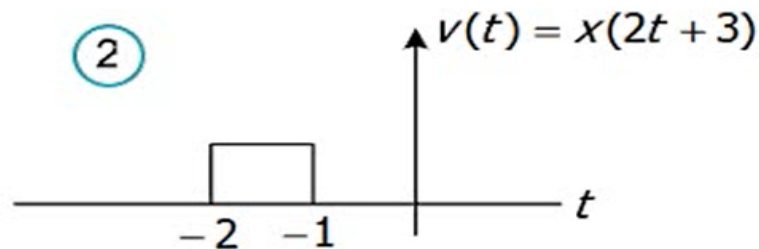
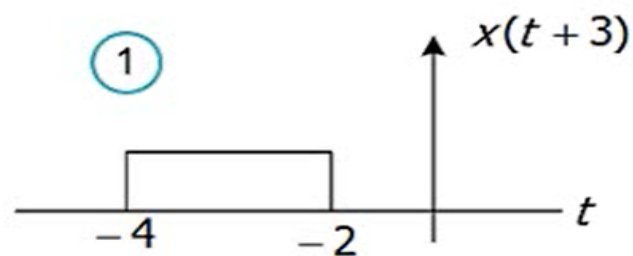
$$v[n] \rightarrow y[n] = v[kn] = x[kn - n_0] \quad (x[\frac{1}{k}n - n_0])$$

مثال ۱۲)

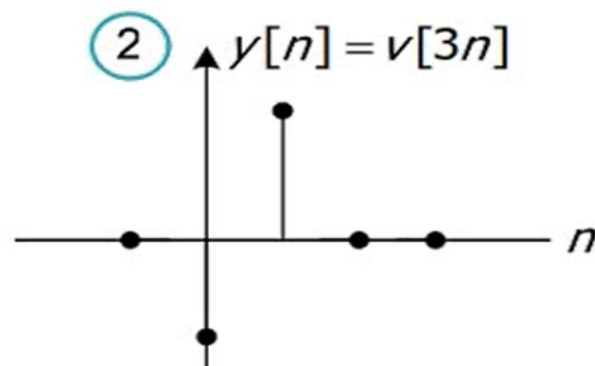
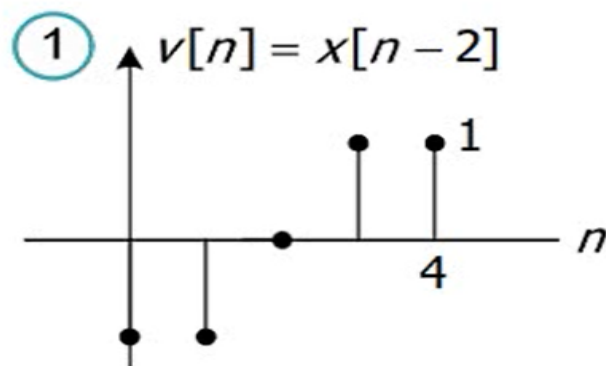
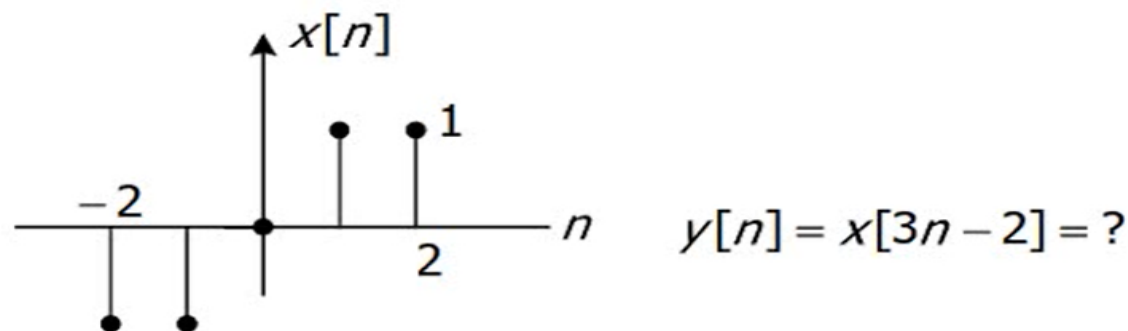


۱-۲- سیگنال

- حل مثال ۱۲:



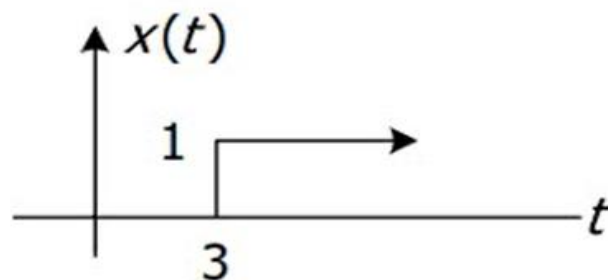
مثال ۱۳



۱-۲- سیگنال

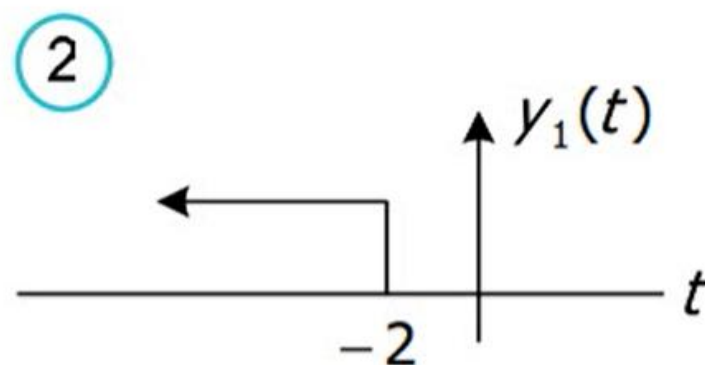
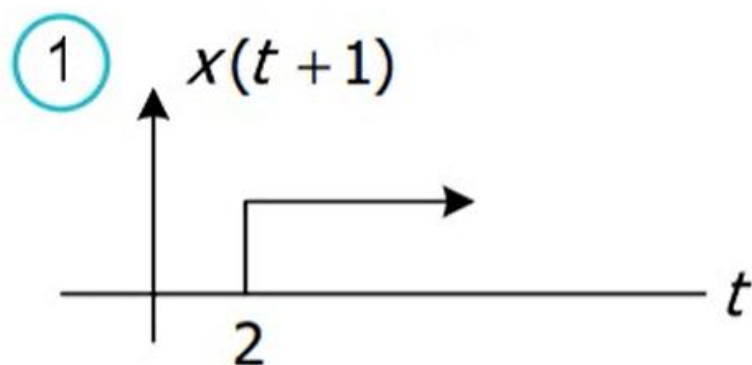
مثال ۱۴

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ 1 & t \geq 3 \end{cases}$$



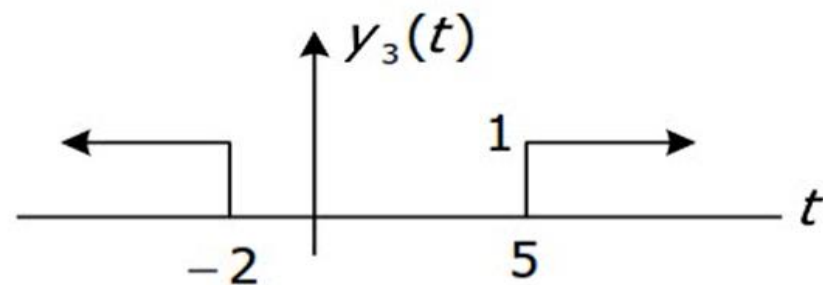
$$y_1(t) = x(1-t)$$

الف)

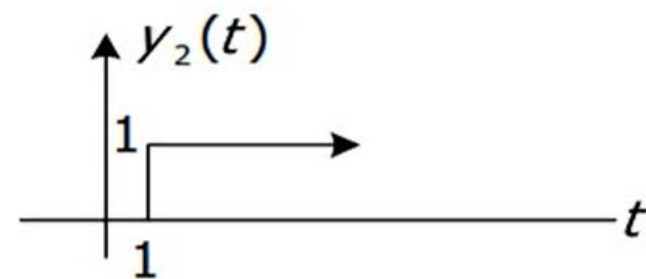


۱-۲- سیگنال

ج) $y_3(t) = x(1-t) + x(t-2)$

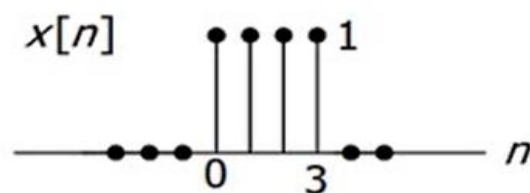


ب) $y_2(t) = x(3t)$



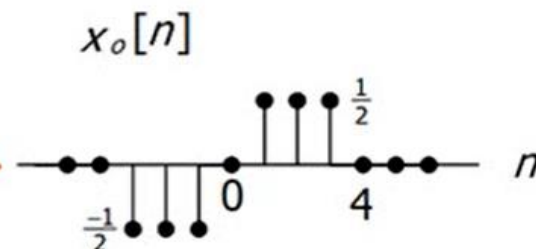
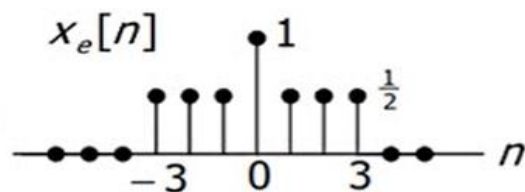
مثال ۱۵) مطلوب است قسمت زوج و فرد سیگنال زیر؟

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$



مید/نیم

$$\begin{cases} x_e = \frac{1}{2}(x[n] + x[-n]) \\ x_o = \frac{1}{2}(x[n] - x[-n]) \end{cases}$$



توان و انرژی سیگنال : برای سیگنال های گسسته و پیوسته ، انرژی و توان سیگنال ها به صورت زیر تعریف میشود :

پیوسته

گسسته

انرژی

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2$$

توان

$$P = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$$

$$P = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} |x[n]|^2$$

تست ۶: توان سیگنال زیر چقدر است؟

$$h(t) = \begin{cases} 2 & t < -10 \\ 4 & -10 < t < 10 \\ 6 & t \geq 10 \end{cases}$$

۱- حالت پیوسته داریم.

۲- توان سیگنال داده شده مورد نظر است.

$$P = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$$

$$P = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \left(\int_{-T}^{-10} |2|^2 dt + \int_{-10}^{+10} |4|^2 dt + \int_{+10}^{+T} 6^2 dt \right)$$

$$P = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} (4(T - 10) + (2 * 16 * 10) + 36(T - 10)) = 20$$

سیستم خطی: سیستمی را خطی می گویند که هرگاه پاسخ به ورودی $Ax_1(t)$ برابر $Ay_1(t)$ و پاسخ به ورودی $Ax_2(t)$ برابر $Ay_2(t)$ باشد، آنگاه پاسخ به ورودی $Ax_1(t) + Ax_2(t)$ برابر $Ay_1(t) + Ay_2(t)$ باشد.

به عنوان مثال فرض کنید که ورودی ای را پس از عبور از سیستم، به یک اسیلوسکوپ وصل کرده ایم. اکنون میخواهیم پس از مشاهده خروجی بر روی اسیلوسکوپ، با ۵ برابر کردن دامنه ورودی (در صورتی که اشباع پیش نیاید) خروجی نیز ۵ برابر شود. اگر این اتفاق بیفتد، سیستم **خطی** است و در غیر این صورت سیستم را **غیر خطی** می گویند.

با A برابر کردن ورودی، خروجی نیز A برابر شود

سیستمی که خطی است

پاسخ به ورودی $Ax_1(t) + Ax_2(t)$ برابر $Ay_1(t) + Ay_2(t)$ باشد.

مثال: کدام یک از سیستم های زیر ، خطی است ؟

$$y(t) = x(t) - 1$$

$$y(t) = (x(t))^3$$

مثال: کدام یک از سیستم های زیر ، خطی است ؟

$y(t) = x(t) - 1$



$x'(t) = Ax(t) \Rightarrow y'(t) = Ax(t) - 1 \neq Ay(t) \quad : \quad y(t) = x(t) - 1$

$x'(t) = x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow y'(t) = x_1(t) + x_2(t) - 1 \neq y_1(t) + y_2(t)$

$y(t) = (x(t))^3$

مثال: کدام یک از سیستم های زیر، خطی است؟

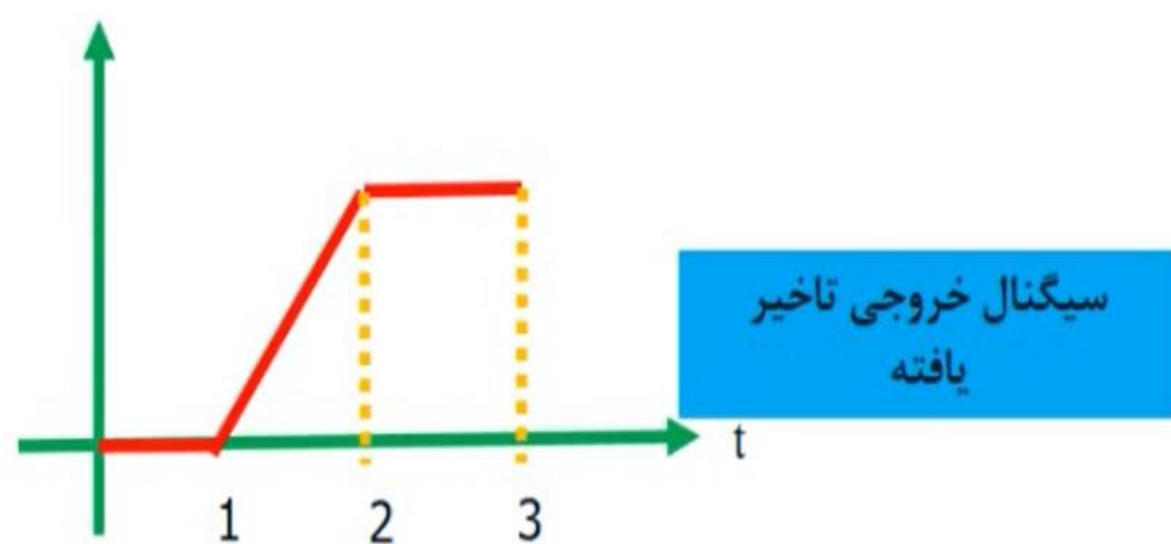
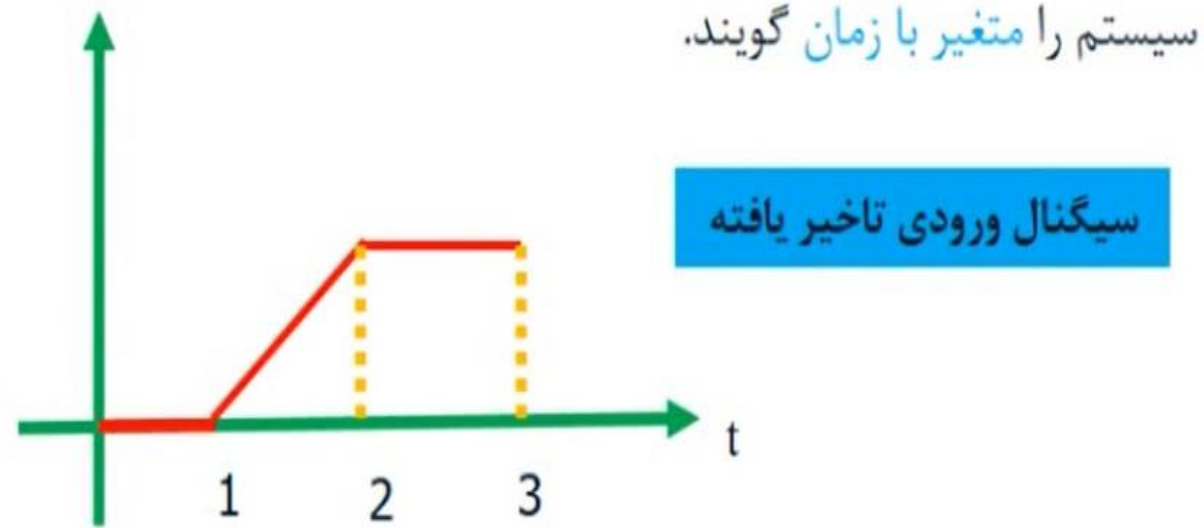
$y(t) = x(t) - 1$  $x'(t) = Ax(t) \Rightarrow y'(t) = Ax(t) - 1 \neq Ay(t) : y(t) = x(t) - 1$

