

الحمد لله
الرحمن
الرحيم



عنوان درس

سیگنال ها و سیستم ها



www.Mohebbii.ir



Mohebbii.ir@Gmail.com



[Mohebbiiir](https://www.t.me/Mohebbiiir)

استاد : دکتر سید محسن محبی

گروه : برق و کامپیوتر

دانشگاه آزاد اسلامی واحد بندرعباس

نیمسال اول ۱۴۰۴

سرفصل های اصلی دوره آموزشی ”تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها“

فصل اول

فصل ۱ - معرفی سیگنال ها و سیستمها

۱-۱- تعاریف (سیگنال و سیستم)

۱-۲- انواع سیگنال ها

۱-۳- انواع سیستم ها

۱-۴- ویژگی های سیستم ها

۱-۴-۱) ویژگی های وابسته به زمان: - حافظه دار و بی حافظه بودن، - علیت و - تغییر پذیری با زمان

۱-۴-۲) ویژگی های مستقل از زمان: - خطی بودن، - پایداری و - معکوس پذیری

سرفصل های اصلی دوره آموزشی ”تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها“

فصل دوم

فصل ۲ - سیستم های LTI و بررسی ویژگی های آنها

۲-۱- تعریف تابع تبدیل سیستم های LTI یا پاسخ ضربه

۲-۲- سیستم های LTI پیوسته در زمان و رابطه میان ورودی و خروجی

۲-۳- سیستم های LTI گسسته در زمان و نحوه ارتباط ورودی و خروجی

۲-۴- انواع هم بندی سیستم ها

۲-۴-۱ هم بندی موازی

۲-۴-۲ هم بندی سری

۲-۴-۳ هم بندی بازخوردی

۲-۵- جمع بندی خواص

سرفصل های اصلی دوره آموزشی ”تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها“

فصل سوم

فصل ۳ - سری فوریه سیگنال های گسسته و پیوسته

- ۳-۱- سری فوریه سیگنال های پیوسته در زمان متناوب (شرایط دیریکله و فرمول های آنالیز و سنتز)
- ۳-۲- خواص و ویژگی های مرتبط با سری فوریه سیگنال های پیوسته در زمان متناوب
- ۳-۳- سری فوریه سیگنال های گسسته در زمان متناوب (فرمول های آنالیز و سنتز)
- ۳-۴- خواص و ویژگی های مرتبط با سری فوریه سیگنال های گسسته در زمان متناوب
- ۳-۵- ارتباط سری فوریه با سیستم های LTI پیوسته و گسسته

سرفصل های اصلی دوره آموزشی ”تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها“

فصل چهارم

فصل ۴ – تبدیل فوریه سیگنال های پیوسته و گسسته

۴-۱- تعریف تبدیل فوریه سیگنال های پیوسته در زمان (فرمول های آنالیز و سنتز)

۴-۲- خواص و ویژگی های مرتبط با تبدیل فوریه سیگنال های پیوسته

۴-۳- تعریف تبدیل فوریه سیگنال های گسسته در زمان (فرمول های آنالیز و سنتز)

۴-۴- خواص و ویژگی های مرتبط با تبدیل فوریه سیگنال های گسسته در زمان

۴-۵- ارتباط تبدیل فوریه تابع ضربه سیستم های LTI با ضرایب سری فوریه سیگنال

سرفصل های اصلی دوره آموزشی ”تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها“

فصل پنجم

فصل ۵ – تبدیل لاپلاس

۵-۱- تعریف فرمول های آنالیز و سنتز تبدیل لاپلاس برای سیگنال های پیوسته در زمان

۵-۲- شرایط همگرایی و ویژگی های تبدیل لاپلاس

۵-۳- ارتباط تبدیل لاپلاس و تبدیل فوریه پیوسته در زمان

سرفصل های اصلی دوره آموزشی ”تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها“

فصل ششم

فصل ۶ - تبدیل Z

۶-۱- تعریف فرمول های آنالیز و سنتز تبدیل Z برای سیگنال های گسسته در زمان

۶-۲- شرایط همگرایی و ویژگی های تبدیل Z

۶-۳- ارتباط تبدیل Z و تبدیل فوریه گسسته در زمان

عناوین فصل اول

فصل اول : معرفی سیگنال ها و سیستم ها

۱- تعاریف

- اهداف

- ضرورت ها

۲- سیگنال:

- تعریف سیگنال

- دسته بندی انواع سیگنال ها

- تعاریف مربوط به سیگنال ها

- سیگنال های مهم

- خواص سیگنال ها

۳- سیستم

- تعریف سیستم

- دسته بندی سیستم

۴- ویژگی های سیستم ها

- ویژگی های وابسته به زمان:

(۱) با یا بی حافظه بودن، (۲) علیت و (۳) تغییر پذیری با زمان

- ویژگی های مستقل از زمان:

(۱) خطی بودن، (۲) پایداری و (۳) معکوس پذیری

۱-۱- تعاریف: سیگنال ها

❖ تعریف سیگنال:

- نمایش یک کمیت فیزیکی و تغییرات آن به صورت تابعی از یک یا دو یا چند متغیر مستقل (متغیر مستقل معمولاً زمان است).

❖ انواع سیگنال ها:

- پیوسته (هم متغیر وابسته و هم متغیر مستقل تغییرات پیوسته دارند) $x(t)$
- گسسته (متغیر مستقل گسسته و متغیر وابسته، پیوسته تغییرات دارند) $x[n]$
- دیجیتال (هم متغیر وابسته و هم متغیر مستقل تغییرات گسسته دارند).

❖ انواع سیگنال پیوسته:

- ۱- تصادفی (Random)
- ۲- معین (deterministic)

❖ خواص سیگنال های گسسته در زمان:

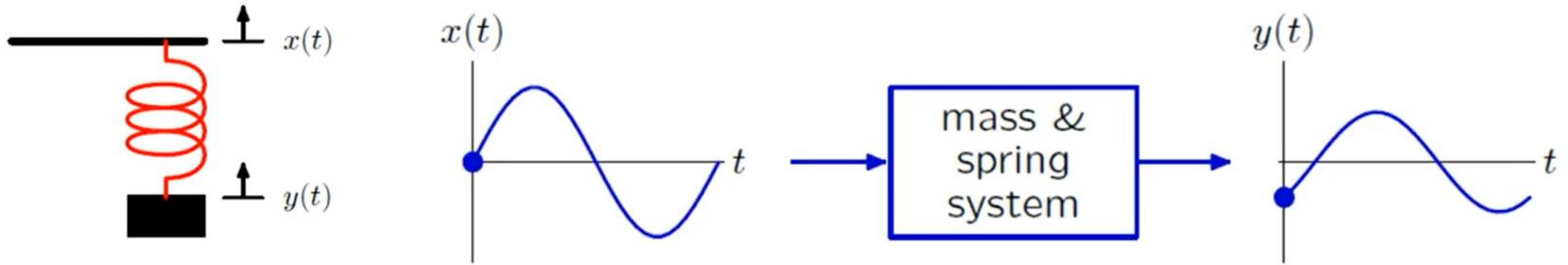
- ۱- ذاتاً گسسته در زمان (مثل شاخص بورس)
- ۲- حاصل نمونه برداری از یک سیگنال پیوسته در زمان

❖ سیگنال های انرژی و توان:

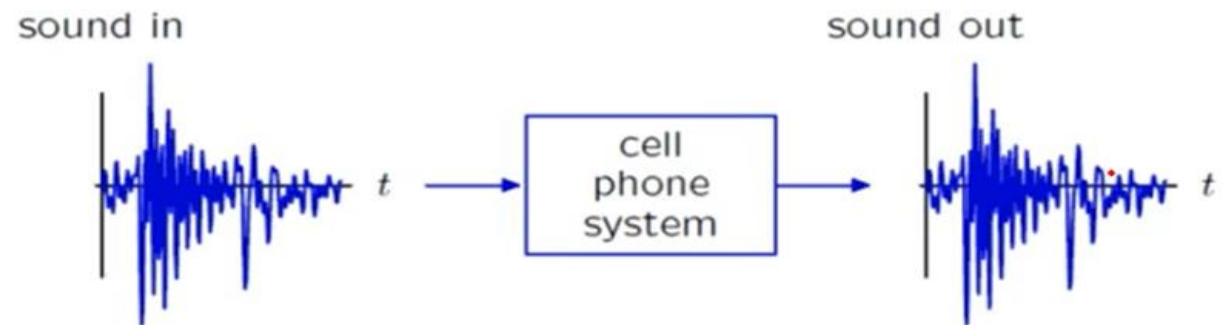
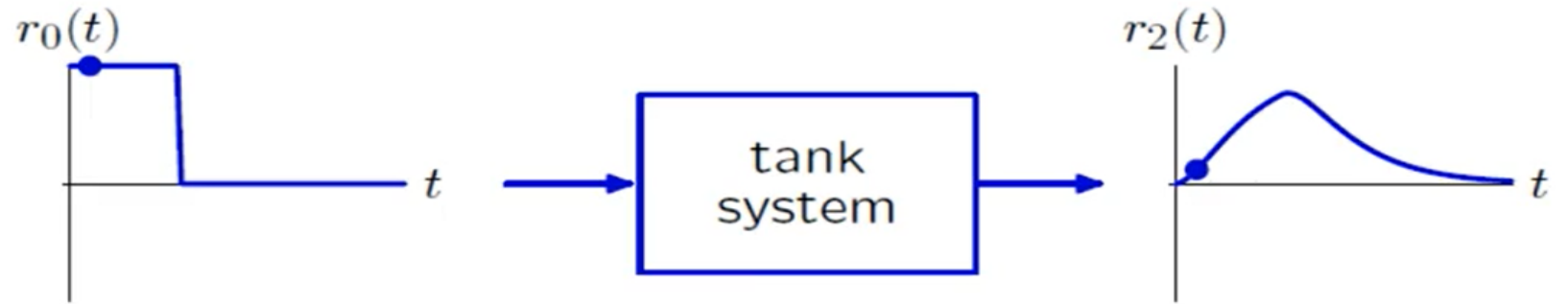
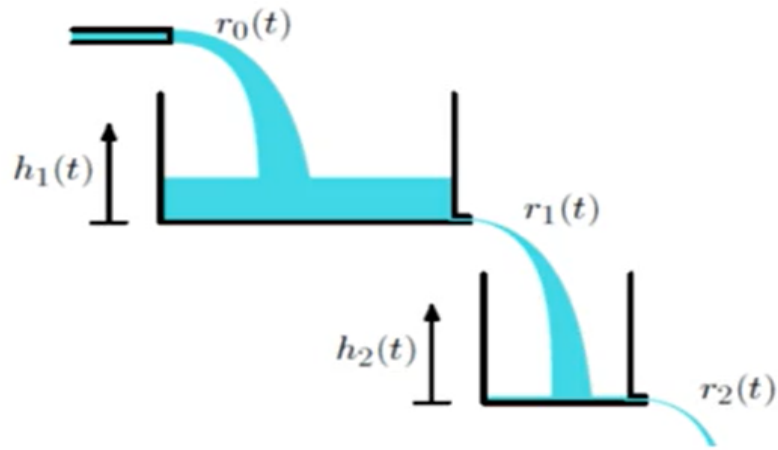
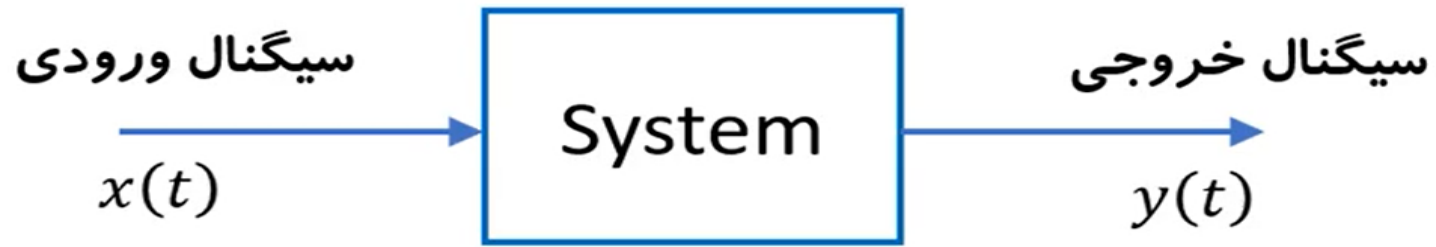
- ۱- سیگنال انرژی: محدود در زمان
- ۲- سیگنال توان: نامحدود در زمان

تعریف سیستم

سیستم، فرآیندی است که یک سیگنال را به یک سیگنال دیگر تبدیل می کند و بعضاً با اپراتورهای ریاضی مدل می شود.



تعریف سیستم



تجزیه و تحلیل سیستم‌ها

- زبان مناسب برای توصیف سیگنال‌ها و سیستم‌ها و ارائه مجموعه ای قوی از ابزارهای ریاضی برای تحلیل آنها

- آنالیز و سنتز

آنالیز: به معنی یافتن مدلی از سیستم است که با داشتن ورودی بتوان خروجی را پیش‌بینی کرد.

سنتز: یعنی طراحی سیستم از طریق انتخاب اجزای مناسب به گونه‌ای که سیستم در برابر ورودی‌های مختلف عکس‌العمل‌های متفاوت داشته باشد.

1 تعریف سیگنال

تعریف 1 سیگنال : سیگنال تابعی از یک یا چند متغیر مستقل است.

سیگنالهایی برای ما مهم است که حاوی اطلاعاتی درباره یک پدیده مهم باشد. مثلاً سیگنال صوتی، سیگنال قیمت دلار. در درس سیگنال ما می‌خواهیم با پردازش سیگنال‌ها اطلاعات مهم را از داخل سیگنال‌ها استخراج کنیم. این پردازش‌ها یعنی یک سری عملیات ریاضی مانند جمع، تفریق، ضرب، تبدیل فوریه .. که روی سیگنال‌ها انجام می‌دهیم.



نکته 1 ما در این درس با سیگنال‌های که تابعی از یک متغیر مستقل هستند کار می‌کنیم. ما این متغیر مستقل را زمان Time می‌نامیم.

نکته 2 یک تابع (سیگنال) به ازای یک متغیر فقط می‌تواند یک مقدار داشته باشد.