 $x'(t) = x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow y'(t) = x_1(t) + x_2(t) - 1 \neq y_1(t) + y_2(t)$

$y(t) = (x(t))^3$  $x'(t) = Ax(t) \Rightarrow y'(t) = (Ax(t))^3 = A^3(x(t))^3 \neq Ay(t) : y(t) = (x(t))^3$

 $x'(t) = x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow y'(t) = (x_1(t) + x_2(t))^3 \neq y_1(t) + y_2(t)$

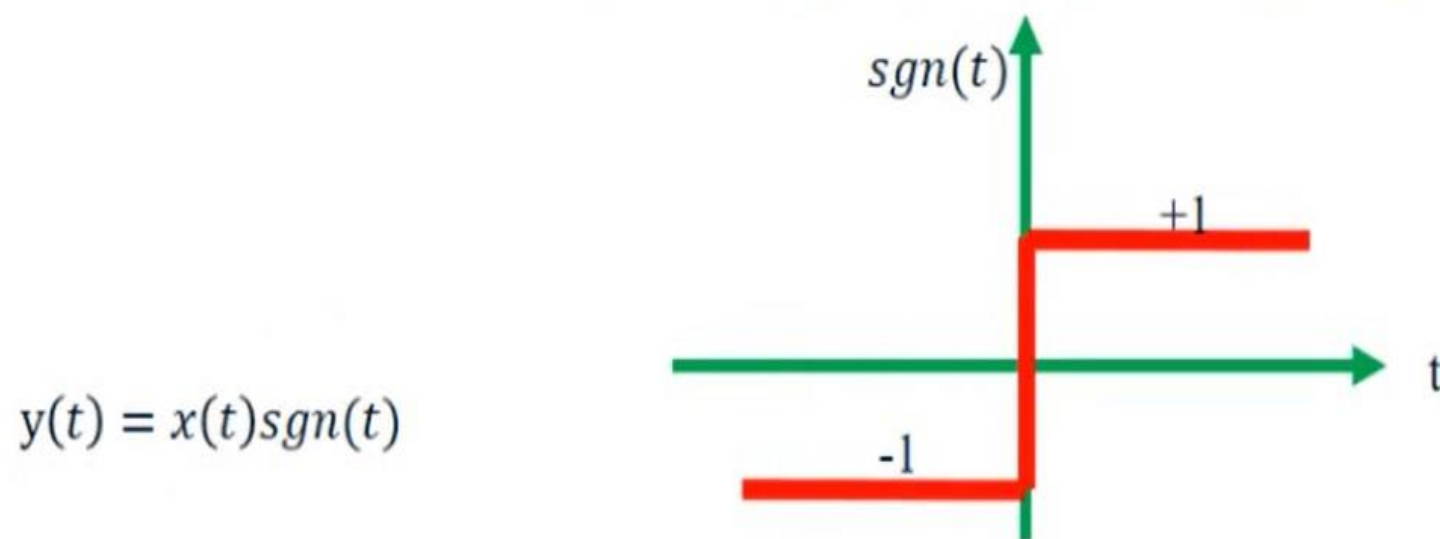
سیستم های متغیر با زمان و تغییر ناپذیر با زمان : اگر پاسخ سیستم به ورودی $x(t)$ برابر $y(t)$ باشد ، آنگاه در صورتی که پاسخ سیستم به ورودی $x(t - t_0)$ برابر $y(t - t_0)$ باشد ، در این صورت سیستم را **تغییر ناپذیر با زمان** گویند و در صورتی که این شرط برقرار نباشد ، سیستم را **متغیر با زمان** گویند.



مفهوم تغییر پذیر با زمان بودن را میتوان اینگونه بیان کرد که بسته به اینکه در چه زمانی قرار داریم ، چه پاسخی از سیستم دریافت خواهیم کرد. به عنوان مثال فرض کنید که ضابطه ی زیر برای معرفی رابطه بین ورودی و خروجی یک سیستم تعریف شده است :

$$y(t) = \begin{cases} -x(t), & t < 0 \\ x(t), & t \geq 0 \end{cases}$$

با بررسی این ضابطه متوجه می شویم بسته به اینکه در چه زمانی قرار داشته باشیم (مثبت یا منفی) ، سیستم تغییر می کند و پاسخ متفاوتی از خود نشان میدهد. در چنین مواردی میتوان سیستم را به صورت زیر مدل کرد :



$$y(t) = x(t)sgn(t)$$

اکنون میخواهیم این سیستم را با جزئیات بیشتری مورد بررسی قرار دهیم تا مفهوم تغییر ناپذیری با زمان را بهتر درک کنیم:

$$y(t) = x(t)sgn(t)$$

اگر ورودی $x(t - t_0)$ را به سیستم اعمال کنیم خواهیم داشت :

$$y'(t) = \text{خروجی جدید} = x(t - t_0)sgn(t)$$

اما طبق تعریف باید خروجی $y(t - t_0)$ را بگیریم که مقدار این خروجی برابر است با :

$$y(t - t_0) = x(t - t_0)sgn(t - t_0)$$

اما **خروجی جدید** با $y(t - t_0)$ متفاوت است. همان طور که در تعریف تغییر پذیر با زمان بودن گفتیم ، در صورتی که این دو

خروجی با هم برابر **نباشند** ، سیستم تغییر پذیر با زمان خواهد بود.

حتی اگر ضریب پشت t منفی بود ، سیستم تغییر پذیر با زمان است.

مثال : تغییر پذیر با زمان بودن یا نبودن سیستم زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{5t} x(\tau) d\tau$$

برای حل سوال ، ابتدا ورودی $x(t) = u(t)$ را در نظر گرفته و سپس پاسخ سیستم به این ورودی را به دست می آوریم :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{5t} u(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^0 u(\tau) d\tau + \int_0^{5t} u(\tau) d\tau = 0 + 5t = 5t$$

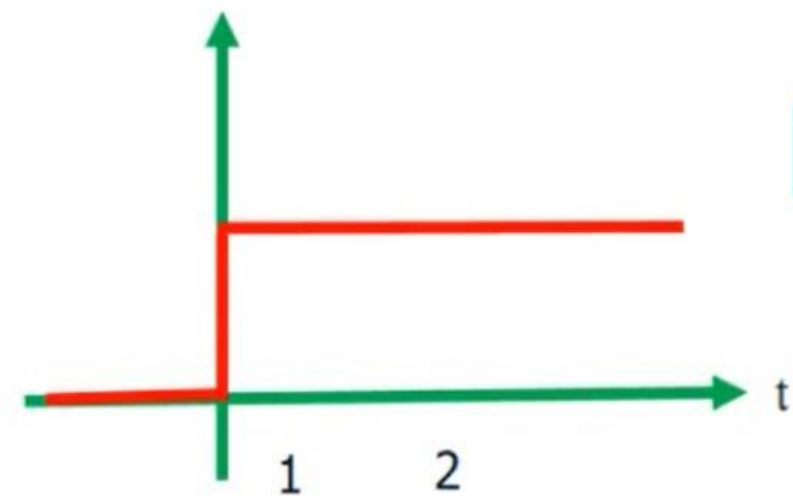
برای حل سوال ، ابتدا ورودی $x(t) = u(t - 1)$ را در نظر گرفته و سپس پاسخ سیستم به این ورودی را

$$y(t) = \int_{-\infty}^{5t} u(\tau - 1) d\tau = \int_{-\infty}^1 u(\tau - 1) d\tau + \int_1^{5t} u(\tau - 1) d\tau = 0 + \int_1^{5t} u(\tau - 1) d\tau$$

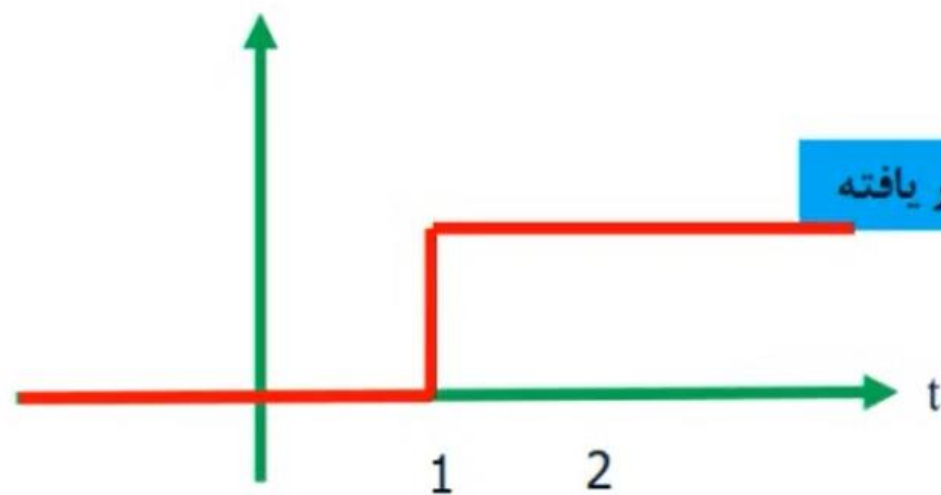
به دست آوریم :

در صورتی که بخواهیم دو حالت گفته شده را رسم نماییم ، خواهیم داشت :

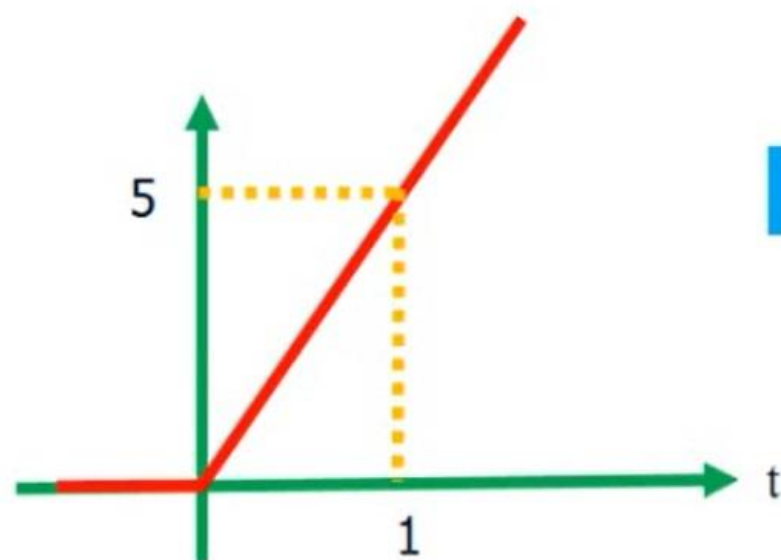
سیگنال ورودی



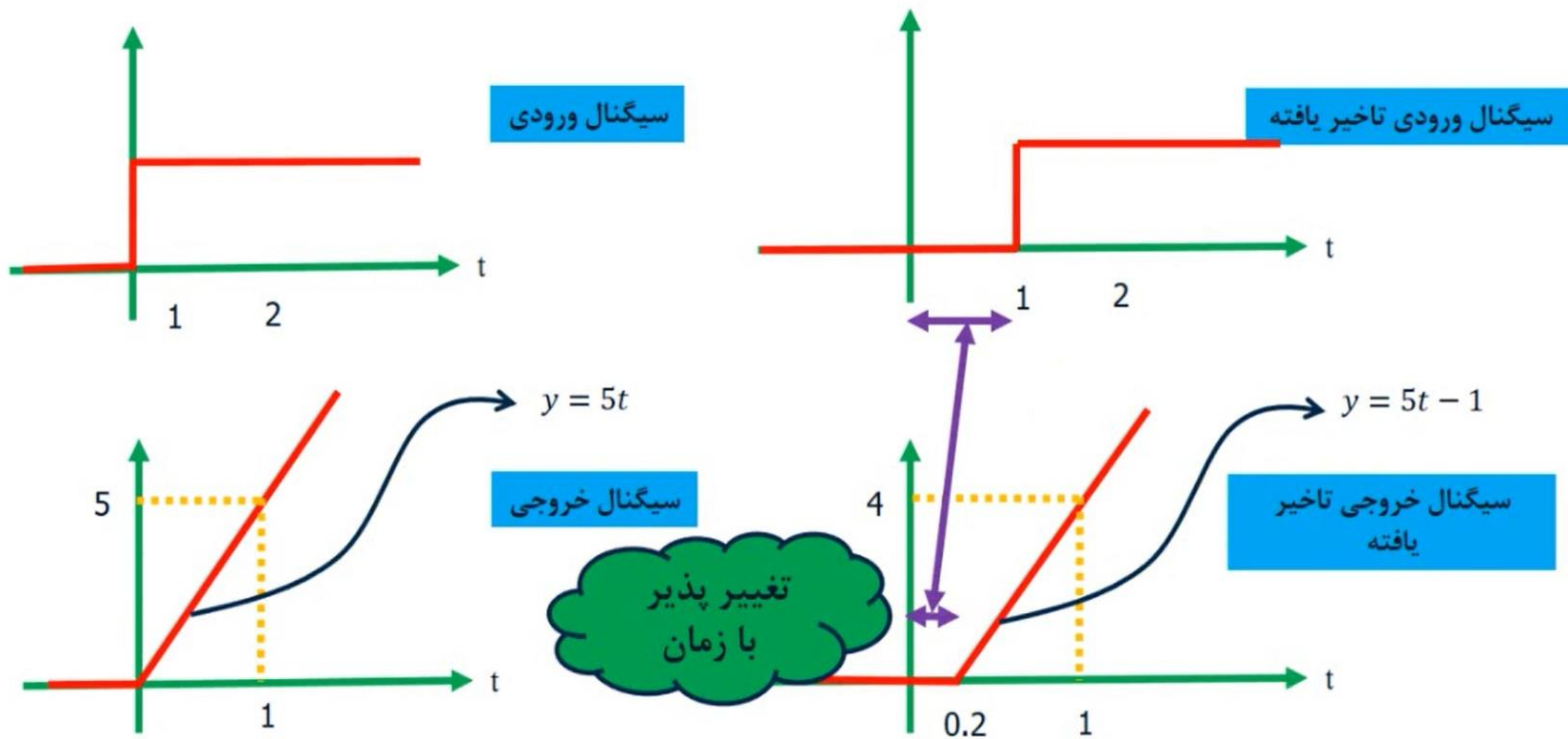
سیگنال ورودی تاخیر یافته



سیگنال خروجی



در صورتی که بخواهیم دو حالت گفته شده را رسم نماییم ، خواهیم داشت :



سیستم های حافظه دار و بدون حافظه : سیستمی را بدون حافظه گویند هرگاه خروجی در لحظه خاص به ورودی در گذشته یا آینده بستگی نداشته باشد.