تغییرات قیمت سکه در ۱۰ سال

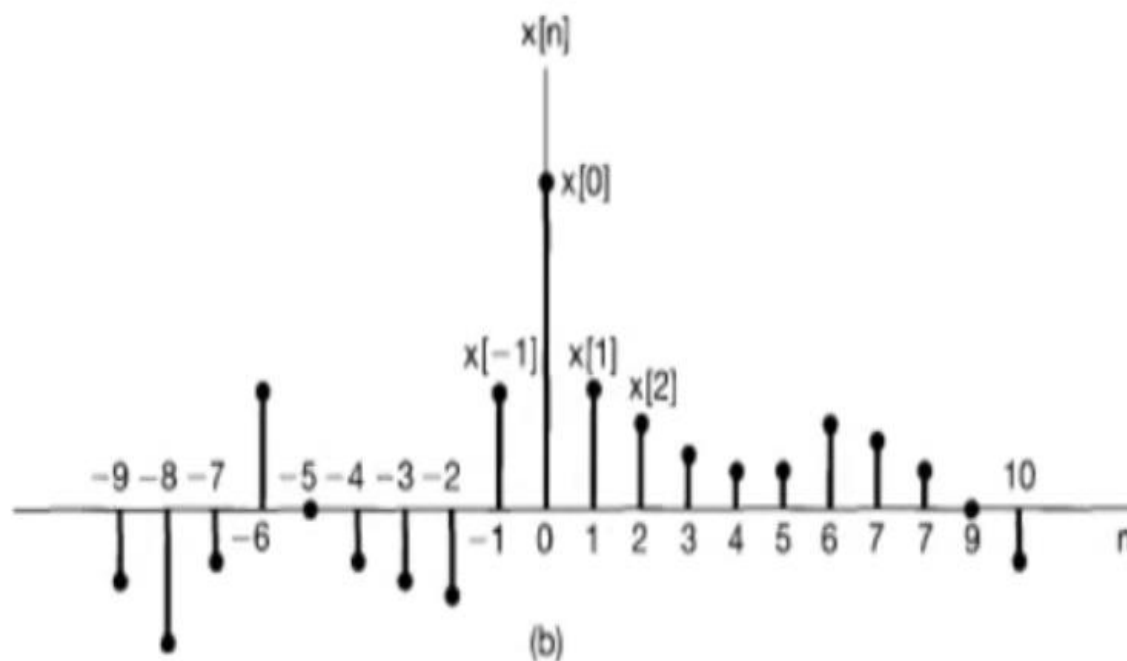
WWW.TASNIMNEWS.COM

قیمت‌ها به تومان است.



سکه بهار آزادی طرح جدید که سال ۸۹، با قیمت ۳۲۵ هزار تومان معامله می‌شد.

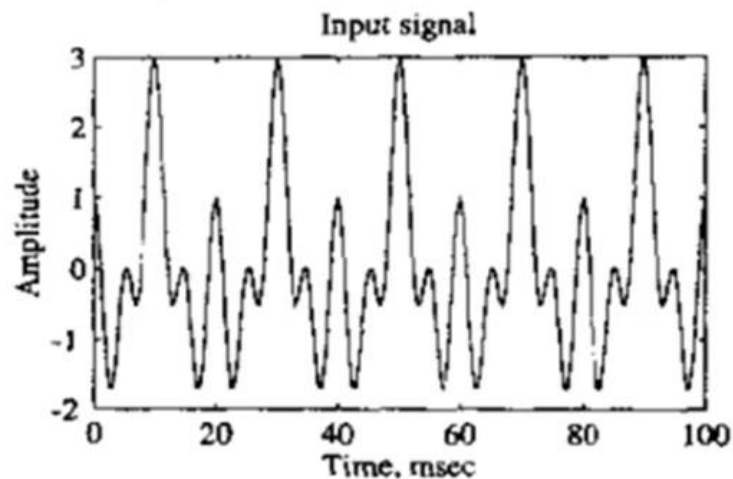
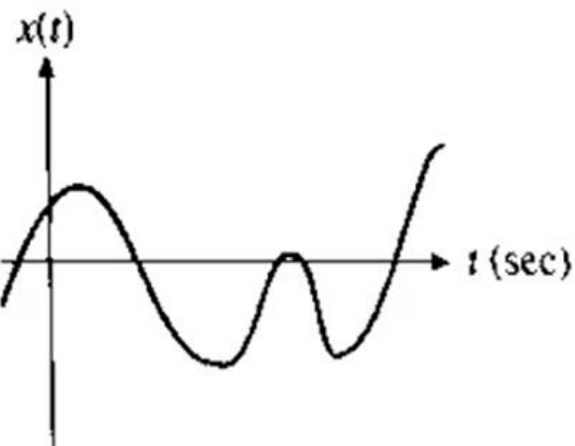
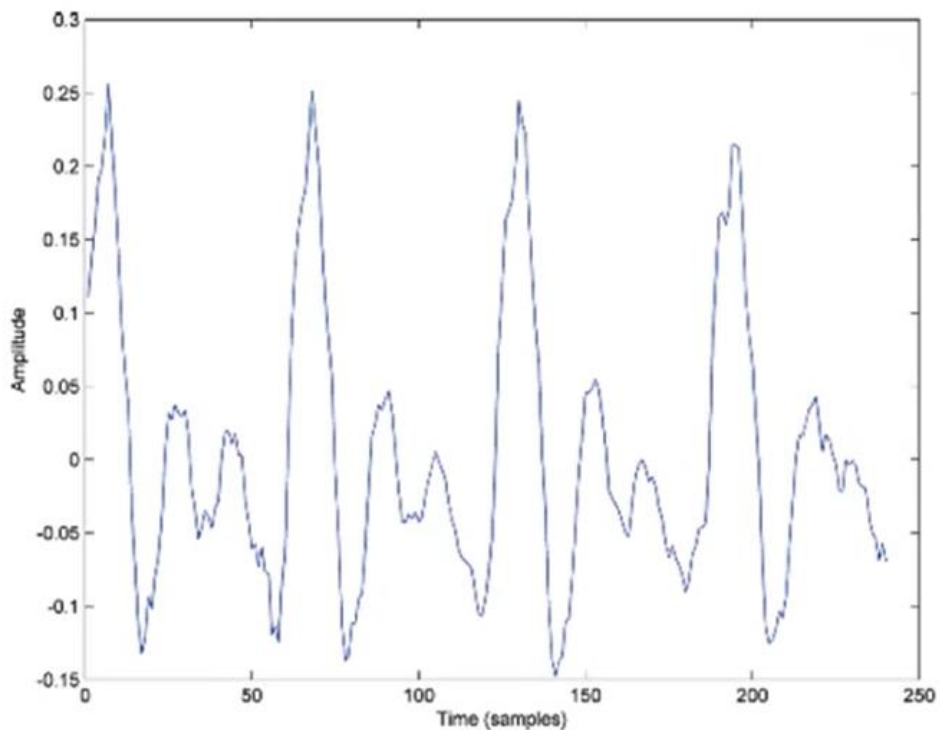
در اردیبهشت امسال به ۷ میلیون و ۵۰۰ هزار تومان رسیده است.



یعنی متغیر مستقل می‌تواند همه مقادیر صحیح را بگیرد. ما معمولاً متغیر مستقل زمان پیوسته را با n و سیگنال که تابعی از آن است را با $x[n]$ نمایش می‌دهیم. زمان پیوسته discrete time را به شکل مخفف با DT نمایش می‌دهیم. یادآوری: عدد صحیح مثلاً 0, 2, -30,

تعریف سیگنال

سیگنال، نمایش یک کمیت فیزیکی بر حسب یک یا چند متغیر مستقل است. به بیان دیگر، سیگنال تابعی است که حاوی اطلاعاتی درباره رفتار فیزیکی یک سیستم است



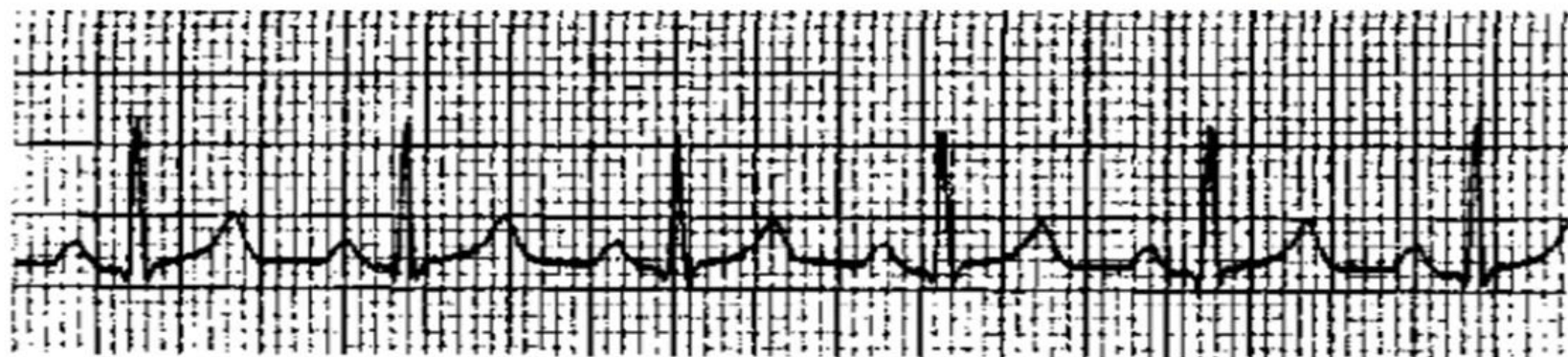
سیگنال‌ها

$$x(t) = 10 \sin(2\pi t) \quad \leftarrow \text{معین (Deterministic)}$$

تابع مشخصی از زمان است که هیچ نامعینی در مورد مقادیر آن در هر لحظه از زمان نداریم.

سیگنال‌ها

تصادفی (Stochastic) 



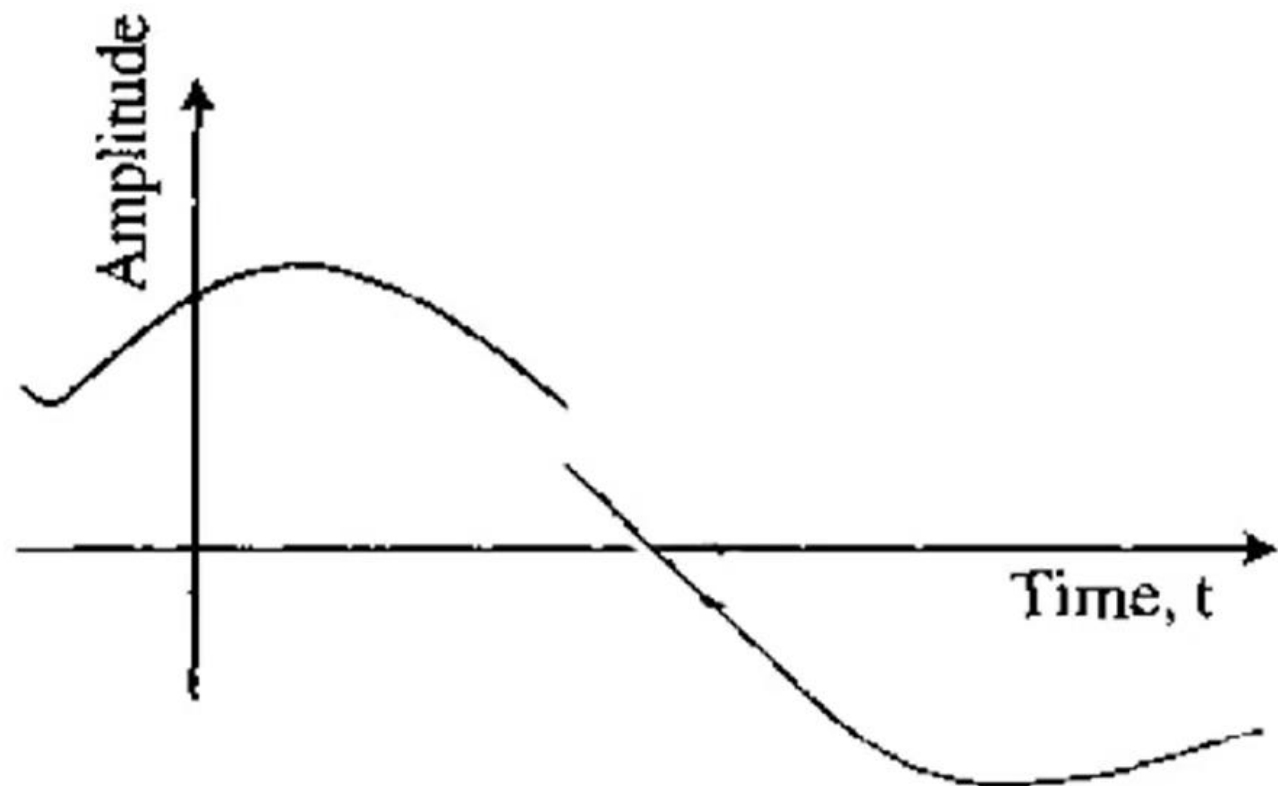
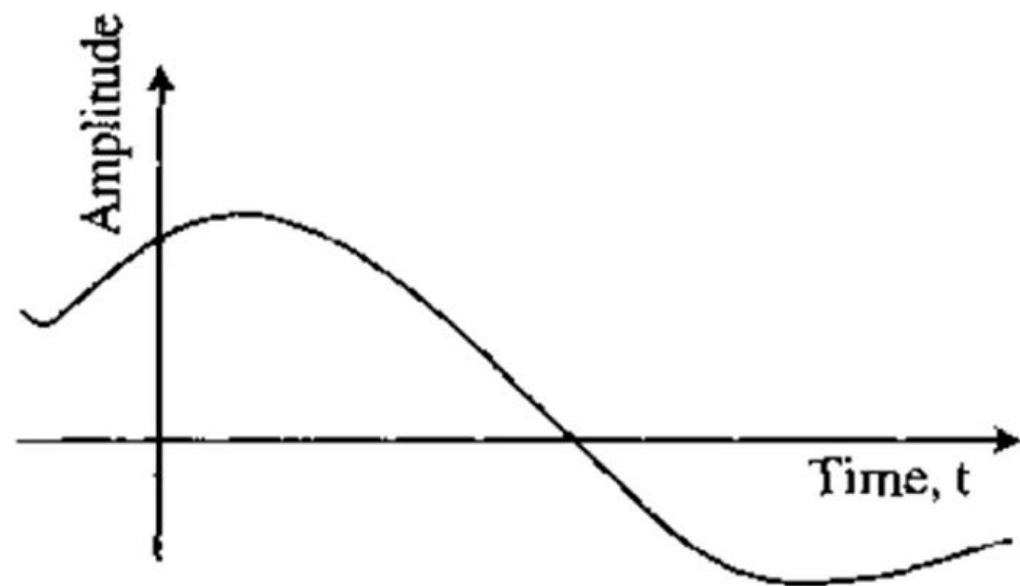
سیگنال‌ها