مثال : حافظه دار بودن یا بدون حافظه بودن سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = 2x(t)$$

در این سیستم ، هیچ لحظه ای را نمیتوان یافت که خروجی در آن لحظه به ورودی در گذشته یا آینده بستگی داشته باشد. پس سیستم بدون حافظه است.

$$y(t) = x(2t)$$

در این سیستم ، خروجی در لحظه ۲ ، به ورودی در لحظه ۴ (یعنی آینده) وابسته است. پس سیستم حافظه دار است.

$$y(t) = \sin(x(t))$$

در این سیستم ، هیچ لحظه ای را نمیتوان یافت که خروجی در آن لحظه به ورودی در گذشته یا آینده بستگی داشته باشد. پس سیستم بدون حافظه است. دقت کنید که $\sin(t)$ بدون تاثیر است.

$$y(t) = x(\sin(t))$$

در این سیستم ، خروجی در لحظه ۵ به ورودی گذشته بستگی دارد پس سیستم حافظه دار است. پس سیستم بدون حافظه است.

سیستم های علی و غیر علی: سیستمی را علی گویند هر گاه خروجی در لحظه $t = t_0$ به ورودی در $t > t_0$ بستگی نداشته باشد.

مثال: علی بودن یا نبودن سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = x(t - 1)$$

در این سیستم، خروجی در کلیه لحظه های t_0 به ورودی در $t > t_0$ بستگی ندارد. پس سیستم علی است.

$$y(t) = \int_{t-5}^0 x(\tau) d\tau$$

در این سیستم، خروجی در لحظه $t = -2$ به ورودی در بازه $\int_{-7}^0 x(\tau) d\tau$ بستگی دارد پس سیستم غیر علی است.

$$y(t) = x(1) + x(t)$$

در این سیستم، خروجی در لحظه $t = 0$ به ورودی در $t = 1$ بستگی دارد پس سیستم غیر علی است.

سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.

مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

اگر ورودی $x(t) = u(t)$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = r(t)$ ، پس سیستم ناپایدار است.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$

سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.
مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

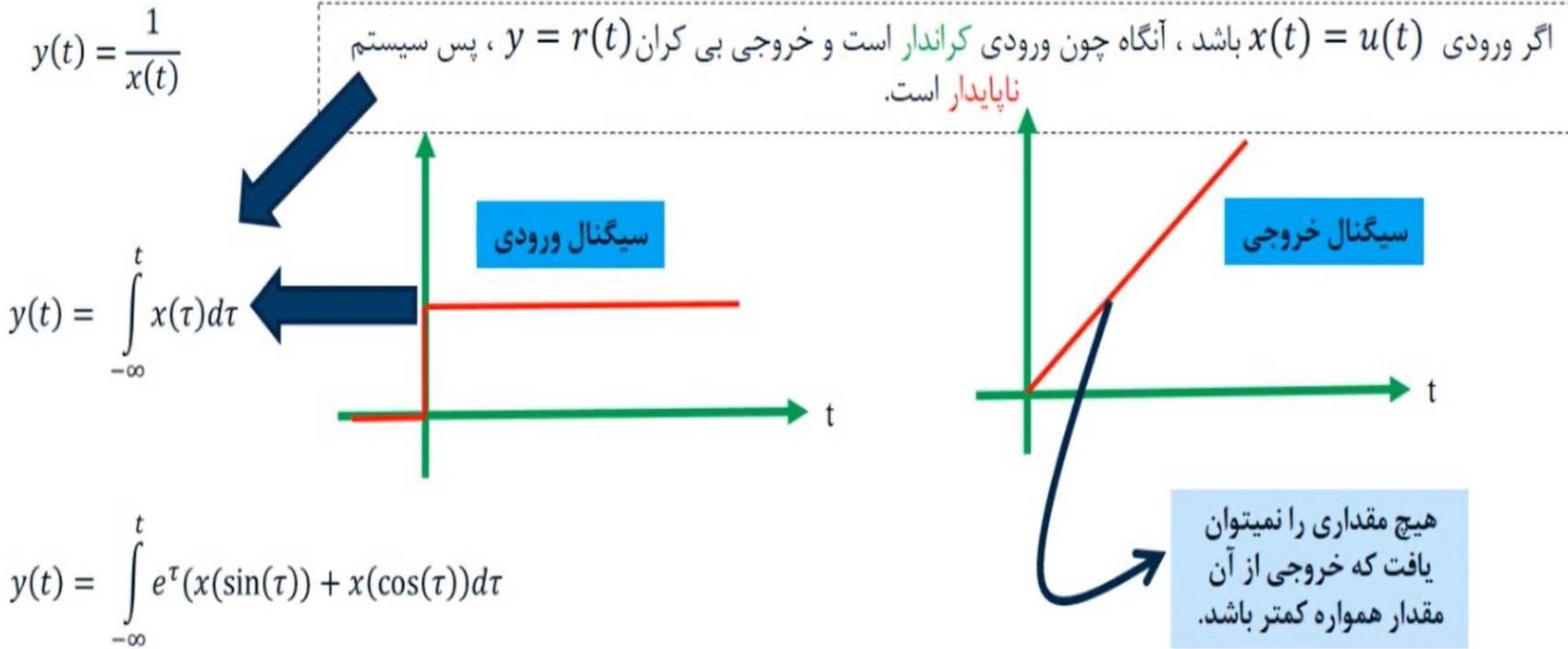
$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

اگر ورودی $x(t) = u(t)$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = r(t)$ ، پس سیستم ناپایدار است.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$

سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.

مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.



سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.

مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$

اگر ورودی $x(t) = A$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = 2Ae^t$ ، پس سیستم ناپایدار است.

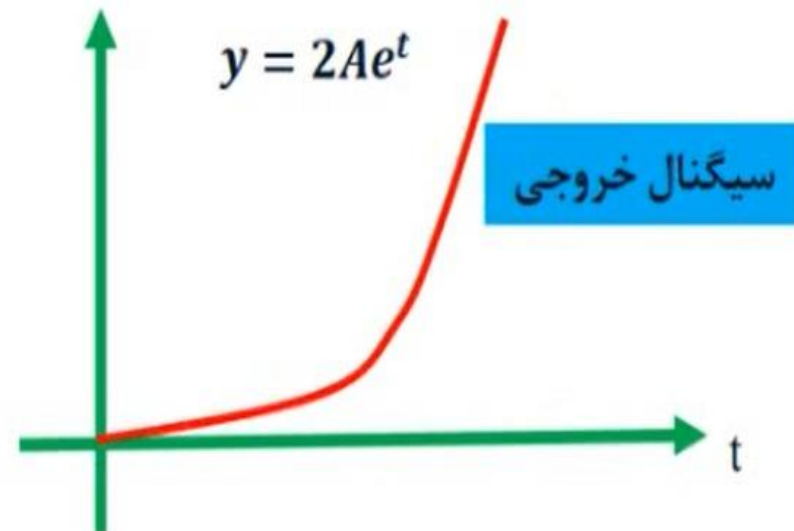
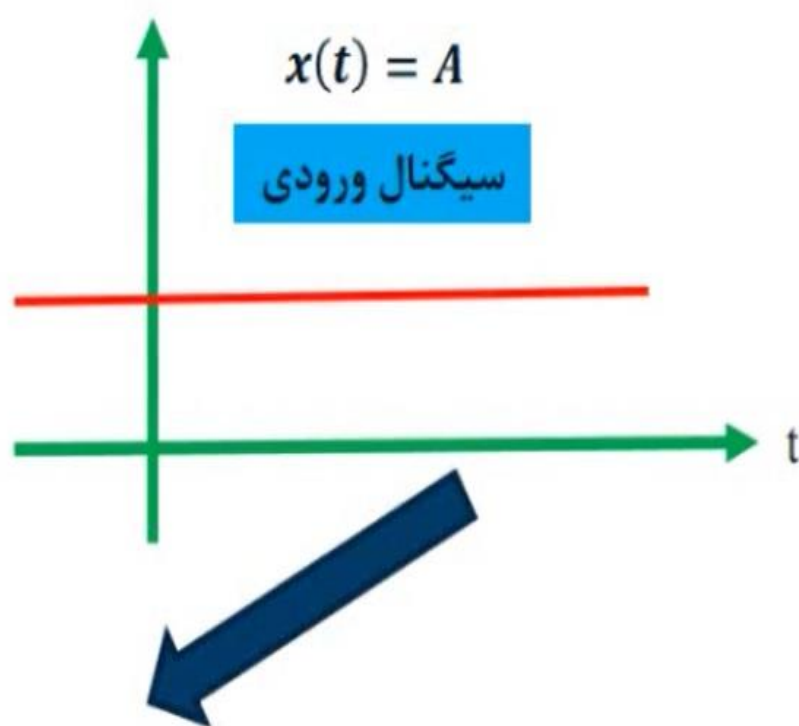
سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.

مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$



اگر ورودی $x(t) = A$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = 2Ae^t$ ، پس سیستم ناپایدار است.

سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.
مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

اگر ورودی $x(t) = u(t)$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = r(t)$ ، پس سیستم ناپایدار است.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

اگر ورودی $x(t) = u(t)$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = r(t)$ ، پس سیستم ناپایدار است.

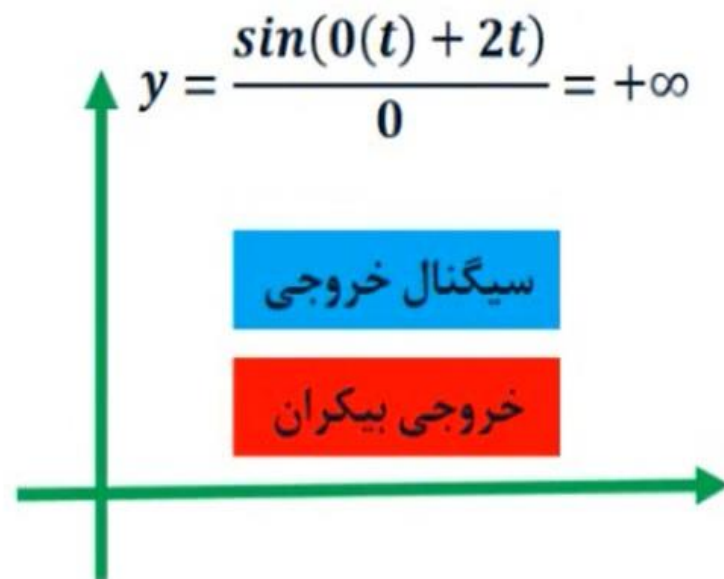
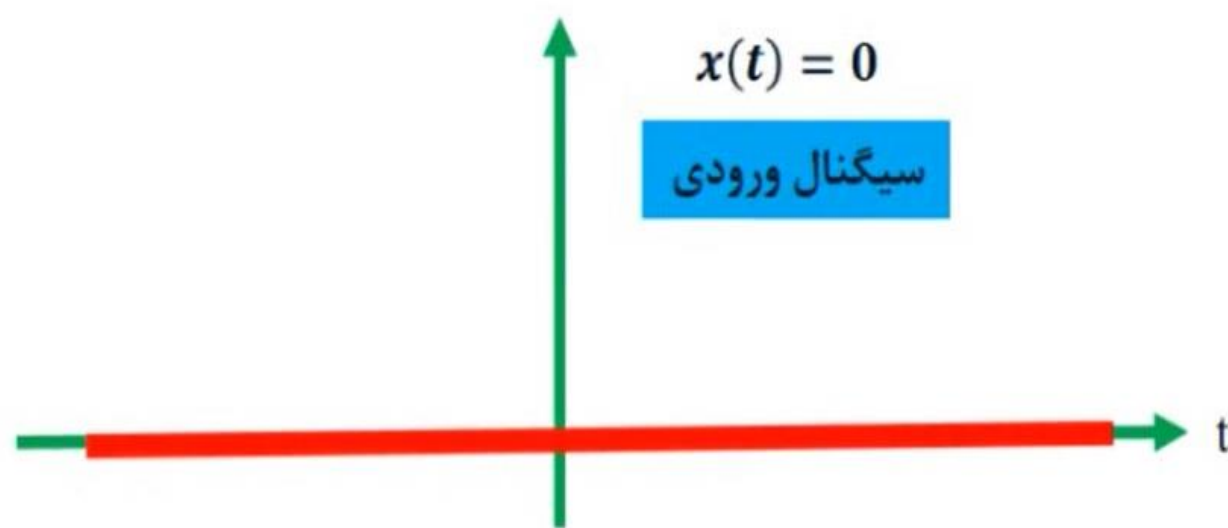
$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$

اگر ورودی $x(t) = A$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = 2Ae^t$ ، پس سیستم ناپایدار است.

تست ۱: سیستم S با توصیف ورودی - خروجی $y(t) = \frac{\sin(x(t)+2t)}{x(t-1)}$ چه خواصی دارد؟

بررسی علی بودن: در این سیستم، خروجی در کلیه لحظه های t_0 به ورودی در $t > t_0$ بستگی ندارد. پس سیستم علی است.

بررسی پایداری: در این سیستم، خروجی به ازای ورودی محدود $x(t) = 0$ ، نامحدود است پس سیستم ناپایدار است.



تست ۱: سیستم S با توصیف ورودی - خروجی $y(t) = \frac{\sin(x(t)+2t)}{x(t-1)}$ چه خواصی دارد؟

بررسی علی بودن: در این سیستم، خروجی در کلیه لحظه های t_0 به ورودی در $t > t_0$ بستگی ندارد. پس سیستم علی است.

بررسی پایداری: در این سیستم، خروجی به ازای ورودی محدود $x(t) = 0$ ، نامحدود است پس سیستم ناپایدار است.

بررسی تغییر پذیر با زمان بودن: این سیستم تغییر پذیر با زمان است زیرا:

$$x'(t) = x(t - t_0) \Rightarrow y'(t) = \frac{\sin(x(t - t_0) + 2t)}{x(t - t_0 - 1)}$$

$$y'(t) \neq y(t - t_0)$$

$$y(t - t_0) = \frac{\sin(x(t - t_0) + 2(t - t_0))}{x(t - t_0 - 1)}$$

سیستم خطی: سیستمی را خطی می گویند که هرگاه پاسخ به ورودی $Ax_1(t)$ برابر $Ay_1(t)$ و پاسخ به ورودی $Ax_2(t)$ برابر $Ay_2(t)$ باشد، آنگاه پاسخ به ورودی $Ax_1(t) + Ax_2(t)$ برابر $Ay_1(t) + Ay_2(t)$ باشد.

به عنوان مثال فرض کنید که ورودی ای را پس از عبور از سیستم، به یک اسیلوسکوپ وصل کرده ایم. اکنون میخواهیم پس از مشاهده خروجی بر روی اسیلوسکوپ، با ۵ برابر کردن دامنه ورودی (در صورتی که اشباع پیش نیاید) خروجی نیز ۵ برابر شود. اگر این اتفاق بیفتد، سیستم **خطی** است و در غیر این صورت سیستم را **غیر خطی** می گویند.

با A برابر کردن ورودی، خروجی نیز A برابر شود

سیستمی که خطی است

پاسخ به ورودی $Ax_1(t) + Ax_2(t)$ برابر $Ay_1(t) + Ay_2(t)$ باشد.

مثال: کدام یک از سیستم های زیر ، خطی است ؟

$$y(t) = x(t) - 1$$

$$y(t) = (x(t))^3$$

مثال: کدام یک از سیستم های زیر ، خطی است ؟

$y(t) = x(t) - 1$


$$x'(t) = Ax(t) \Rightarrow y'(t) = Ax(t) - 1 \neq Ay(t) \quad : \quad y(t) = x(t) - 1$$
$$x'(t) = x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow y'(t) = x_1(t) + x_2(t) - 1 \neq y_1(t) + y_2(t)$$

$$y(t) = (x(t))^3$$

مثال: کدام یک از سیستم های زیر، خطی است؟

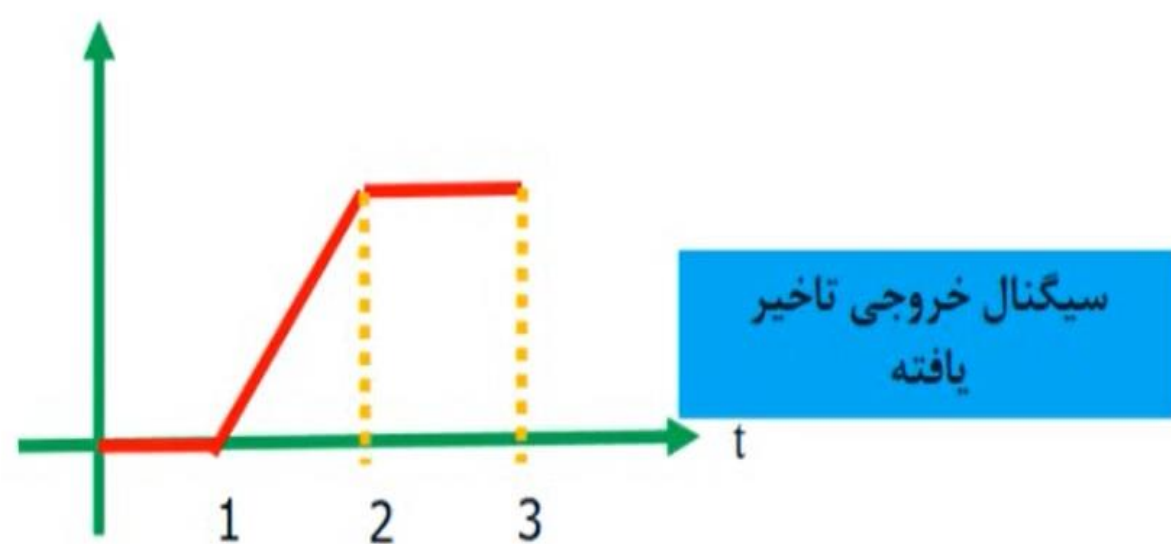
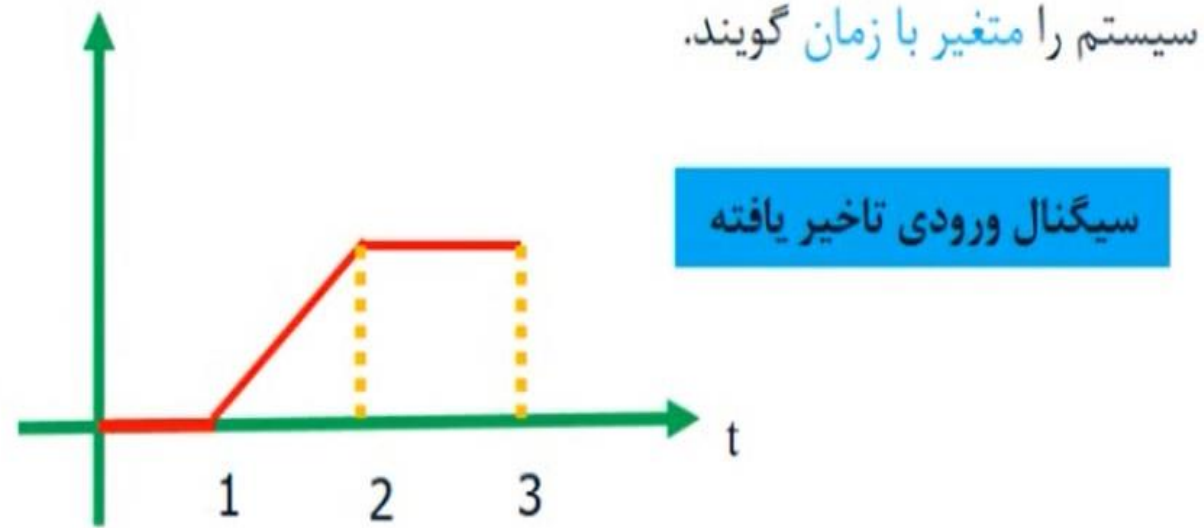
$y(t) = x(t) - 1$  $x'(t) = Ax(t) \Rightarrow y'(t) = Ax(t) - 1 \neq Ay(t) : y(t) = x(t) - 1$

 $x'(t) = x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow y'(t) = x_1(t) + x_2(t) - 1 \neq y_1(t) + y_2(t)$

$y(t) = (x(t))^3$  $x'(t) = Ax(t) \Rightarrow y'(t) = (Ax(t))^3 = A^3(x(t))^3 \neq Ay(t) : y(t) = (x(t))^3$

 $x'(t) = x_1(t) + x_2(t) \Rightarrow y'(t) = (x_1(t) + x_2(t))^3 \neq y_1(t) + y_2(t)$

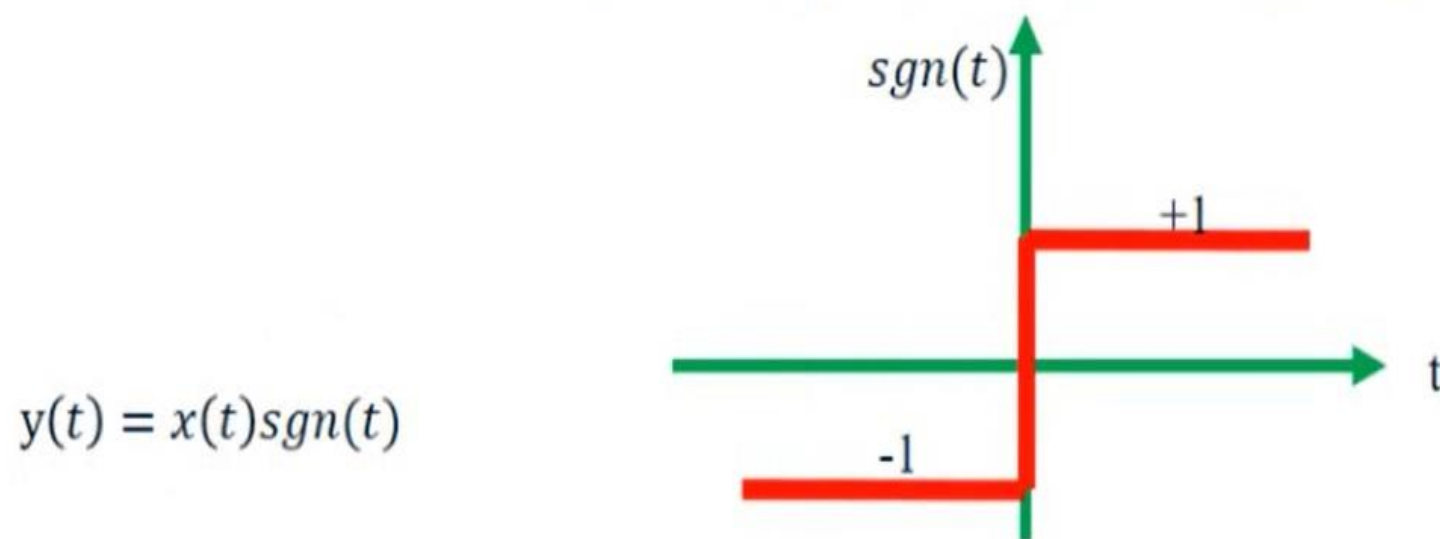
سیستم های متغیر با زمان و تغییر ناپذیر با زمان : اگر پاسخ سیستم به ورودی $x(t)$ برابر $y(t)$ باشد ، آنگاه در صورتی که پاسخ سیستم به ورودی $x(t - t_0)$ برابر $y(t - t_0)$ باشد ، در این صورت سیستم را **تغییر ناپذیر با زمان** گویند و در صورتی که این شرط برقرار نباشد ، سیستم را **متغیر با زمان** گویند.



مفهوم تغییر پذیر با زمان بودن را میتوان اینگونه بیان کرد که بسته به اینکه در چه زمانی قرار داریم ، چه پاسخی از سیستم دریافت خواهیم کرد. به عنوان مثال فرض کنید که ضابطه ی زیر برای معرفی رابطه بین ورودی و خروجی یک سیستم تعریف شده است :

$$y(t) = \begin{cases} -x(t), & t < 0 \\ x(t), & t \geq 0 \end{cases}$$

با بررسی این ضابطه متوجه می شویم بسته به اینکه در چه زمانی قرار داشته باشیم (مثبت یا منفی) ، سیستم تغییر می کند و پاسخ متفاوتی از خود نشان میدهد. در چنین مواردی میتوان سیستم را به صورت زیر مدل کرد :



اکنون میخواهیم این سیستم را با جزئیات بیشتری مورد بررسی قرار دهیم تا مفهوم تغییر ناپذیری با زمان را بهتر درک کنیم:

$$y(t) = x(t)sgn(t)$$

اگر ورودی $x(t - t_0)$ را به سیستم اعمال کنیم خواهیم داشت :

$$y'(t) = \text{خروجی جدید} = x(t - t_0)sgn(t)$$

اما طبق تعریف باید خروجی $y(t - t_0)$ را بگیریم که مقدار این خروجی برابر است با :

$$y(t - t_0) = x(t - t_0)sgn(t - t_0)$$

اما **خروجی جدید** با $y(t - t_0)$ متفاوت است. همان طور که در تعریف تغییر پذیر با زمان بودن گفتیم ، در صورتی که این دو

خروجی با هم برابر **نباشند** ، سیستم تغییر پذیر با زمان خواهد بود.

حتی اگر ضریب پشت t منفی بود ، سیستم تغییر پذیر با زمان است.