- ۱- سیگنال آنالوگ (زمان پیوسته - دامنه پیوسته)
- ۲- سیگنال کوانتیزه (زمان پیوسته - دامنه گسسته)
- ۳- سیگنال نمونه‌برداری شده (زمان گسسته - دامنه پیوسته)
- ۴- سیگنال دیجیتال (زمان گسسته - دامنه گسسته)

سیگنال‌ها

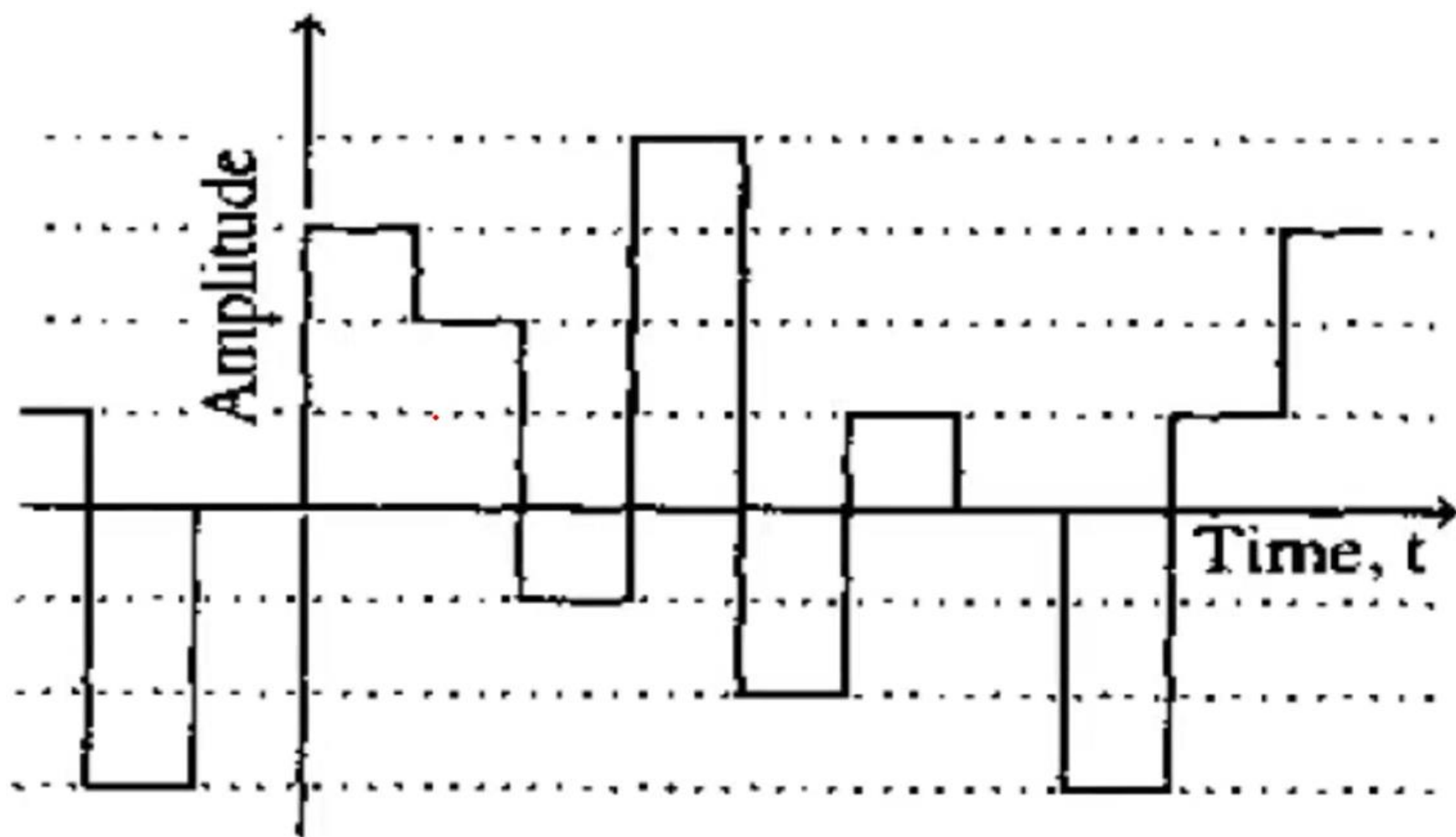
سیگنال‌ها

۱ - سیگنال آنالوگ (زمان پیوسته - دامنه پیوسته)



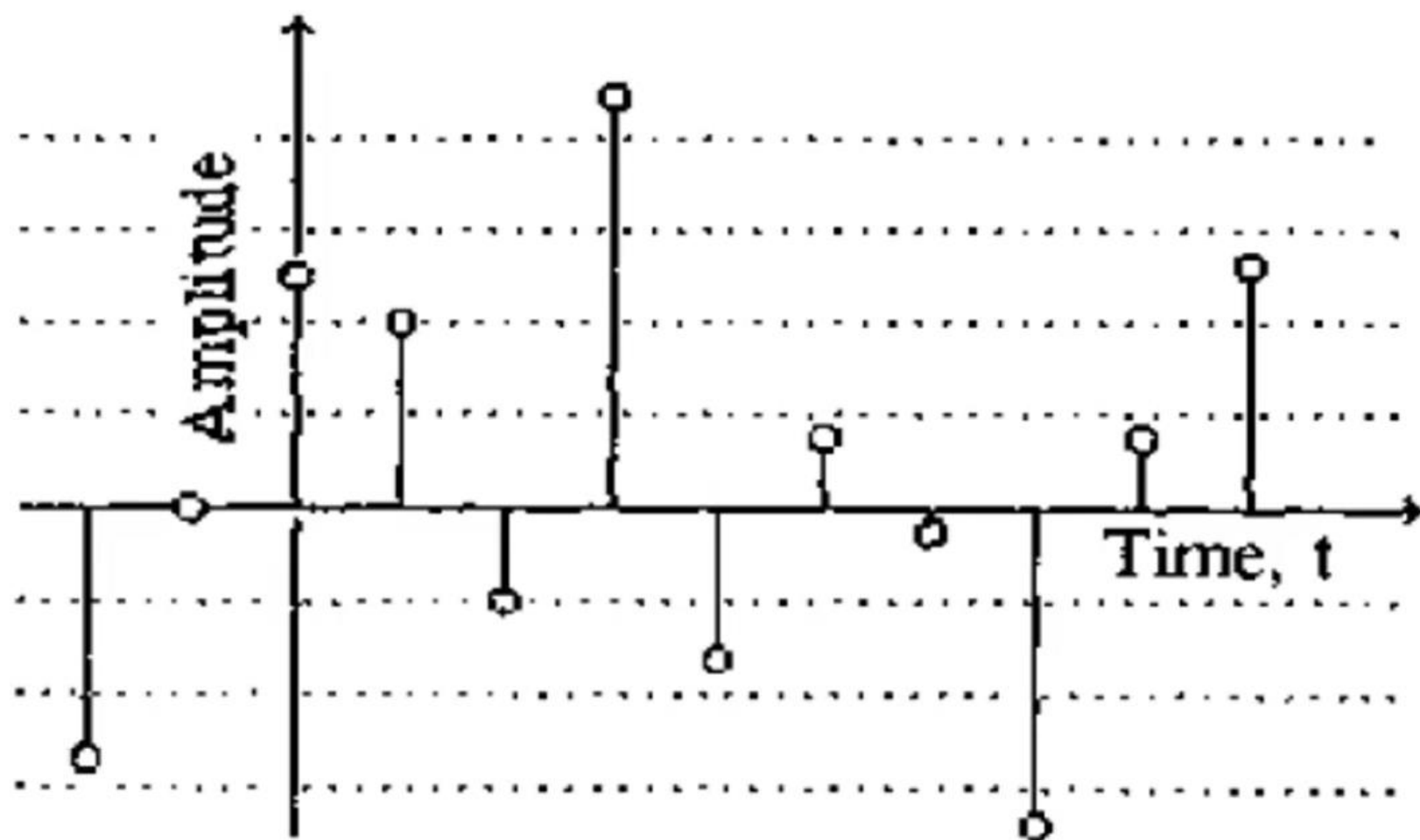
سیگنال‌ها

۲- سیگنال کوانتیزه (زمان پیوسته - دامنه گسسته)



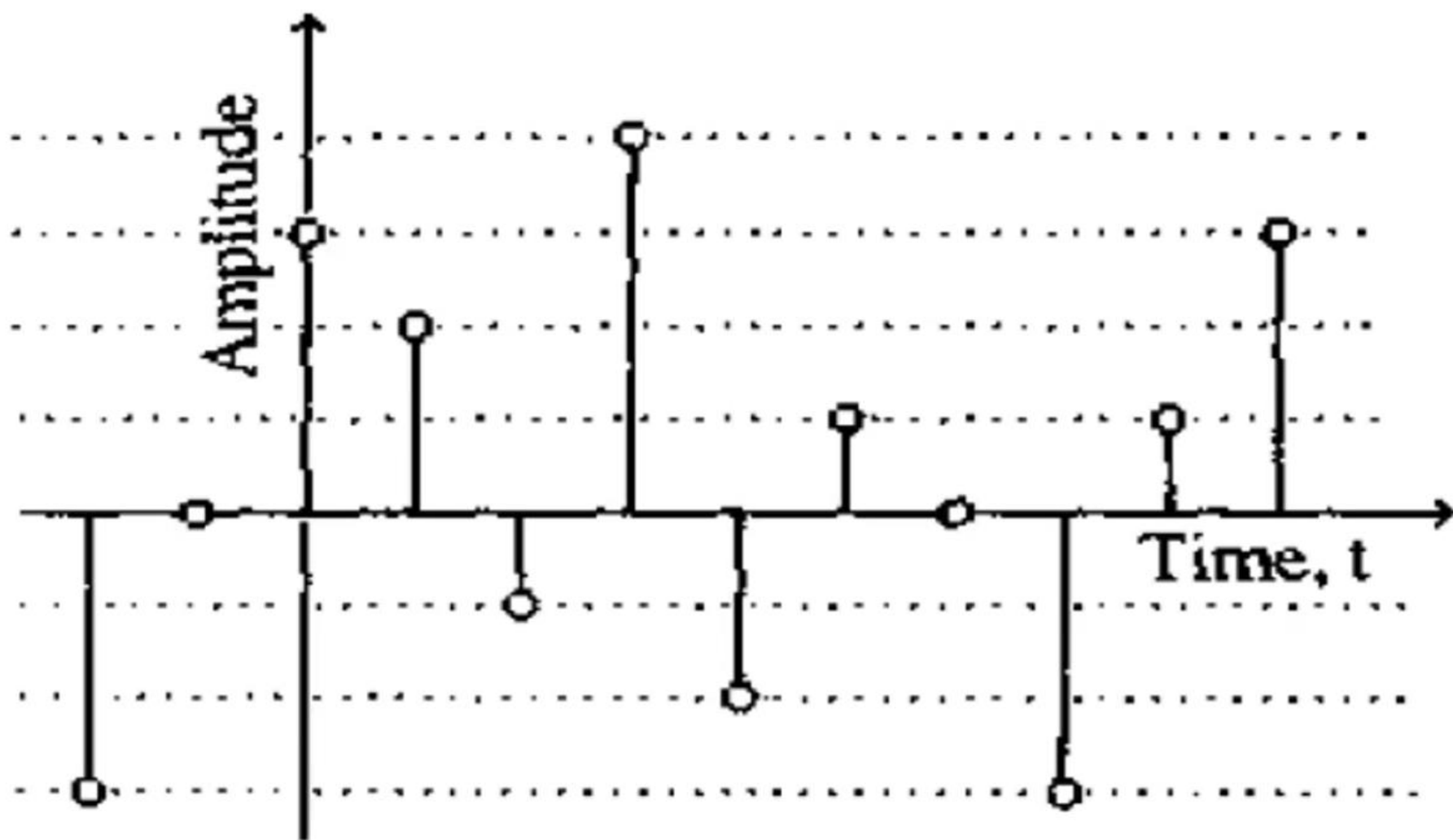
سیگنال‌ها

۳- سیگنال نمونه‌برداری شده (زمان گسسته - دامنه پیوسته)



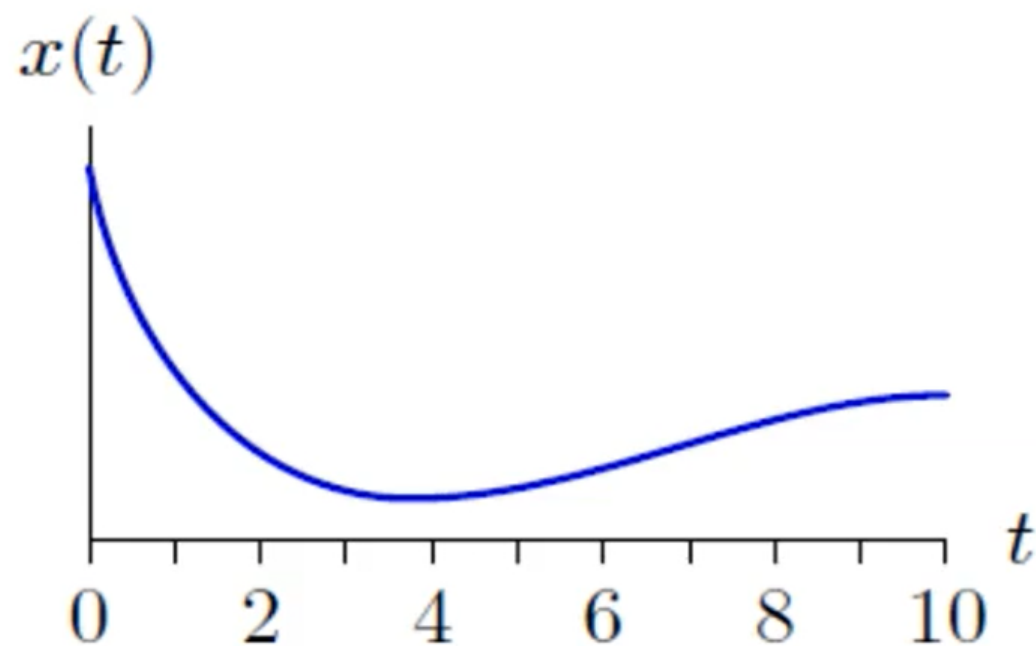
سیگنال‌ها

۴- سیگنال دیجیتال (زمان گسسته - دامنه گسسته)