مثال : تغییر پذیر با زمان بودن یا نبودن سیستم زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{5t} x(\tau) d\tau$$

برای حل سوال ، ابتدا ورودی $x(t) = u(t)$ را در نظر گرفته و سپس پاسخ سیستم به این ورودی را به دست می آوریم :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{5t} u(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^0 u(\tau) d\tau + \int_0^{5t} u(\tau) d\tau = 0 + 5t = 5t$$

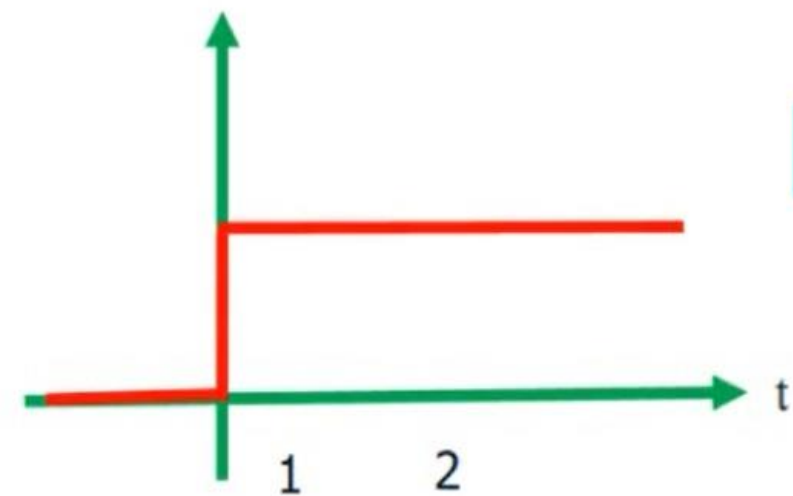
برای حل سوال ، ابتدا ورودی $x(t) = u(t - 1)$ را در نظر گرفته و سپس پاسخ سیستم به این ورودی را

$$y(t) = \int_{-\infty}^{5t} u(\tau - 1) d\tau = \int_{-\infty}^1 u(\tau - 1) d\tau + \int_1^{5t} u(\tau - 1) d\tau = 0 + \int_1^{5t} u(\tau - 1) d\tau$$

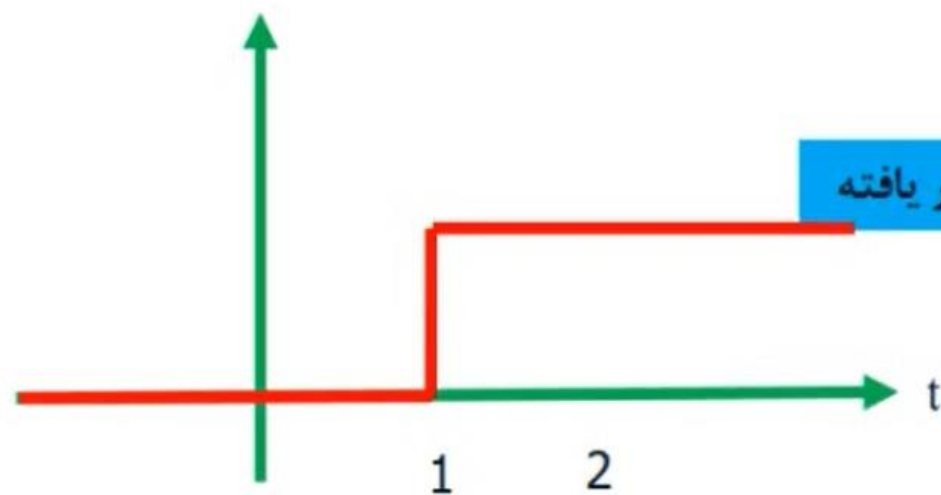
به دست آوریم :

در صورتی که بخواهیم دو حالت گفته شده را رسم نماییم ، خواهیم داشت :

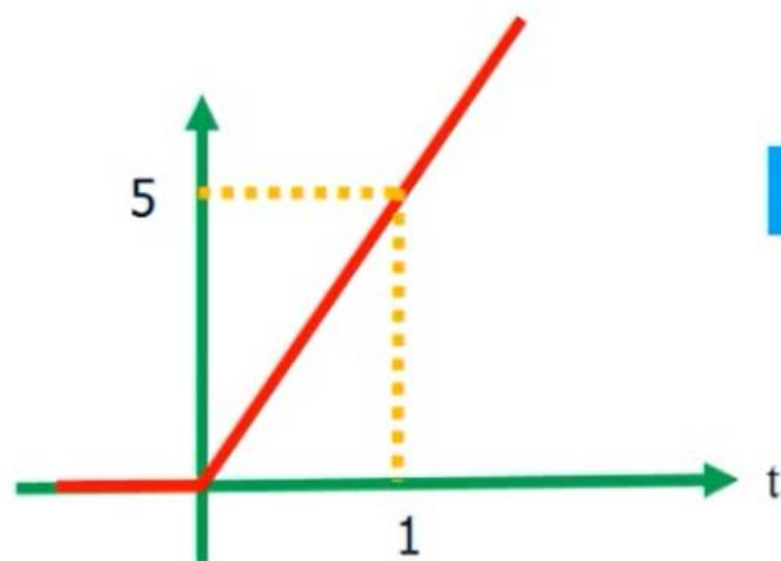
سیگنال ورودی



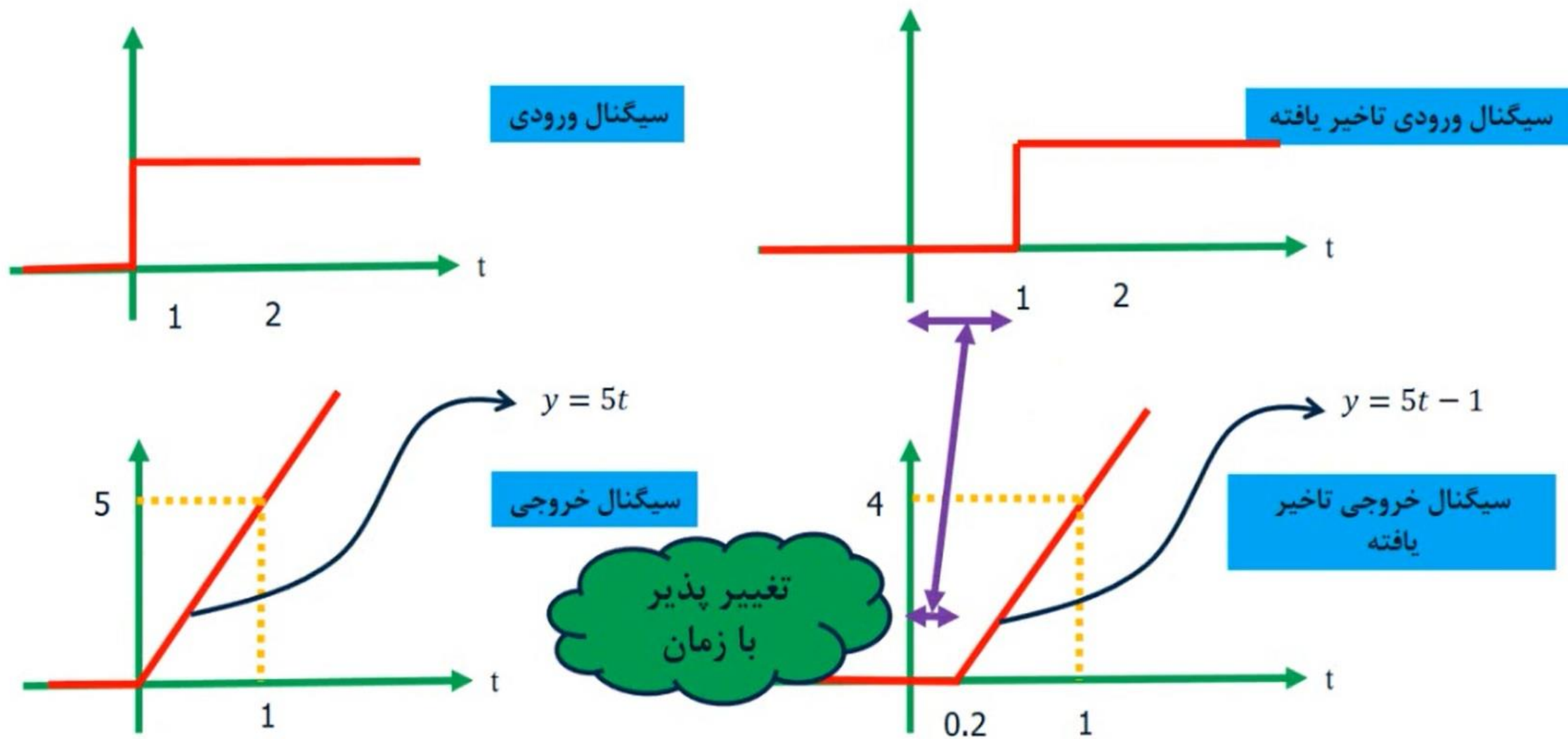
سیگنال ورودی تاخیر یافته



سیگنال خروجی



در صورتی که بخواهیم دو حالت گفته شده را رسم نماییم ، خواهیم داشت :



سیستم های حافظه دار و بدون حافظه : سیستمی را بدون حافظه گویند هرگاه خروجی در لحظه خاص به ورودی در گذشته یا آینده بستگی نداشته باشد.

مثال : حافظه دار بودن یا بدون حافظه بودن سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = 2x(t)$$

در این سیستم ، هیچ لحظه ای را نمیتوان یافت که خروجی در آن لحظه به ورودی در گذشته یا آینده بستگی داشته باشد. پس سیستم بدون حافظه است.

$$y(t) = x(2t)$$

در این سیستم ، خروجی در لحظه ۲ ، به ورودی در لحظه ۴ (یعنی آینده) وابسته است. پس سیستم حافظه دار است.

$$y(t) = \sin(x(t))$$

در این سیستم ، هیچ لحظه ای را نمیتوان یافت که خروجی در آن لحظه به ورودی در گذشته یا آینده بستگی داشته باشد. پس سیستم بدون حافظه است. دقت کنید که $\sin(t)$ بدون تاثیر است.

$$y(t) = x(\sin(t))$$

در این سیستم ، خروجی در لحظه ۵ به ورودی گذشته بستگی دارد پس سیستم حافظه دار است. پس سیستم بدون حافظه است.

سیستم های علی و غیر علی: سیستمی را علی گویند هر گاه خروجی در لحظه $t = t_0$ به ورودی در $t > t_0$ بستگی نداشته باشد.

مثال: علی بودن یا نبودن سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = x(t - 1)$$

در این سیستم، خروجی در کلیه لحظه های t_0 به ورودی در $t > t_0$ بستگی ندارد. پس سیستم علی است.

$$y(t) = \int_{t-5}^0 x(\tau) d\tau$$

در این سیستم، خروجی در لحظه $t = -2$ به ورودی در بازه $\int_{-7}^0 x(\tau) d\tau$ بستگی دارد پس سیستم غیر علی است.

$$y(t) = x(1) + x(t)$$

در این سیستم، خروجی در لحظه $t = 0$ به ورودی در $t = 1$ بستگی دارد پس سیستم غیر علی است.

سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.
مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$

سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.
مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

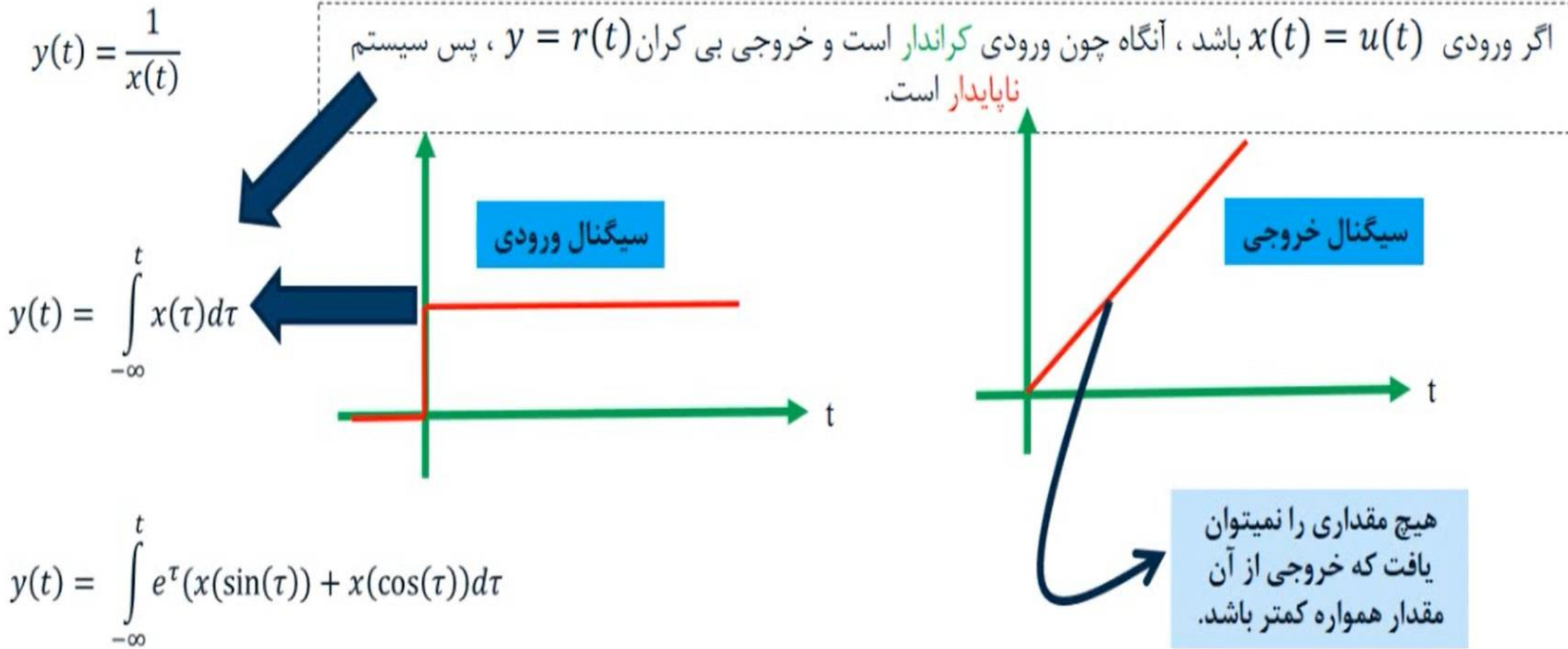
$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

اگر ورودی $x(t) = u(t)$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = r(t)$ ، پس سیستم ناپایدار است.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$

سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.

مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.



سیستم های پایدار و ناپایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.

مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$

اگر ورودی $x(t) = A$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = 2Ae^t$ ، پس سیستم ناپایدار است.