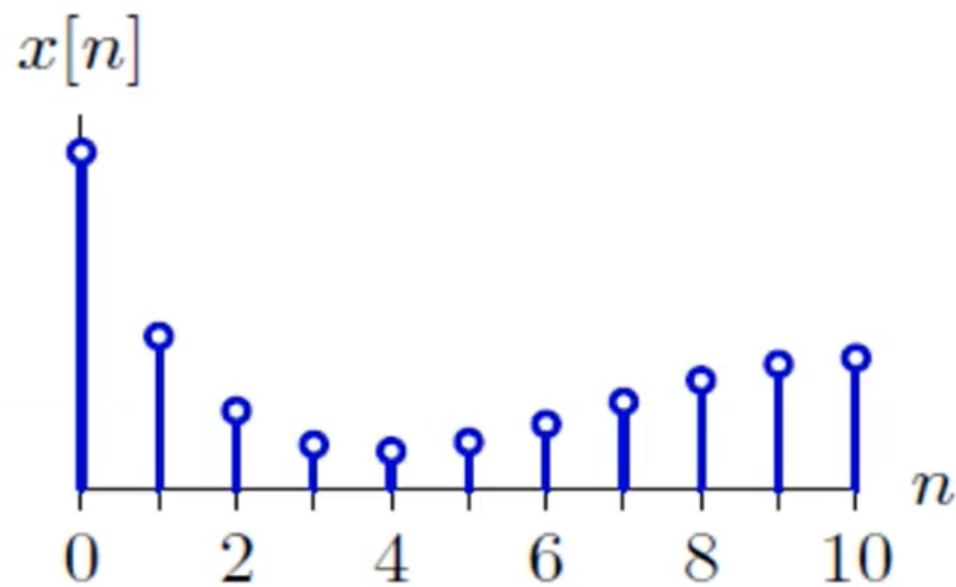


سیگنال‌ها

سیگنال‌های زمان پیوسته (CT) و سیگنال‌های زمان گسسته (DT)



CT = Continuous Time



DT = Discrete Time

سیگنال‌ها

سیگنال زمانی:

متغیر مستقل از جنس زمان است

سیگنال تک بُعدی: یک متغیر مستقل دارد.

سیگنال چند بُعدی: بیش از یک متغیر مستقل دارد.

سیگنال‌ها

سیگنال مکانی:

متغیر مستقل از جنس مکان است

۱- زمان گسسته → سیگنال زمان گسسته

۲- زمان پیوسته → سیگنال زمان پیوسته

متغیر مستقل

سیگنال‌ها

مثال: کدام یک از سیگنال‌های زیر زمان گسسته و کدام یک زمان پیوسته هستند.

الف) شاخص هفتگی بازار سهام

ب) فشار جوی تابعی از ارتفاع

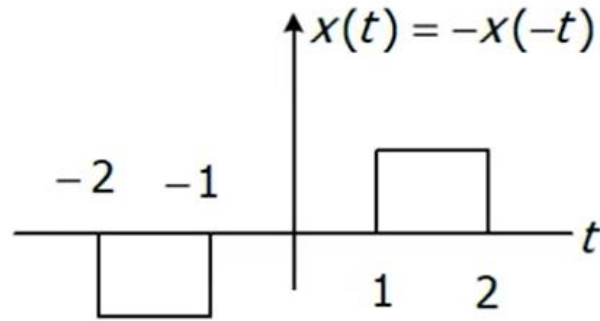
پ) درآمد متوسط خانوار

مثال: ابعاد سیگنال‌های زیر را مشخص کنید:

الف) سیگنال صحبت

ب) سیگنال تصویر

سیگنال‌ها

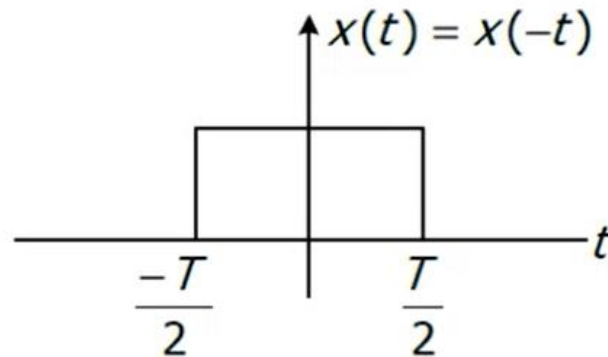


سیگنال فرد (Odd):

پیوسته: $x(t) = -x(-t)$

گسسته: $x[n] = -x[-n]$

سیگنال زوج (Even)
سیگنال فرد (Odd)
سیگنال‌ها
نه زوج و نه فرد



سیگنال زوج (Even):

پیوسته: $x(t) = x(-t)$

گسسته: $x[n] = x[-n]$

سیگنال‌ها

سیگنال زوج و فرد

نکته ۱: در سیگنال‌های فرد، لزوماً مقدار سیگنال در لحظه صفر، صفر است.

نکته ۲: هر سیگنال دلخواه را می‌توان به صورت مجموع دو سیگنال زوج و فرد نوشت:

$$x(t) = \text{Even}\{x(t)\} + \text{Odd}\{x(t)\}$$

$$\text{Even}\{x(t)\} = \frac{1}{2} [x(t) + x(-t)]$$

$$\text{Odd}\{x(t)\} = \frac{1}{2} [x(t) - x(-t)]$$

$$x[n] = \text{Even}\{x[n]\} + \text{Odd}\{x[n]\}$$

$$\text{Even}\{x[n]\} = \frac{1}{2} [x[n] + x[-n]]$$

$$\text{Odd}\{x[n]\} = \frac{1}{2} [x[n] - x[-n]]$$

سیگنال‌ها

سیگنال زوج و فرد

نکته ۱: در حالت کلی اگر سیگنال‌ها مختلط باشند، داریم:

$$\text{تقارن مزدوج} \left\{ \begin{array}{l} x^*(t) = x(-t) \\ x^*[n] = x[-n] \end{array} \right.$$

$$\text{پادتقارن مزدوج} \left\{ \begin{array}{l} x^*(-t) = -x(t) \\ x^*[-n] = -x[n] \end{array} \right.$$

سیگنال‌ها

سیگنال‌ها { متناوب به سیگنالی گفته می‌شود که در بازه‌های زمانی مشخص عیناً تکرار شده باشد.
نامتناوب

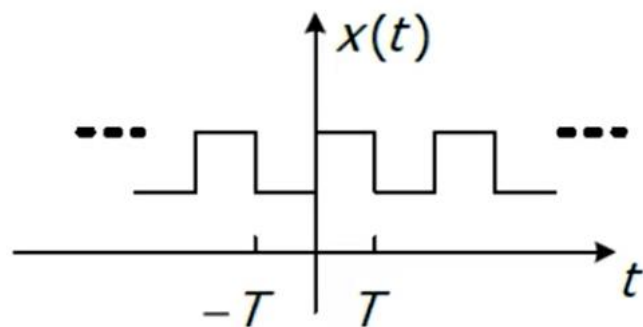
سیگنال متناوب زمان پیوسته:

دوره تناوب: $T > 0$, $k \in \mathbb{N}$ $\rightarrow x(t) = x(t + T) = x(t + kT)$, $\forall t: -\infty < t < +\infty$

اگر $x(t)$ با دوره تناوب T متناوب باشد، با دوره kT , $k \in \mathbb{N}$ نیز متناوب است. کوچکترین دوره تناوب

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$x(t)$ دوره تناوب اساسی (T_0) نامیده می‌شود.



$$T_0 = 2T$$

سیگنال‌ها

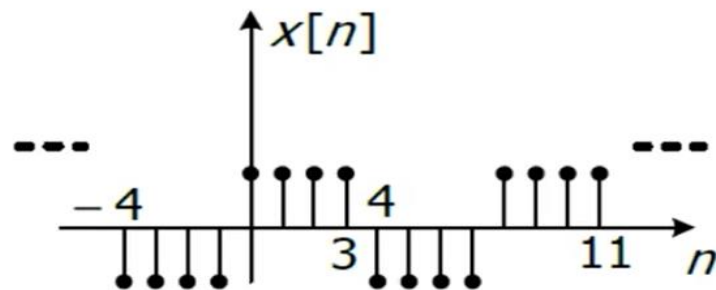
سیگنال‌ها { متناوب به سیگنالی گفته می‌شود که در بازه‌های زمانی مشخص عیناً تکرار شده باشد.
نامتناوب

سیگنال متناوب زمان گسسته:

دوره تناوب: $N \in \mathbb{Z} > 0$, $m \in \mathbb{N}$ $\rightarrow x[n] = x[n + N] = x[n + mN]$ $\forall n: -\infty < n < +\infty$

اگر $x[n]$ با دوره تناوب N متناوب باشد، با دوره mN , $m \in \mathbb{N}$ نیز متناوب است. کوچکترین دوره

تناوب $x[n]$ دوره تناوب اساسی (N_0) نامیده می‌شود.
 $\Omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{N_0}$



$$N_0 = 8$$

سیگنال‌ها

انرژی و توان سیگنال

انرژی سیگنال CT در بازه $t_1 \leq t \leq t_2$:

$$E(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

انرژی سیگنال DT در بازه $n_1 \leq n \leq n_2$:

$$E(n_1, n_2) = \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

سیگنال‌ها

انرژی و توان سیگنال

$$\text{CT : } P(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

توان متوسط سیگنال:

$$\text{DT : } P(n_1, n_2) = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

$$\text{CT : } P_{\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E_{\infty}}{2T}$$

توان متوسط کل:

$$\text{DT : } P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E_{\infty}}{2N + 1}$$

سیگنال‌ها

انرژی و توان سیگنال

❖ تعریف: سیگنال انرژی سیگنالی است با E_∞ محدود ($E_\infty < \infty$).

❖ تعریف: سیگنال توان سیگنالی است با P_∞ محدود ($P_\infty < \infty$).

💣 تذکر ۲: ممکن است یک سیگنال نه انرژی باشد و نه توان یعنی دارای $E_\infty = \infty$ و $P_\infty = \infty$ باشد. چنین سیگنالهایی در کاربردهای مهندسی مطلوب نیستند.

روابط ارائه شده برای انرژی و توان لزوماً معنی فیزیکی ندارند و ممکن است بعضاً ابعاد غلطی نیز داشته باشند.

انواع سیگنال (ادامه)

- سیگنال متناوب

□ دوره تناوب اصلی کوچکترین دوره تناوب مثبت سیگنال است

$$x(t) = x(t + T) = x(t + mT)$$

$$x[n] = x[n + N] = x[n + mN]$$

- سیگنال زوج و فرد

$$x(-t) = x(t), \quad x[-n] = x[n]$$

$$x(-t) = -x(t), \quad x[-n] = -x[n] \Rightarrow x(0) = 0, \quad x[0] = 0$$

$$x(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2} + \frac{x(t) - x(-t)}{2} = x_{\text{even}}(t) + x_{\text{odd}}(t)$$

سیگنال‌ها

سیگنال‌های متناوب

مثال: دوره تناوب سیگنال‌های زیر را به دست آورید:

$$x_1(t) = \sin(20\pi t) \rightarrow T_{01} = \frac{2\pi}{20\pi} = \frac{1}{10} \rightarrow \omega_{01} = \frac{2\pi}{T_{01}} = 20\pi$$

$$x_2(t) = \cos(10\pi t) \rightarrow T_{02} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{2}{10} \rightarrow \omega_{02} = \frac{2\pi}{T_{02}} = 10\pi$$

$$x_3(t) = \sin(31\pi t) \rightarrow T_{03} = \frac{2\pi}{31\pi} = \frac{2}{31} \rightarrow \omega_{03} = \frac{2\pi}{T_{03}} = 31\pi$$

$$x_4(t) = x_1(t) + x_2(t) \rightarrow \text{متناوب با دوره تناوب } 1/10\pi \rightarrow \frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{10\pi}{20\pi} = \frac{1}{2}$$

$$x_5(t) = x_1(t) + x_3(t) \rightarrow \text{نا متناوب} \rightarrow \frac{T_{01}}{T_{03}} = \frac{31\pi}{20\pi} = \frac{31}{20}$$

سیگنال‌ها

سیگنال‌های متناوب

نکته: در صورتی جمع دو سیگنال متناوب، متناوب است که داشته باشیم:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow T = n_1 T_2 = n_2 T_1 \rightarrow \text{ک.م.م دوره تناوب}$$

مثال: سیگنال زیر متناوب یا متناوب است؟ در صورت متناوب بودن، دوره تناوب آن را به دست آورید.

$$x(t) = \begin{cases} \cos t & t < 0 \\ \sin t & t \geq 0 \end{cases}$$

با اینکه هر ضابطه تابع با دوره تناوب 2π متناوب است، به علت ناپیوستگی تابع در مبدأ، سیگنال **متناوب نیست**.