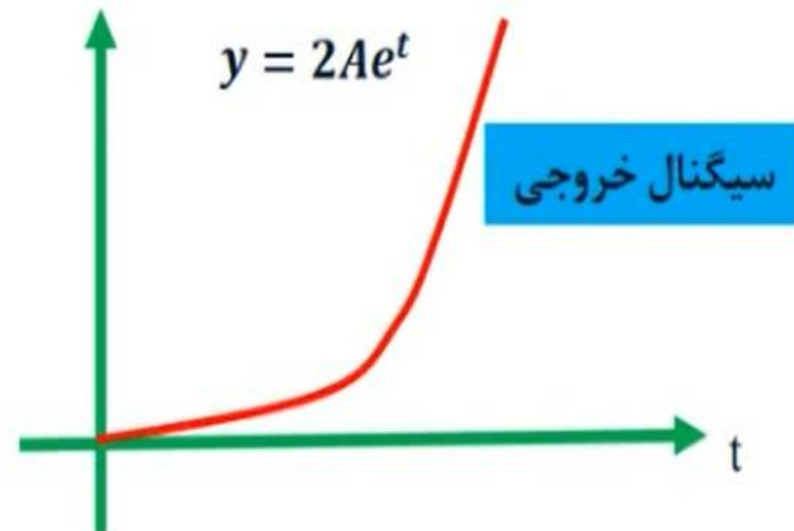
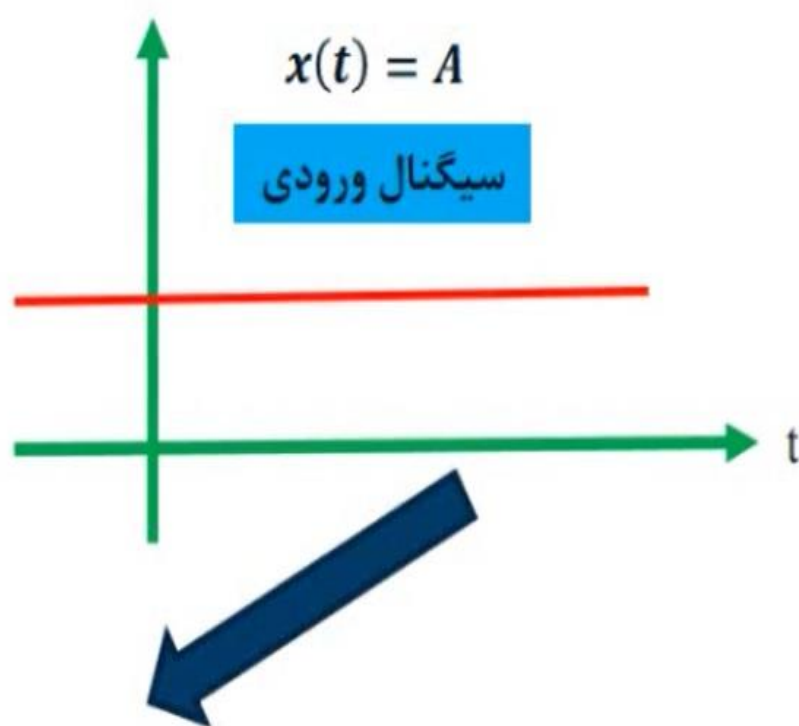
سیستم های پایدار و ناپایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.

مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$



اگر ورودی $x(t) = A$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = 2Ae^t$ ، پس سیستم ناپایدار است.

سیستم های پایدار و نا پایدار : سیستمی پایدار است که به ورودی کراندار ، خروجی کراندار بدهد.
 مثال : پایداری یا ناپایداری سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = \frac{1}{x(t)}$$

اگر ورودی $x(t) = u(t)$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = r(t)$ ، پس سیستم ناپایدار است.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

اگر ورودی $x(t) = u(t)$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = r(t)$ ، پس سیستم ناپایدار است.

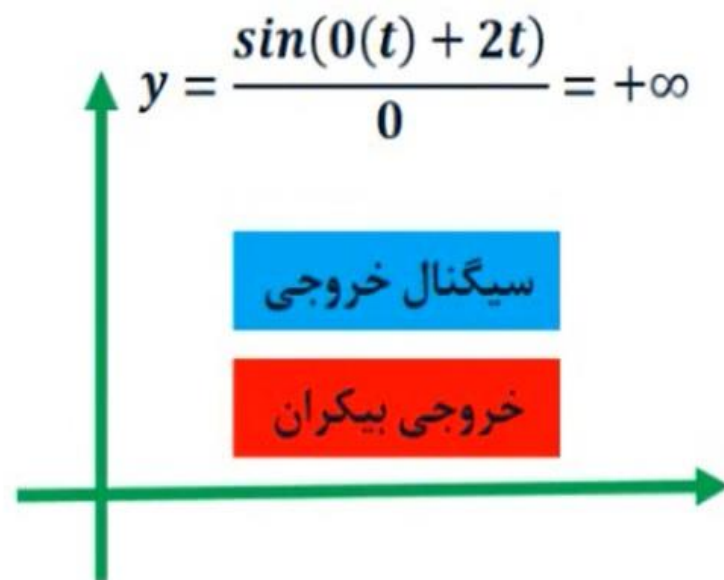
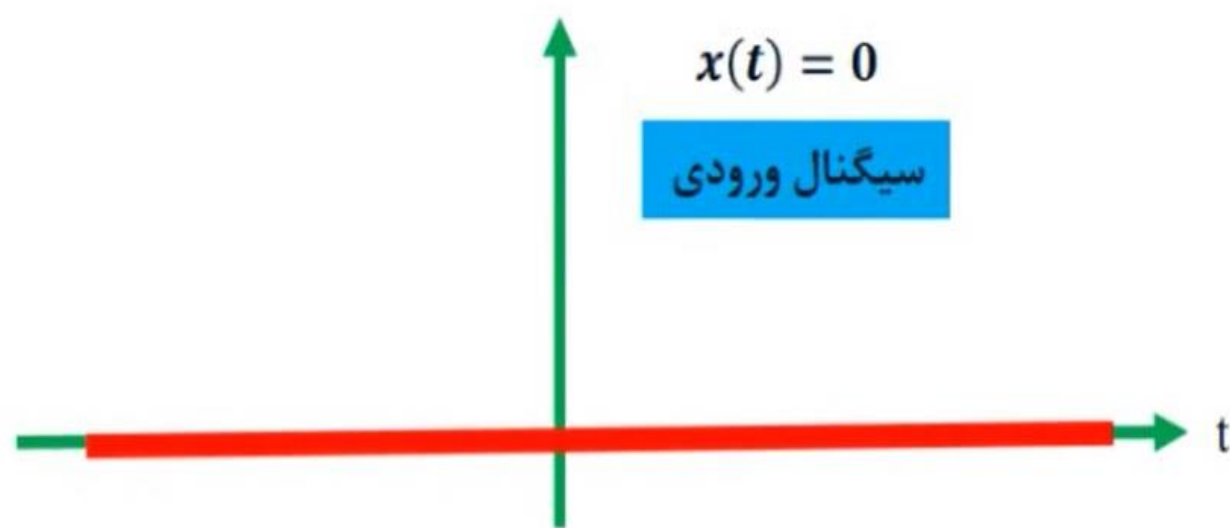
$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{\tau} (x(\sin(\tau)) + x(\cos(\tau))) d\tau$$

اگر ورودی $x(t) = A$ باشد ، آنگاه چون ورودی کراندار است و خروجی بی کران $y = 2Ae^t$ ، پس سیستم ناپایدار است.

تست ۱: سیستم S با توصیف ورودی - خروجی $y(t) = \frac{\sin(x(t)+2t)}{x(t-1)}$ چه خواصی دارد؟

بررسی علی بودن: در این سیستم، خروجی در کلیه لحظه های t_0 به ورودی در $t > t_0$ بستگی ندارد. پس سیستم علی است.

بررسی پایداری: در این سیستم، خروجی به ازای ورودی محدود $x(t) = 0$ ، نامحدود است پس سیستم ناپایدار است.



تست ۱: سیستم S با توصیف ورودی - خروجی $y(t) = \frac{\sin(x(t)+2t)}{x(t-1)}$ چه خواصی دارد؟

بررسی علی بودن: در این سیستم، خروجی در کلیه لحظه های t_0 به ورودی در $t > t_0$ بستگی ندارد. پس سیستم علی است.

بررسی پایداری: در این سیستم، خروجی به ازای ورودی محدود $x(t) = 0$ ، نامحدود است پس سیستم ناپایدار است.

بررسی تغییر پذیر با زمان بودن: این سیستم تغییر پذیر با زمان است زیرا:

$$x'(t) = x(t - t_0) \Rightarrow y'(t) = \frac{\sin(x(t - t_0) + 2t)}{x(t - t_0 - 1)}$$

$$y'(t) \neq y(t - t_0)$$

$$y(t - t_0) = \frac{\sin(x(t - t_0) + 2(t - t_0))}{x(t - t_0 - 1)}$$

تست ۲: سیستم زیر چه خواصی دارد؟

$$y[n] = (n^2 + 1)x[n^2]\sin\left(\frac{\pi n^2}{5}\right)$$

بررسی تغییر پذیر با زمان بودن: با قرار دادن $x'[n] = x[n - n_0]$ خواهیم داشت:

$$y'[n] = (n^2 + 1)x[(n - n_0)^2]\sin\left(\frac{\pi n^2}{5}\right)$$

حال اگر n را به $n - n_0$ تبدیل کنیم، خواهیم داشت:

$$y[n - n_0] = ((n - n_0)^2 + 1)x[(n - n_0)^2]\sin\left(\frac{\pi(n - n_0)^2}{5}\right)$$

$\neq$

تغییر پذیر با زمان

بررسی پایداری : به ازای تمام ورودی هایی که اعمال میشوند و محدود هستند ، خروجی محدود بوده و بنا براین سیستم پایدار است.

بررسی علی بودن : چون خروجی در لحظه $t = 2$ به ورودی در لحظه $t = 4$ بستگی دارد ، پس سیستم غیر علی است.

بررسی حافظه دار بودن : چون خروجی در لحظه $t = 2$ به ورودی در لحظه $t = 4$ بستگی دارد ، پس سیستم حافظه دار است.

سیستم های حافظه دار و بدون حافظه : سیستمی را بدون حافظه گویند هرگاه خروجی در لحظه خاص به ورودی در گذشته یا آینده بستگی نداشته باشد.

مثال : حافظه دار بودن یا بدون حافظه بودن سیستم های زیر را بررسی کنید.

$$y(t) = 2x(t)$$

در این سیستم ، هیچ لحظه ای را نمیتوان یافت که خروجی در آن لحظه به ورودی در گذشته یا آینده بستگی داشته باشد. پس سیستم بدون حافظه است.

$$y(t) = x(2t)$$

در این سیستم ، خروجی در لحظه ۲ ، به ورودی در لحظه ۴ (یعنی آینده) وابسته است. پس سیستم حافظه دار است.

$$y(t) = \sin(x(t))$$

در این سیستم ، هیچ لحظه ای را نمیتوان یافت که خروجی در آن لحظه به ورودی در گذشته یا آینده بستگی داشته باشد. پس سیستم بدون حافظه است. دقت کنید که $\sin(t)$ بدون تاثیر است.

تست ۳: در مورد خاصیت های خطی بودن و علی بودن سیستم زیر چه میتوان گفت ؟

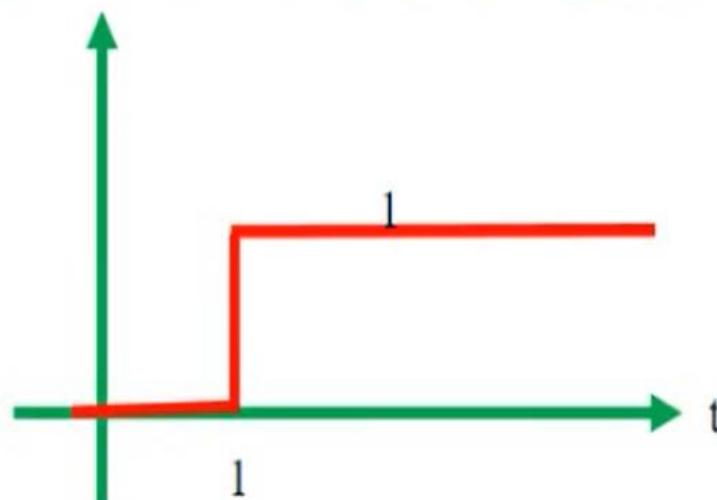
$$y(t) = \begin{cases} x(t-1) & x(t-1) \leq 1 \\ x(t-2) & x(t-1) > 1 \end{cases}$$

به عنوان مثال فرض کنید که $x(t) = u(t)$ باشد در این صورت خواهیم داشت :

بررسی خاصیت خطی بودن : همان طور که از خواص سیستم های خطی به یاد داریم ، اگر ورودی را A برابر کنیم ، خروجی

نیز باید A برابر شود.

$$y(t) = \begin{cases} u(t-1) & u(t-1) \leq 1 \\ u(t-2) & u(t-1) > 1 \end{cases}$$



اگر ورودی را ۲ برابر کنیم ، انتظار داریم تا خروجی نیز دو برابر شود :

$$y(t) = \begin{cases} 2u(t-1) & 2u(t-1) \leq 1 \\ 2u(t-2) & 2u(t-1) > 1 \end{cases}$$

تست ۳: در مورد خاصیت های خطی بودن و علی بودن سیستم زیر چه میتوان گفت ؟

$$y(t) = \begin{cases} x(t-1) & x(t-1) \leq 1 \\ x(t-2) & x(t-1) > 1 \end{cases}$$

بررسی خاصیت خطی بودن: همان طور که از خواص سیستم های خطی به یاد داریم، اگر ورودی را A برابر کنیم، خروجی

نیز باید A برابر شود.

به عنوان مثال فرض کنید که $x(t) = u(t)$ باشد در این صورت خواهیم داشت :

$$y(t) = \begin{cases} u(t-1) & u(t-1) \leq 1 \\ u(t-2) & u(t-1) > 1 \end{cases}$$

اگر ورودی را ۲ برابر کنیم، انتظار داریم تا خروجی نیز دو برابر شود :

$$y(t) = \begin{cases} 2u(t-1) & 2u(t-1) \leq 1 \\ 2u(t-2) & 2u(t-1) > 1 \end{cases}$$



تست ۳: در مورد خاصیت های خطی بودن و علی بودن سیستم زیر چه میتوان گفت ؟

$$y(t) = \begin{cases} x(t-1) & x(t-1) \leq 1 \\ x(t-2) & x(t-1) > 1 \end{cases}$$

بررسی خاصیت خطی بودن: همان طور که از خواص سیستم های خطی به یاد داریم، اگر ورودی را A برابر کنیم، خروجی

نیز باید A برابر شود.