انواع سیگنال (ادامه)

• توان و انرژی

□ توان و انرژی در بازه مشخص

$$E_{t_1 \leq t \leq t_2}^x = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt \Rightarrow P_{t_1 \leq t \leq t_2}^x = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

$$E_{n_1 \leq n \leq n_2}^x = \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2 \Rightarrow P_{n_1 \leq n \leq n_2}^x = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

انواع سیگنال (ادامه)

- انواع سیگنال از نظر انرژی و توان

- سیگنال‌هایی با انرژی کل محدود (اصطلاحاً سیگنال انرژی)

$$E_{\infty} < \infty, P_{\infty} = 0$$

- سیگنال‌هایی با توان کل محدود (اصطلاحاً سیگنال توان)

$$E_{\infty} = \infty, P_{\infty} < \infty$$

- سیگنال‌هایی با توان و انرژی کل نامحدود (اصطلاحاً سیگنال نه توان و نه انرژی)

$$E_{\infty} = \infty, P_{\infty} = \infty$$

سیگنال‌ها

انرژی و توان سیگنال

توان متوسط سیگنال انرژی برابر است با:

چون سیگنال انرژی دارای انرژی محدود است بنابراین توان متوسط آن صفر خواهد بود.

هر سیگنالی با دوره محدود:

(۱) لزوماً انرژی است.

(۲) لزوماً توان است.

(۳) ممکن است انرژی باشد.

(۴) ممکن است توان باشد.

سیگنال‌ها

انرژی و توان سیگنال

: اگر توان متوسط کل سیگنال $P_{\infty} > 0$ باشد، انرژی کل آن بی‌نهایت است.

سیگنال‌های متناوب، سیگنال توان هستند.

$$x(t) = t$$

$$x(t) = e^t$$

$$x[n] = n^{10}$$

$$x[n] = 4$$

$$E_{\infty} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} 16 = \infty$$

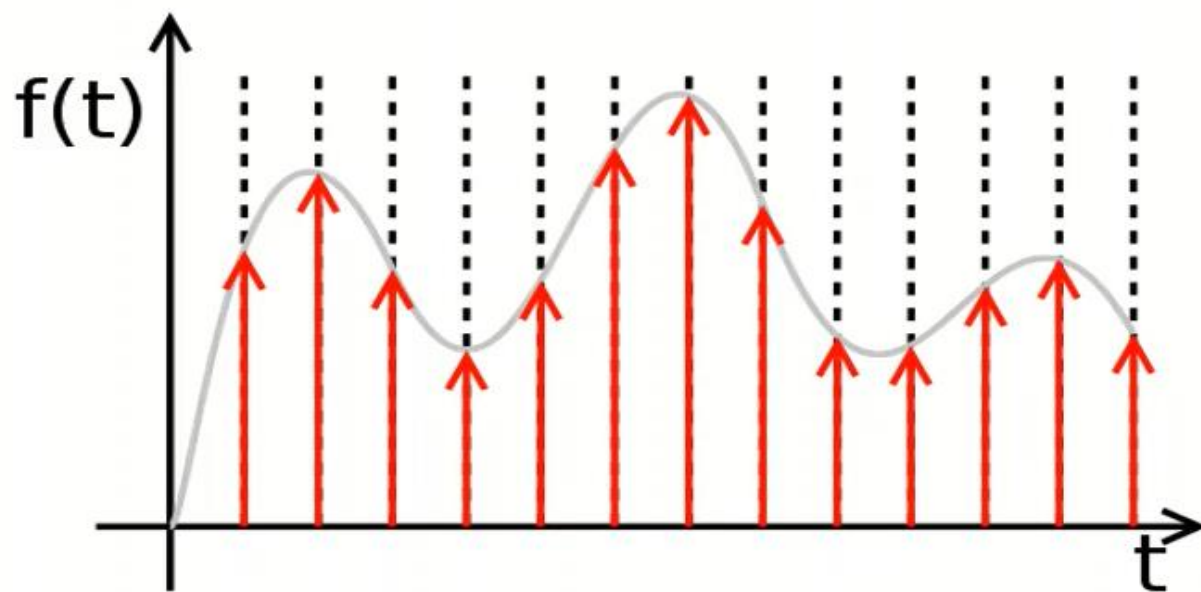
$$P_{\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{+N} 16 = 16$$

انواع سیگنال

- تعریف ریاضی سیگنال

□ تابعی که به یک دامنه (معمولاً زمان یا مکان) مقادیری را نسبت می‌دهد.

• سیگنال زمان پیوسته ($x(t)$) و سیگنال زمان گسسته ($x[n]$)

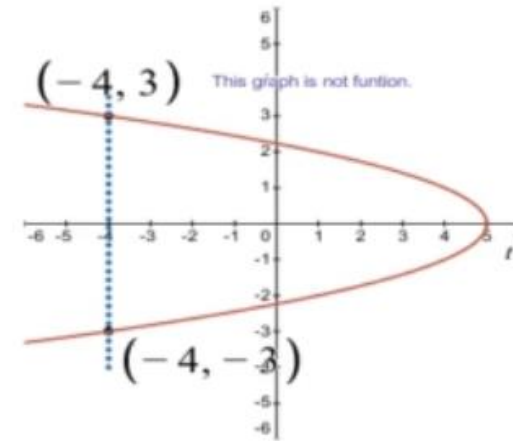
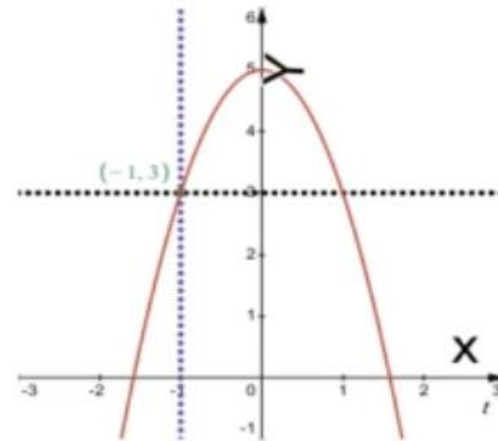


1.1 سیگنال زمان پیوسته

تعریف 2 سیگنال زمان پیوسته: این سیگنال در همه زمان‌ها تعریف شده است.

یعنی متغیر مستقل می‌تواند همه مقادیر حقیقی را بگیرد. ما معمولاً متغیر مستقل زمان پیوسته را با t و سیگنال که تابعی از آن است را با $x(t)$ نمایش می‌دهیم. زمان پیوسته continues time را به شکل مخفف با CT نمایش می‌دهیم.

- متغیر مستقل پیوسته - زمان- را با حرف t روی محور افقی یا x ها نمایش می‌دهیم.
- مقدار سیگنال را معمولاً با نماد $x(t)$ روی محور عمودی یا y ها نمایش می‌دهیم.
- یادآوری: عدد حقیقی هر عددی است که شما می‌توانید تصور کنید. شامل همه اعداد طبیعی مانند ۱ و ۲ و همه اعداد صحیح مانند -100 و 4 همه اعداد گویا مانند $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{2}$ و حتی اعداد گنگ مثل $\pi=3.14..$ یا $\sqrt{2}=1.4..$.



1.2 سیگنال زمان گسسته

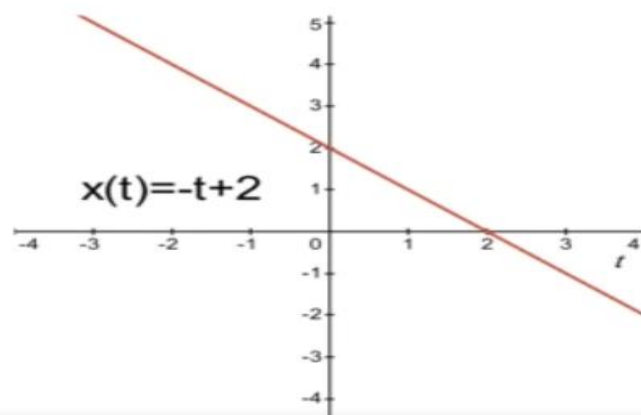
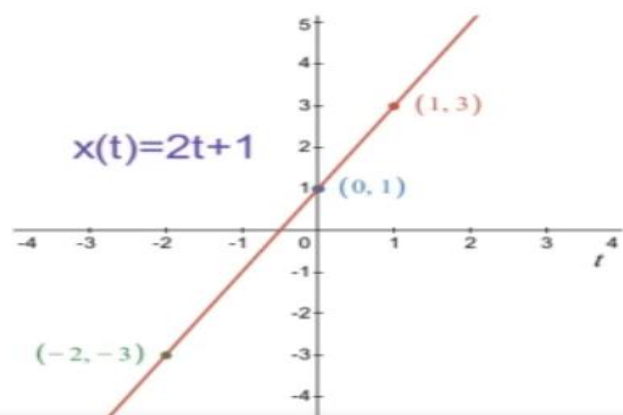
تعریف 3 سیگنال زمان گسسته: این سیگنال در همه لحظات گسسته (صحیح) از زمان تعریف شده است.

2 سهمی و خط

2.1 معادله خط

در خط ما متغیر مستقل را به شکل t داریم، یعنی به شکل توان ۱. به ضریب t شیب گفته می‌شود.

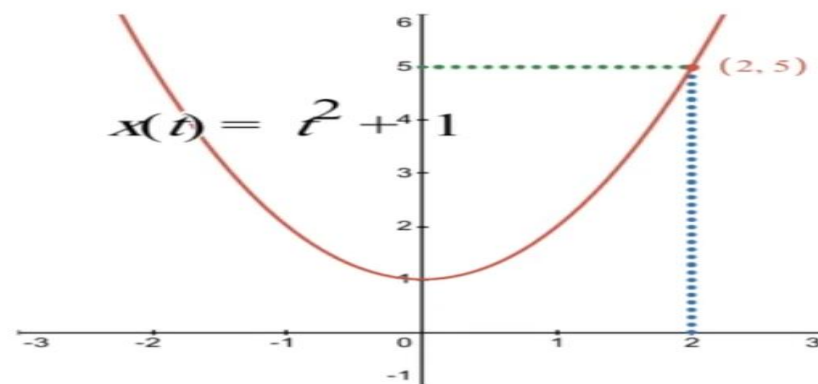
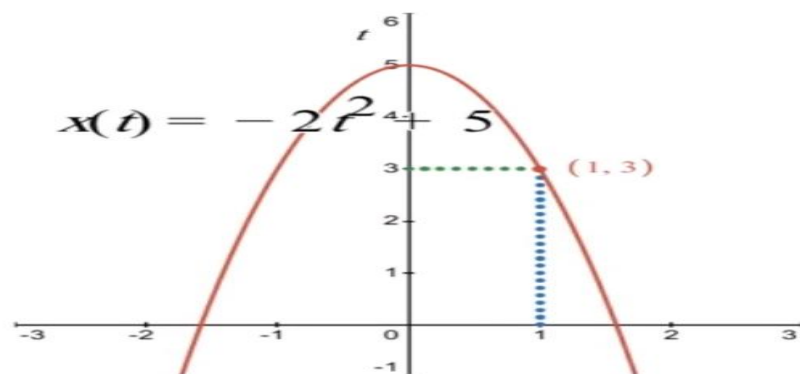
- وقتی خط شیب مثبت است، سیگنال صعودی است. یعنی با افزایش t ، $x(t)$ افزایش می‌یابد.
- وقتی خط شیب منفی است، سیگنال نزولی است، یعنی با افزایش t ، $x(t)$ کاهش می‌یابد.



2.2 معادله سهمی

در سهمی ما متغیر مستقل t را به شکل t^2 یعنی توان دو داریم.

- وقتی ضریب t^2 مثبت باشد کاسه سهمی به سمت بالاست. سهمی ابتدا نزولی و بعد صعودی خواهد شد.
- وقتی ضریب t^2 مثبت باشد کاسه سهمی به سمت پایین است. سهمی ابتدا صعودی و بعد نزولی خواهد شد.



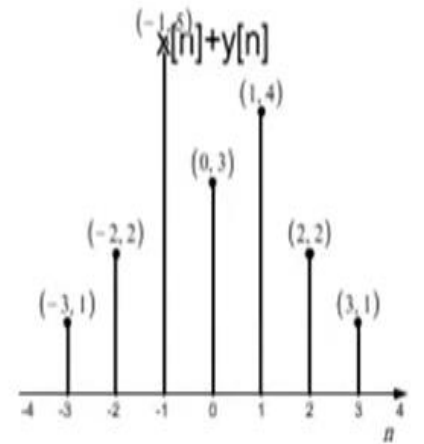
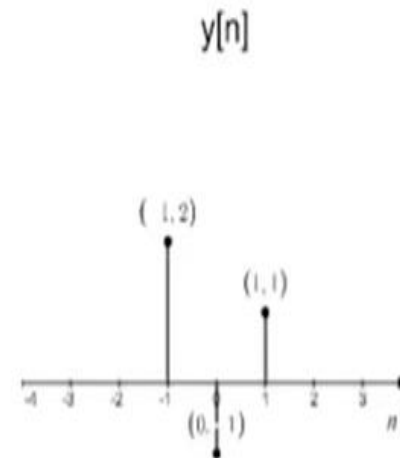
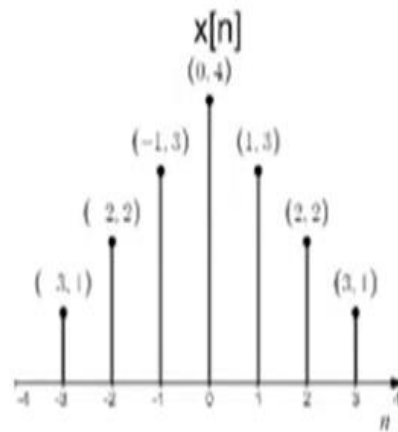
3 اعمال اصلی روی سیگنال‌ها

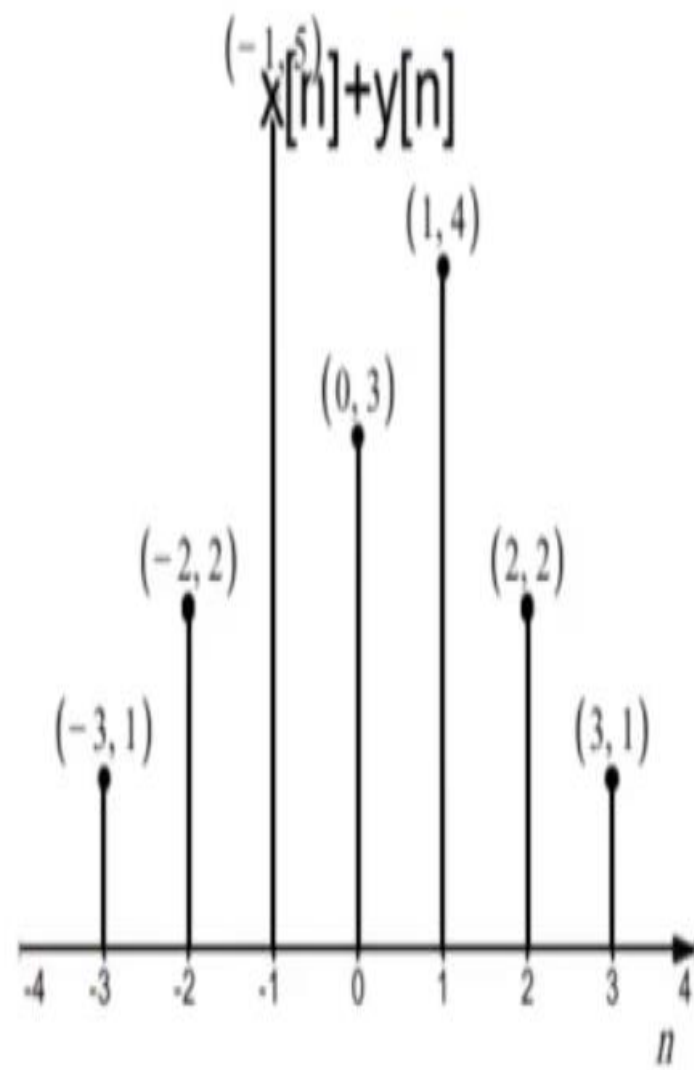
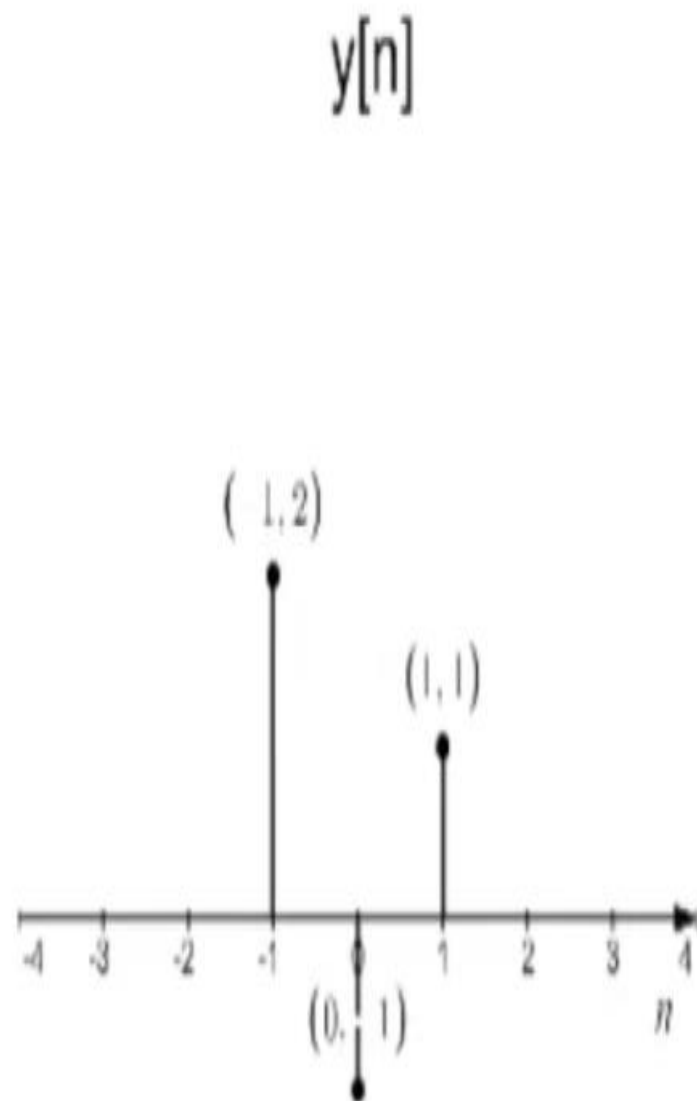
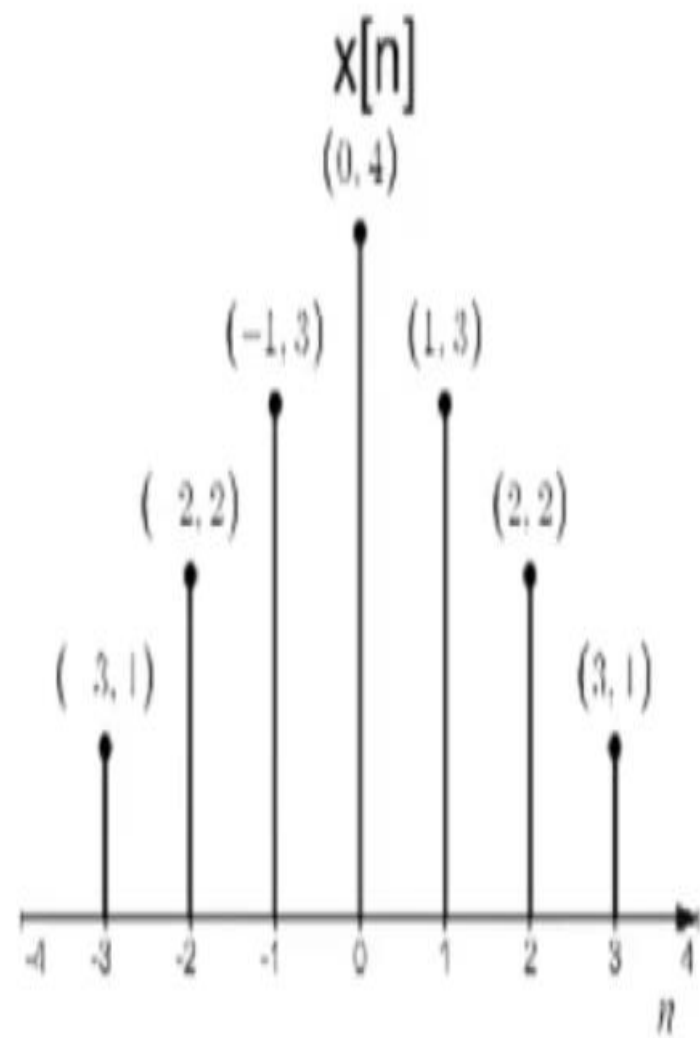
همانطور که گفتیم ما در درس سیگنال به دنبال پردازش سیگنال‌ها هستیم. پردازش یعنی عملیات‌ها ریاضی روی سیگنال‌ها. ساده ترین شکل عملیات ریاضی که در دبستان یاد گرفتیم جمع، تفریق و سپس ضرب بود. در این درس هم کار خود را از این اعمال ریاضی پایه شروع می‌کنیم.

3.1 جمع سیگنال‌ها

3.1.1 جمع سیگنال‌های زمان گسسته

کافی است که مقادیر سیگنال را در نقاط مختلف با هم جمع کنیم مثلاً $x[0]+y[0]=4+(-1)=3$



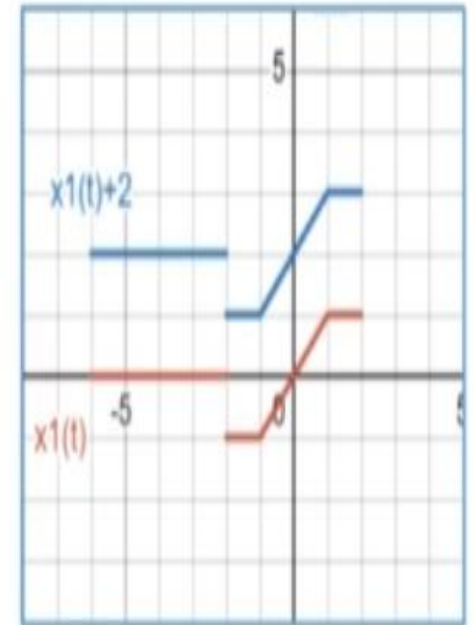
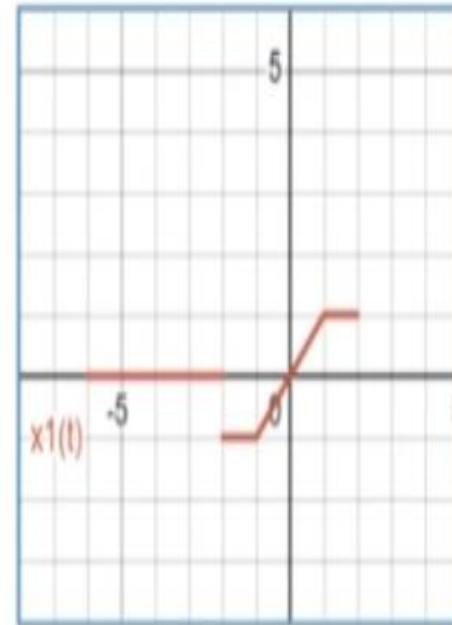


3.1.2 جمع سیگنالهای زمان پیوسته

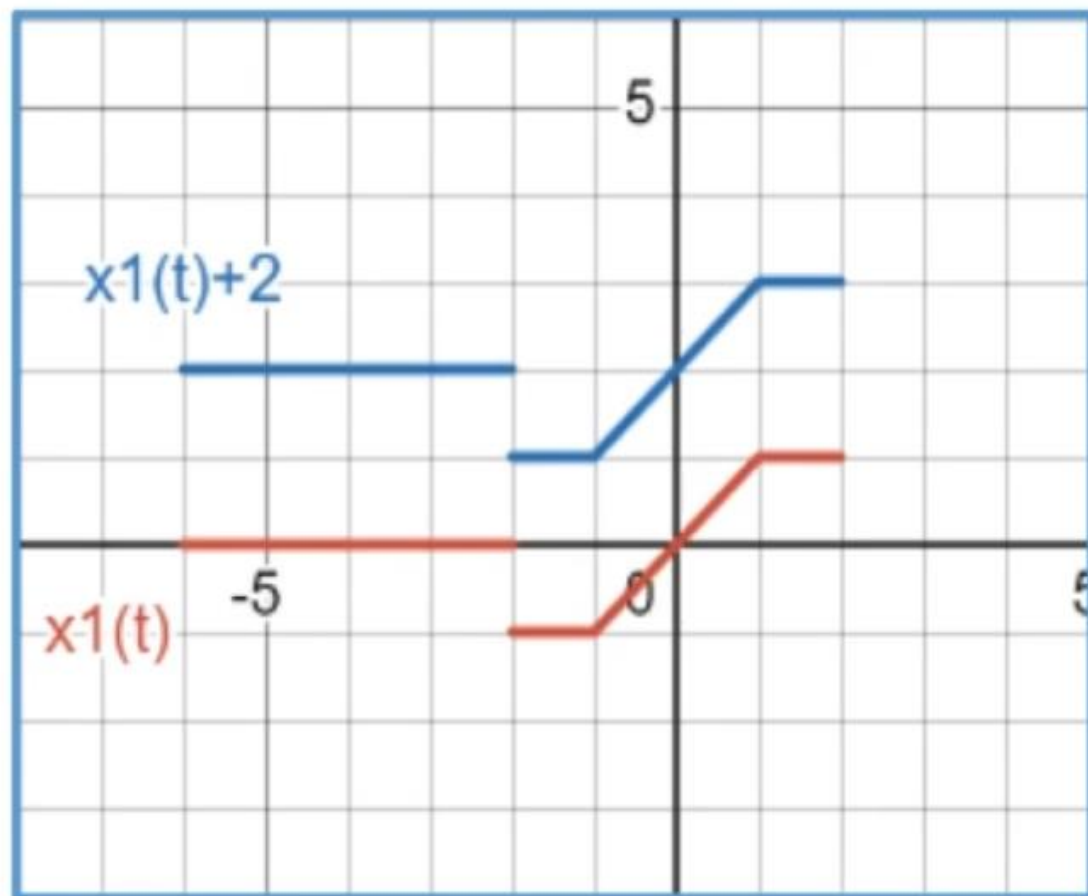
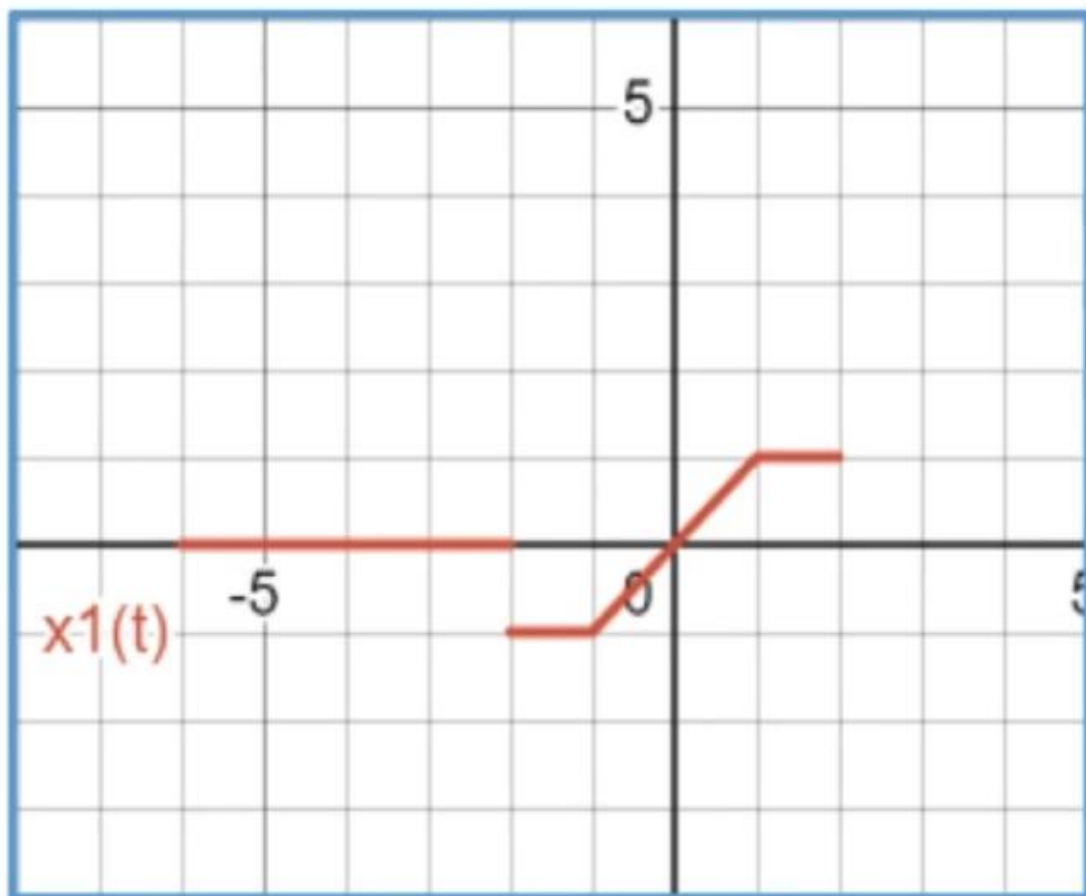
در ساده‌ترین شکل یک سیگنال با یک عدد ثابت جمع می‌شود.