به عنوان مثال فرض کنید که $x(t) = u(t)$ باشد در این صورت خواهیم داشت:

$$y(t) = \begin{cases} u(t-1) & u(t-1) \leq 1 \\ u(t-2) & u(t-1) > 1 \end{cases}$$

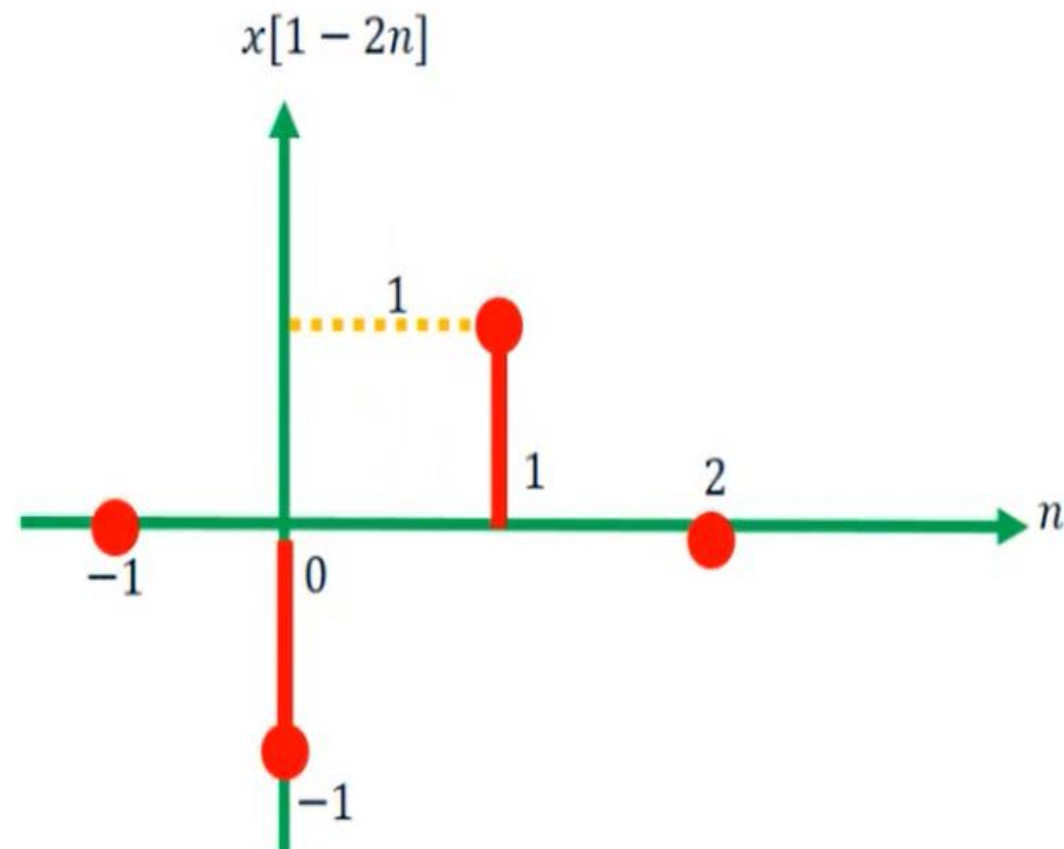
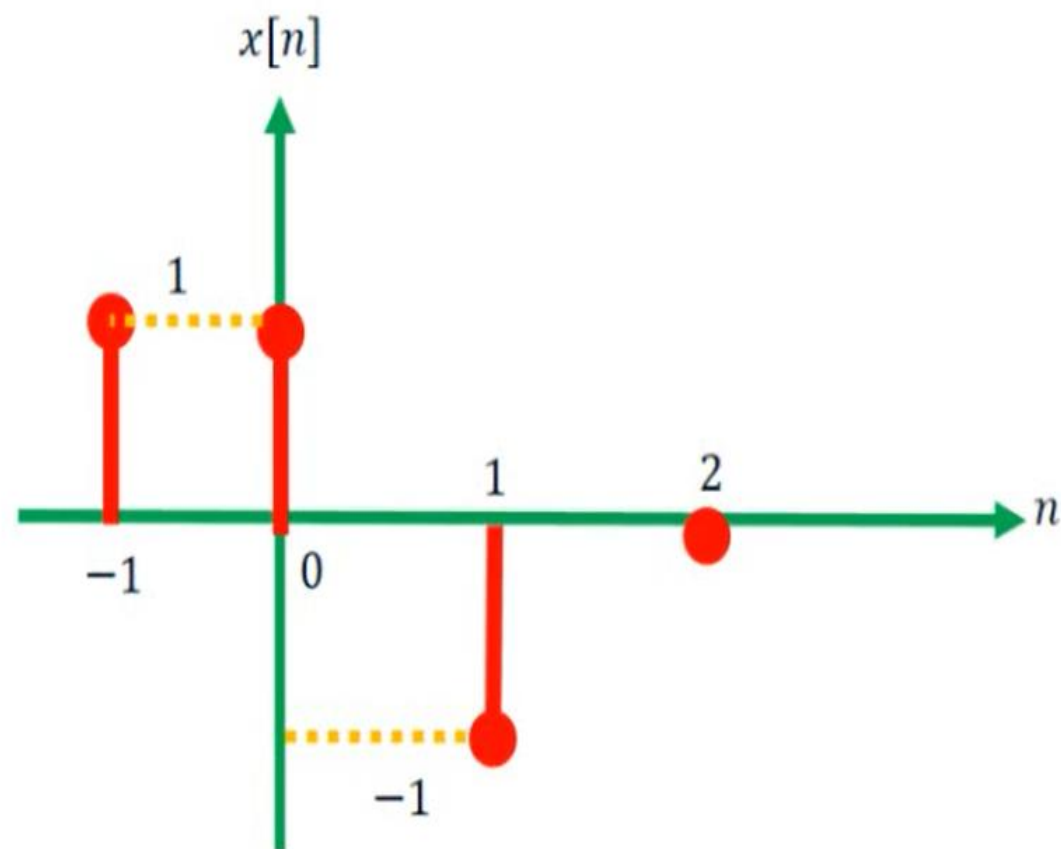
اگر ورودی را ۲ برابر کنیم، انتظار داریم تا خروجی نیز دو برابر شود:

$$y(t) = \begin{cases} 2u(t-1) & 2u(t-1) \leq 1 \\ 2u(t-2) & 2u(t-1) > 1 \end{cases}$$



بررسی خاصیت علی بودن: خروجی در لحظه $t = t_0$ به ورودی در $t > t_0$ بستگی ندارد، بنابراین، سیستم داده شده علی است.

تست ۴: مقدار کانولوشن $x[n] * x[1 - 2n]$ در $n = 1$ چقدر است؟

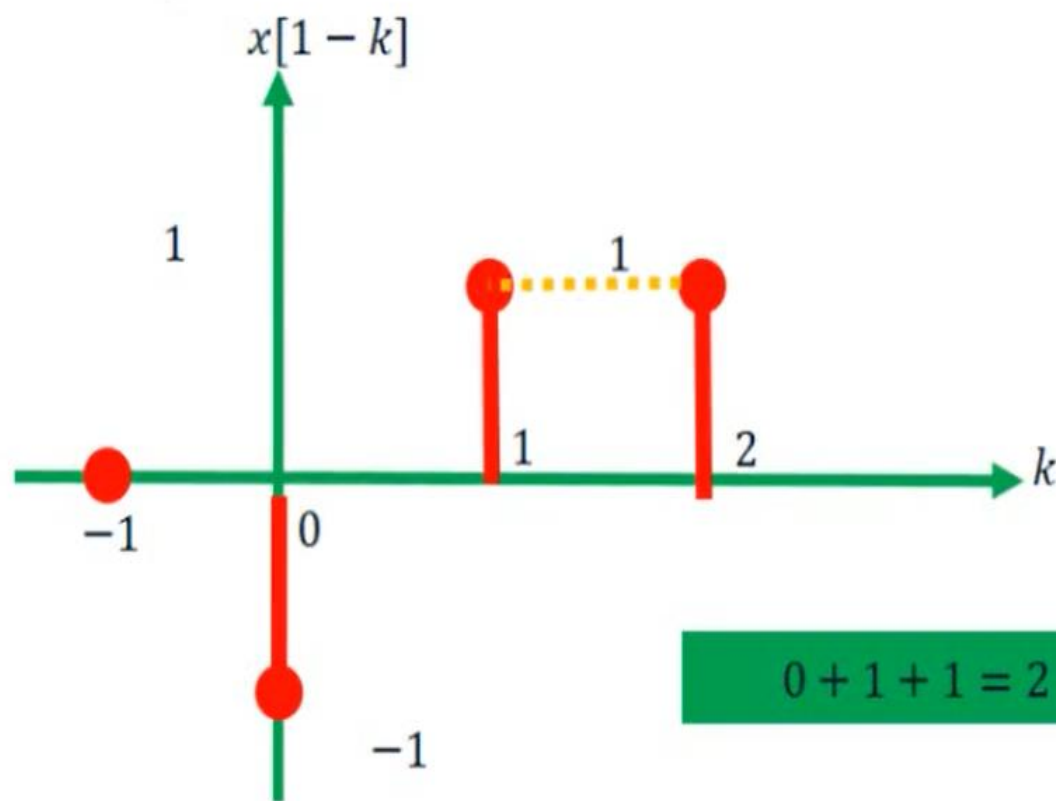
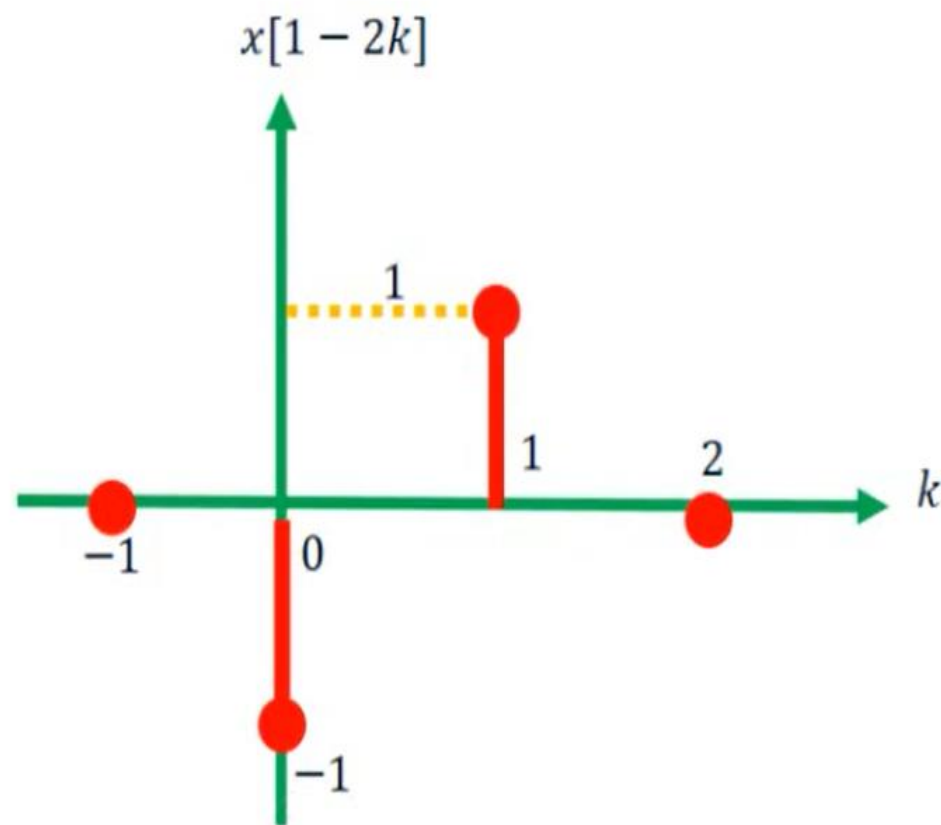


همان طور که میدانیم رابطه کانولوشن در حوزه گسسته به صورت $y[n] = g[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g[k]h[n-k]$ است. پس با استفاده از این رابطه

میتوانیم $g[n]$ را $x[1-2n]$ در نظر گرفته و $h[n]$ را $x[n]$ فرض کنیم:

$$y[n] = x[1-2n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[1-2k]x[n-k]$$

چون مقدار خروجی در نقطه $n=1$ را میخواهیم پس به جای $n=1$ قرار می دهیم.



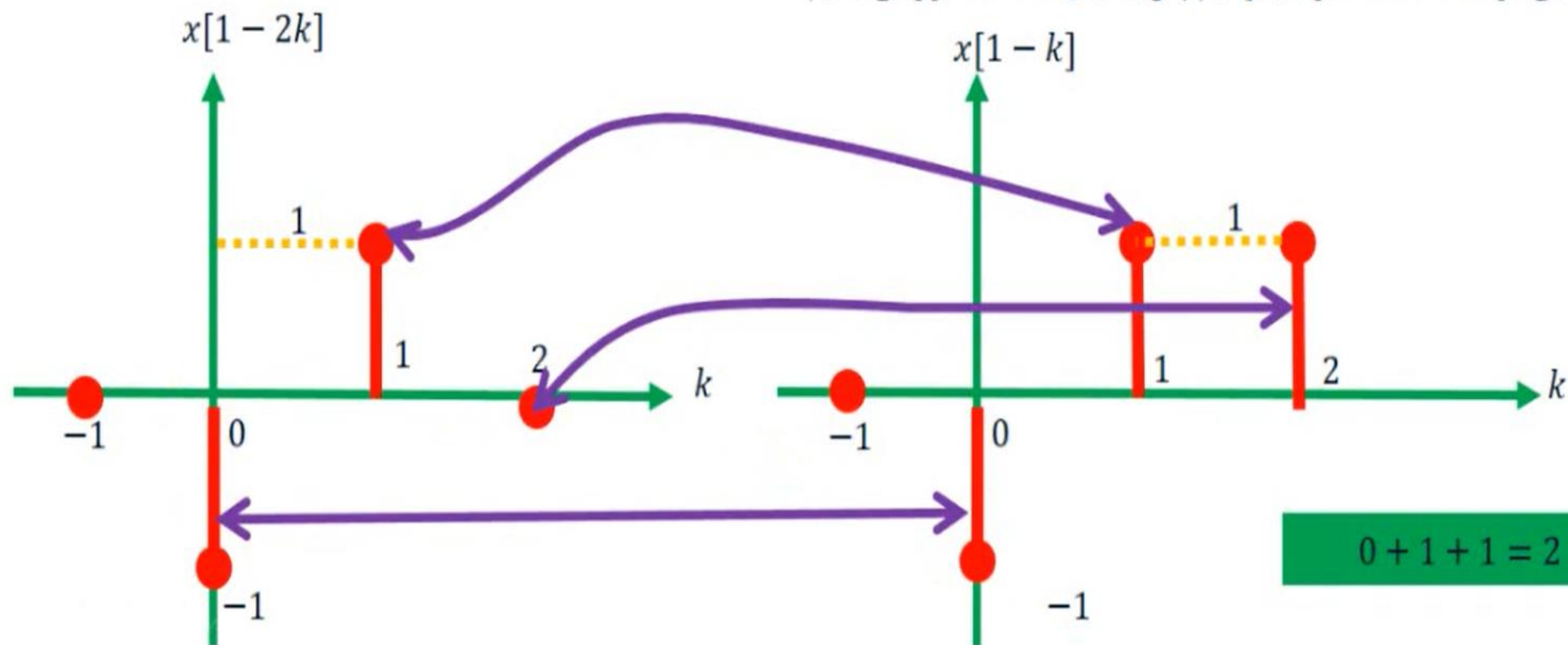
$$0 + 1 + 1 = 2$$

همان طور که میدانیم رابطه کانولوشن در حوزه گسسته به صورت $y[n] = g[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g[k]h[n-k]$ است. پس با استفاده از این رابطه