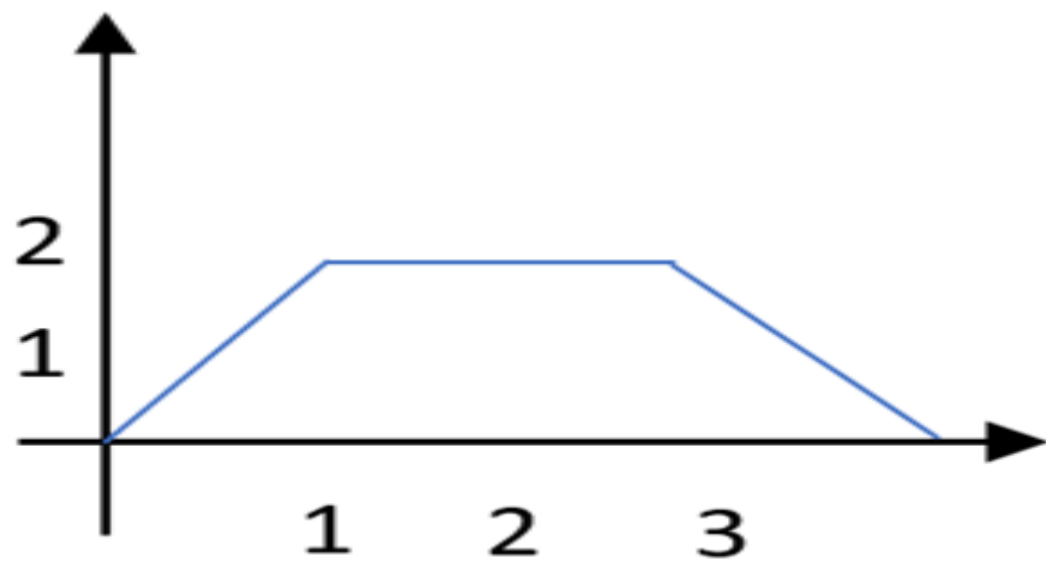
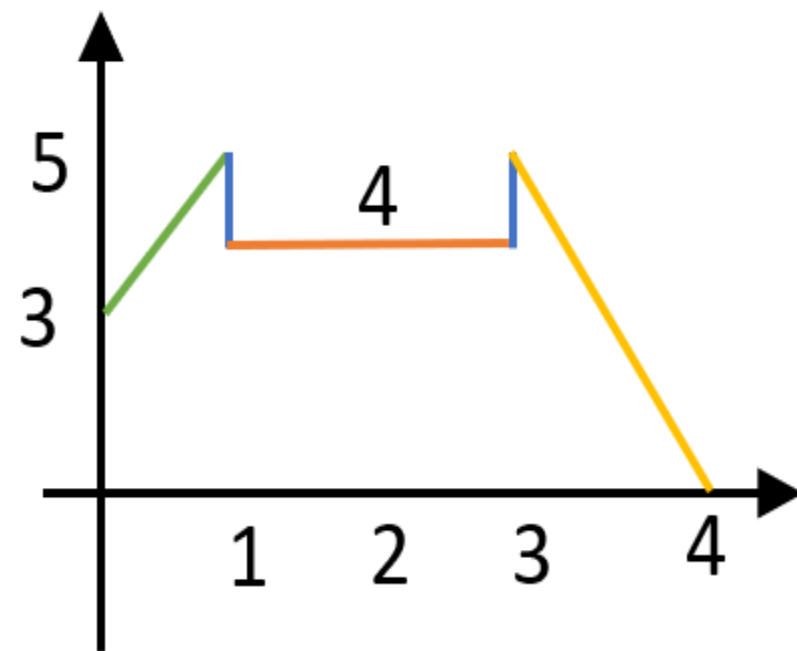
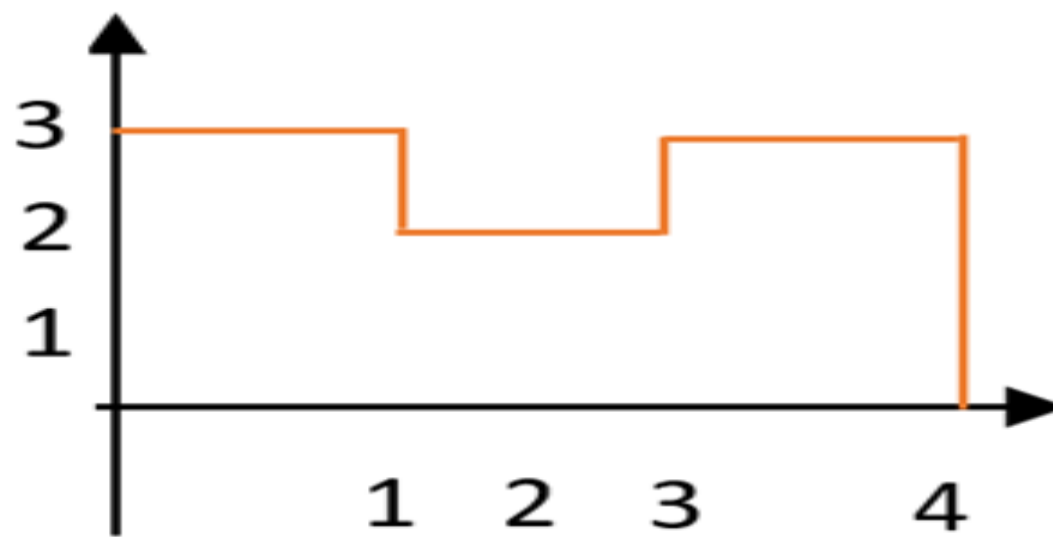
سوال 2 سیگنال $x(t)$ در شکل زیر نمایش داده شده است. سیگنال $x(t)+2$ را رسم کنید.

راه‌حل) همانطور که می‌بینید کافی است به ازای هر t مقدار $x(t)$ را با عدد ثابت 2 جمع کنیم. و کل سیگنال به اندازه 2 به سمت بالا انتقال یافته است.



سوال 2 سیگنال $x(t)$ در شکل زیر نمایش داده شده است. سیگنال $x(t)+2$ را رسم کنید.

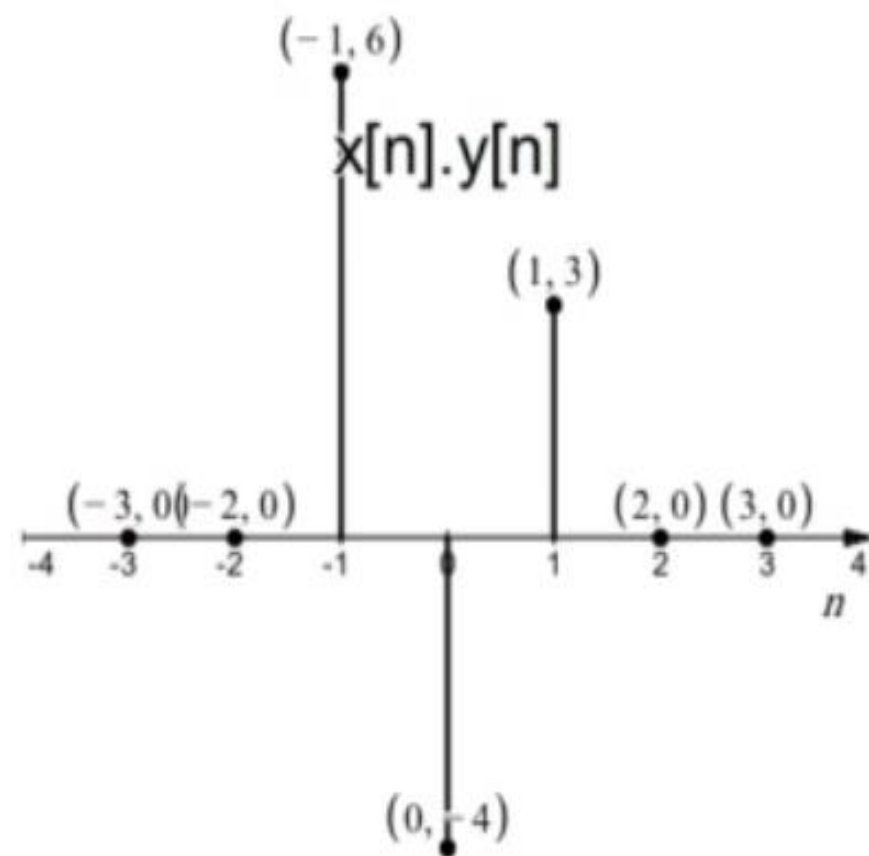
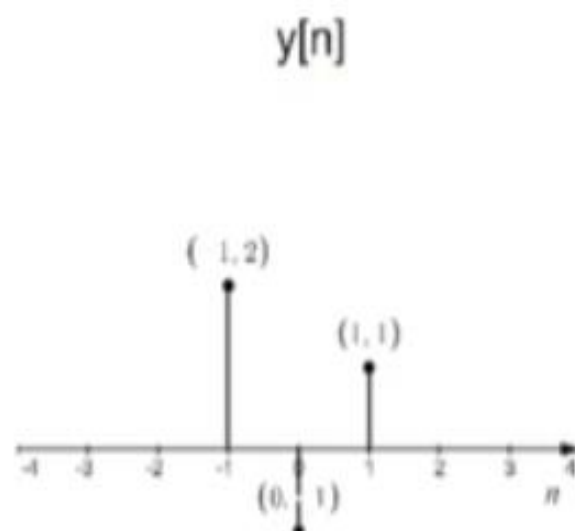
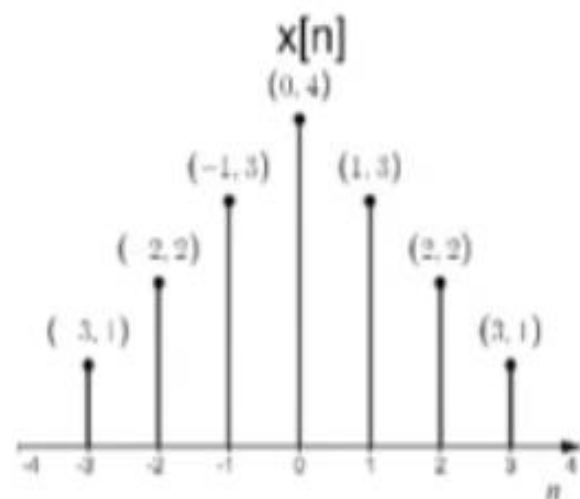




3.2 ضرب سیگنال‌ها

3.2.1 ضرب سیگنال‌های زمان گسسته

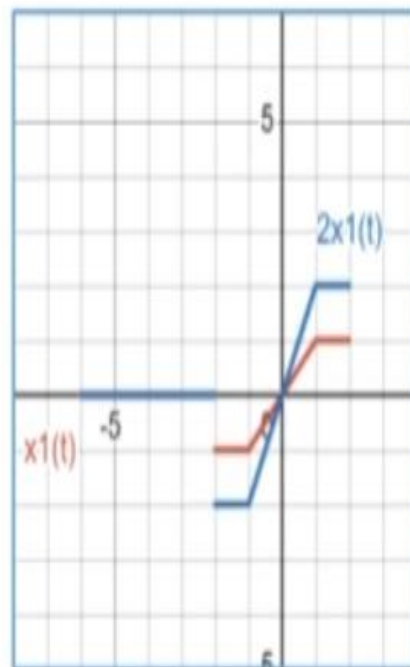
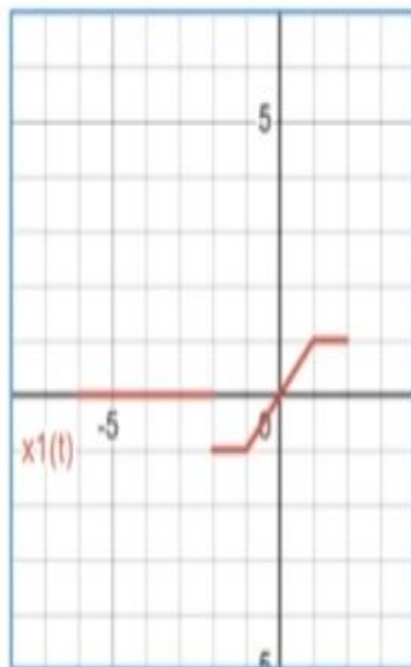
کافی است که مقادیر سیگنال را در نقاط مختلف در هم ضرب کنیم مثلاً $x[0] + y[0] = 4 \times (-1) = -4$