میتوانیم $g[n]$ را $x[1-2n]$ در نظر گرفته و $h[n]$ را $x[n]$ فرض کنیم:

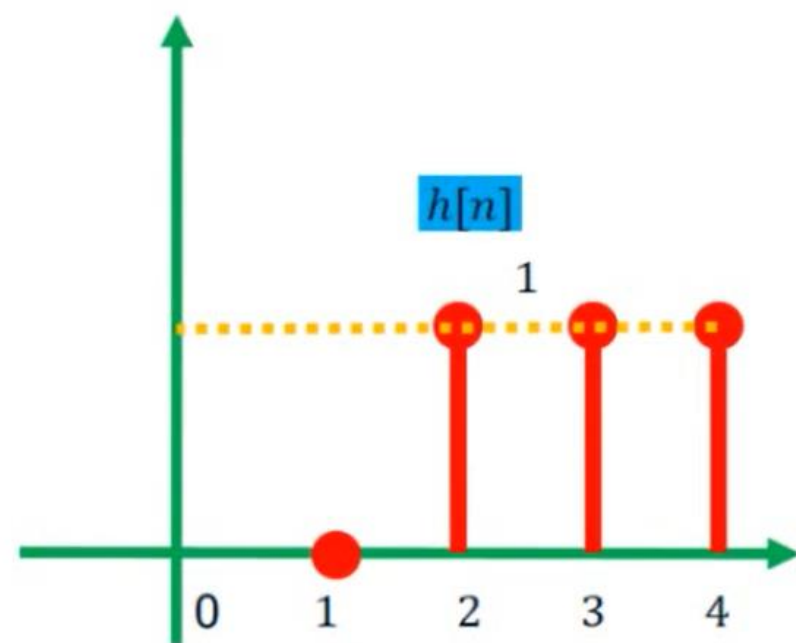
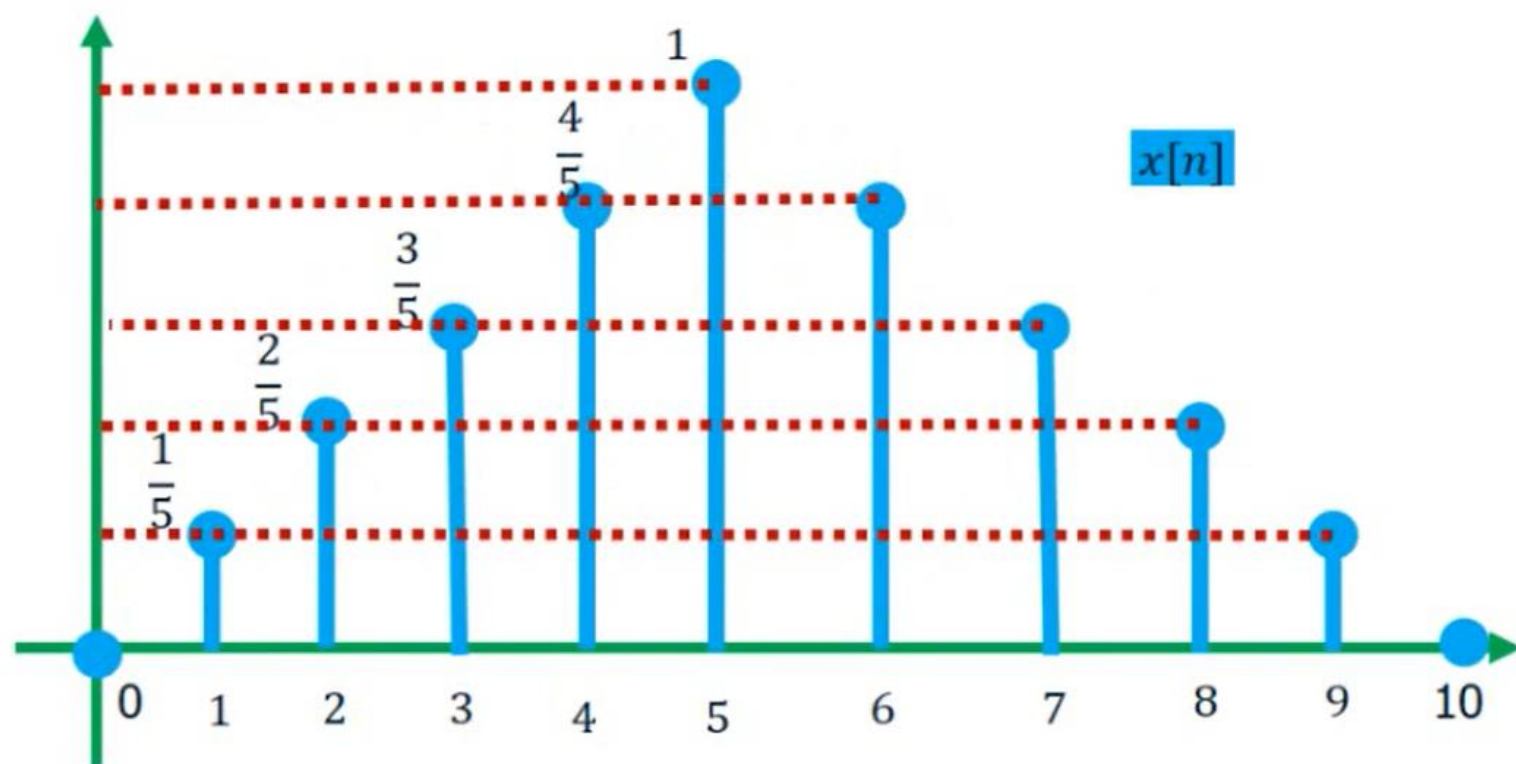
$$y[n] = x[1-2n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[1-2k]x[n-k]$$

چون مقدار خروجی در نقطه $n=1$ را میخواهیم پس به جای $n=1$ قرار می دهیم.



تست ۵: اگر $h[n] = \delta[n - 2] + \delta[n - 3] + \delta[n - 4]$ پاسخ ضربه سیستم و ورودی سیستم به شرح زیر بوده و خروجی را با $y[n]$ نمایش دهیم، مقدار ماکزیمم $y[n]$ چقدر است؟

$$x[n] = \begin{cases} \frac{n}{5} & 0 \leq n \leq 5 \\ 2 - \frac{n}{5} & 6 \leq n \leq 10 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

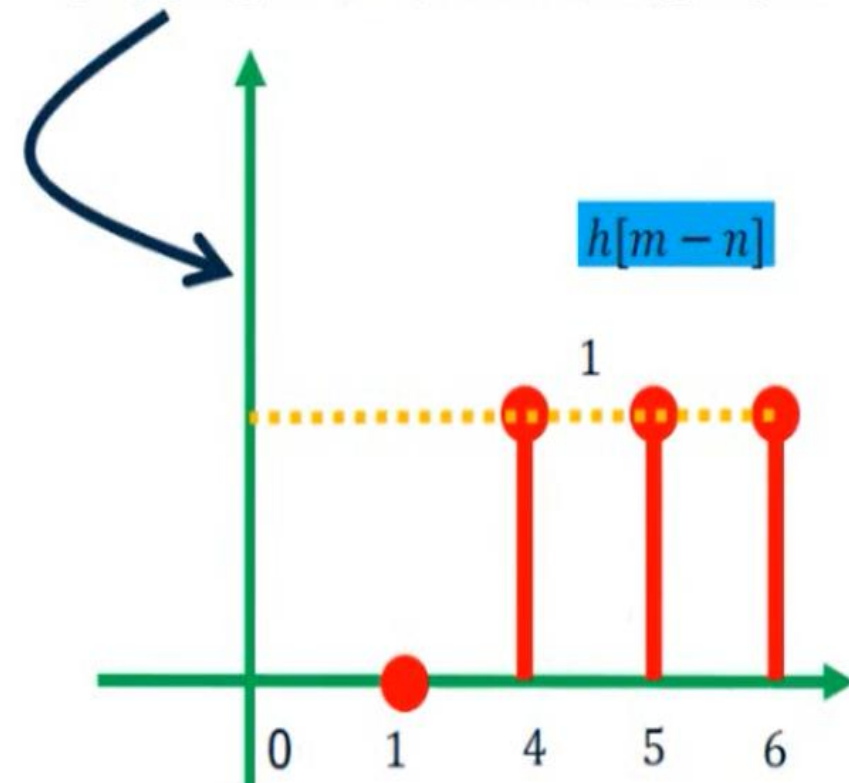
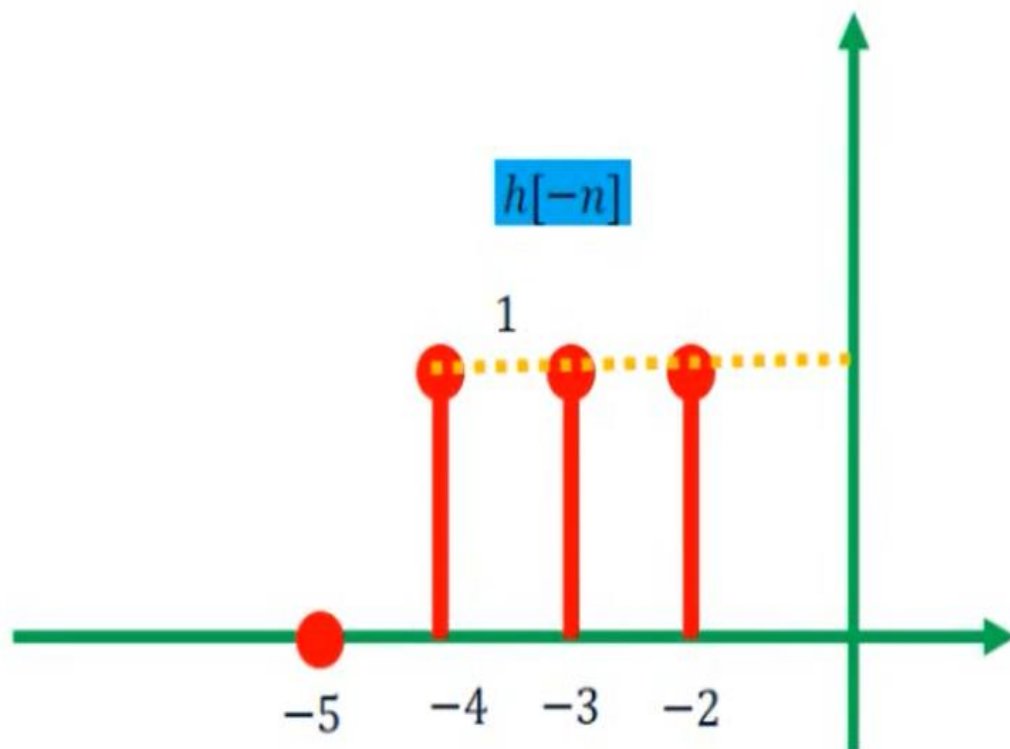


صورت سوال از ما خواسته که ماکزیمم خروجی را پیدا کنیم. مهم این است که سیگنال ورودی و پاسخ سیستم طوری در هم ضرب شوند که مقدار به دست آمده ، ماکزیمم شود. اگر رابطه کانولوشن را بنویسیم خواهیم داشت :

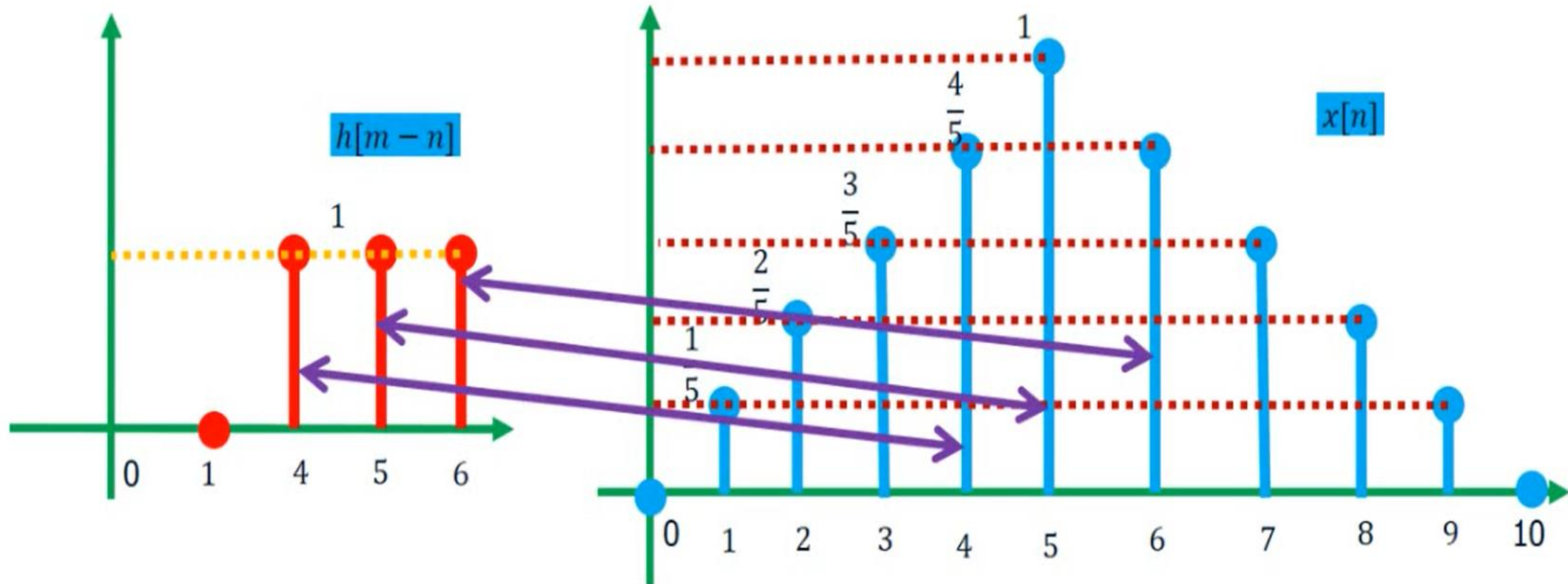
$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$$

باید $h[n]$ نسبت به محور عمودی قرینه کرده و با ازای مقادیر مختلف n ، آن را شیفต์ دهیم و هر مرحله در سیگنال ورودی ضرب کرده و خروجی را به دست آوریم.

حال اگر $h[-n]$ را طوری شیفต์ دهیم که به صورت زیر شود:



اکنون میتوان حاصل کانولوشن را در نقطه خاص $n = m$ حساب کنیم



$$1 * 1 + \frac{4}{5} * 1 + \frac{4}{5} * 1 = \frac{13}{5}$$