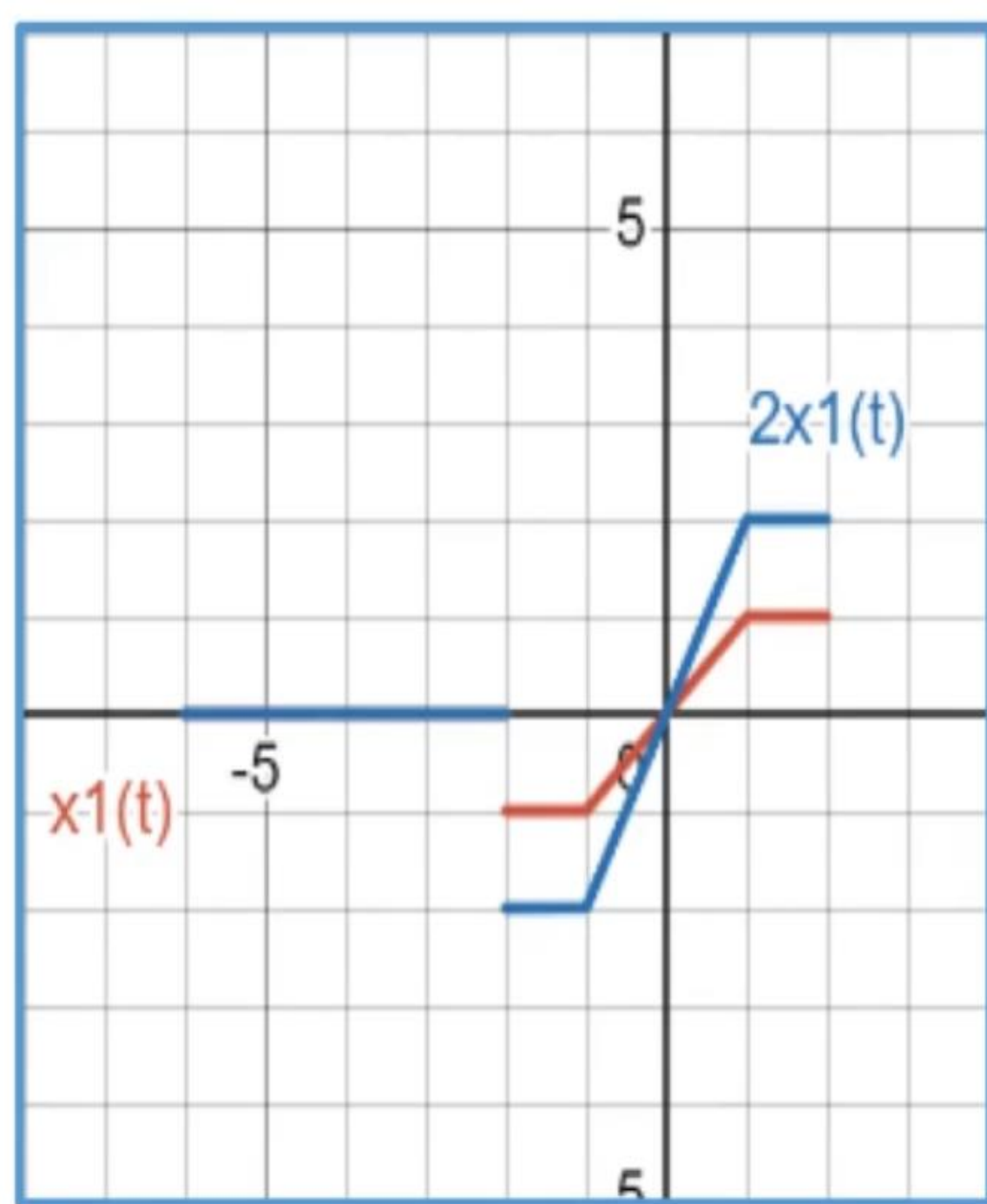
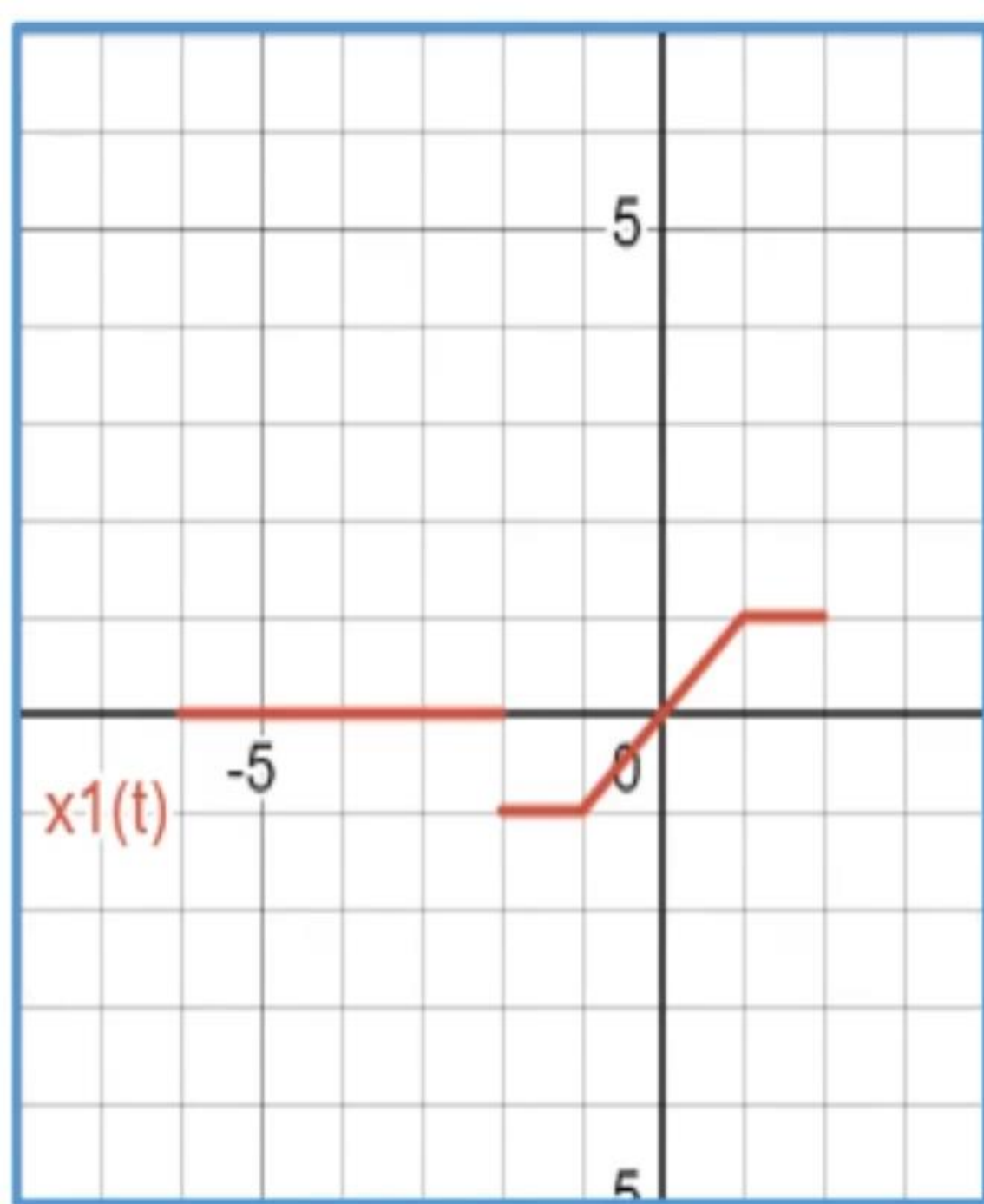


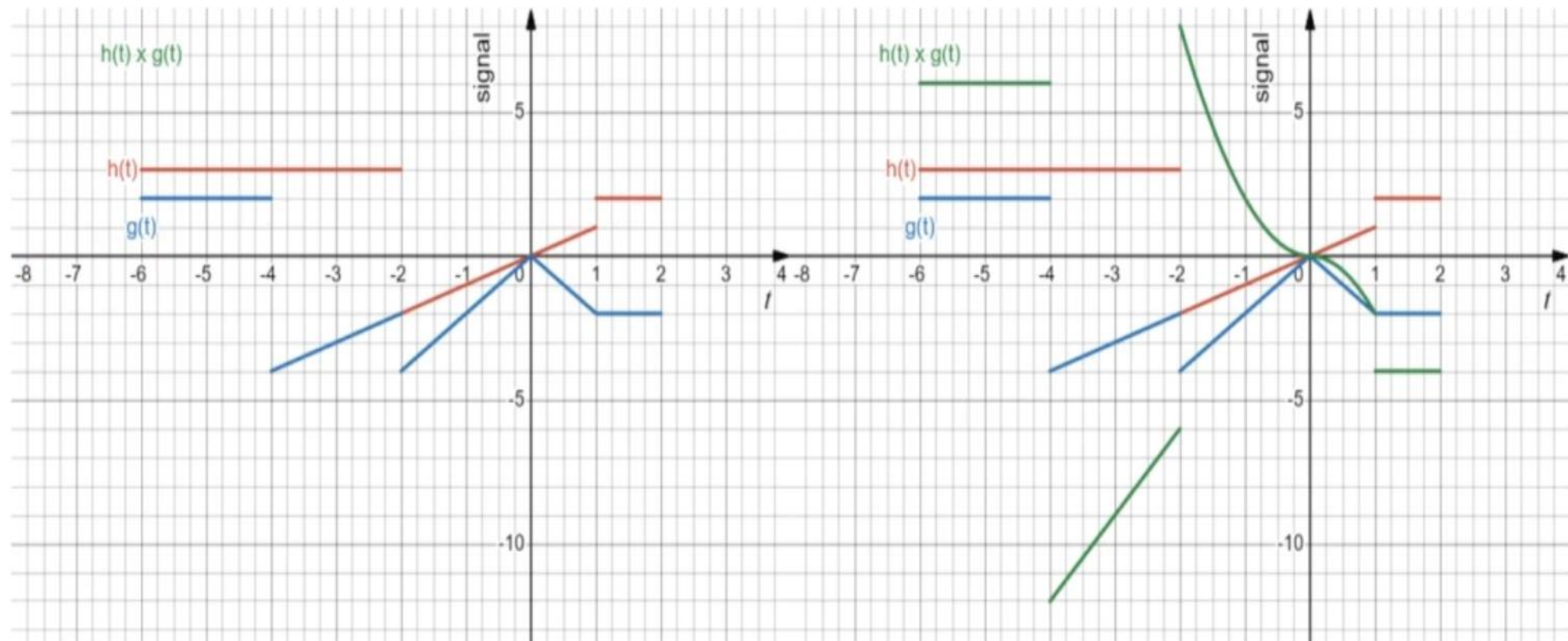
3.2.2 ضرب سیگنالهای زمان پیوسته

سوال 4 سیگنال $x_1(t)$ در شکل زیر نمایش داده شده است. سیگنال $2x_1(t)$ را رسم کنید.

راه حل) تمامی نقاط سیگنال در 2 ضرب می شود. در اینجا هم قطعات سیگنال را جداگانه رسم می کنیم. نقطه شروع و پایان را رسم کرده و به هم وصل می کنیم. نکته) خط افقی همچنان خط افقی می ماند. نکته) شیب خط شیب دار تغییر می کند.







نکته 4 ضرب خط شیب‌دار در خط افقی، خط افقی می‌شود.

نکته 5 ضرب خط شیب‌دار در خط شیب‌دار یک سهمی (Parabola) می‌شود.

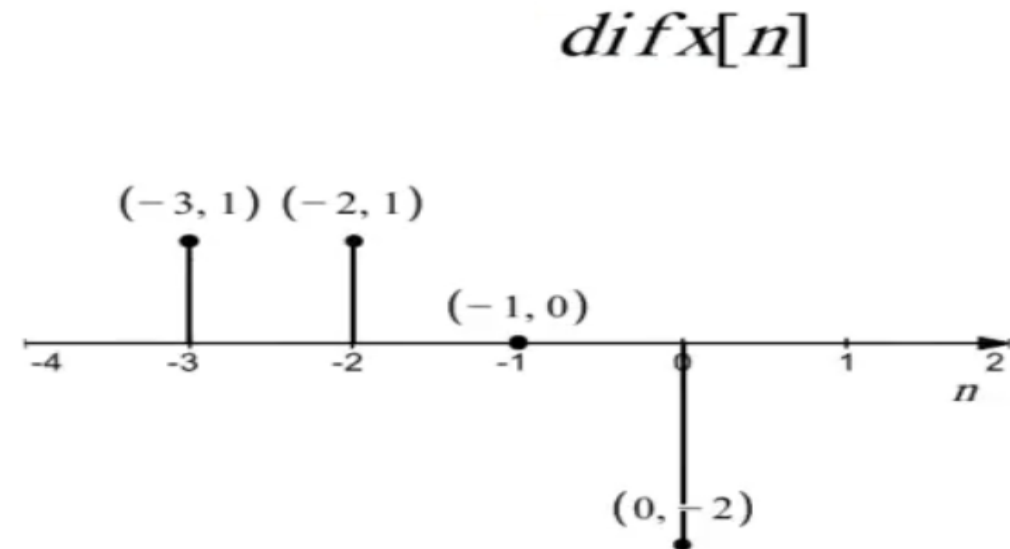
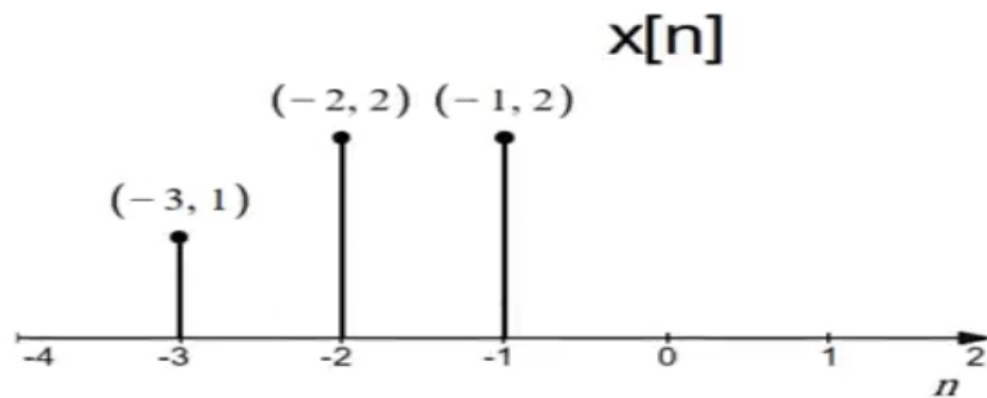
نکته 6 اگر شیبها هم علامت باشند رو به بالا اگر مختلف علامت باشند سهمی رو به پایین است.

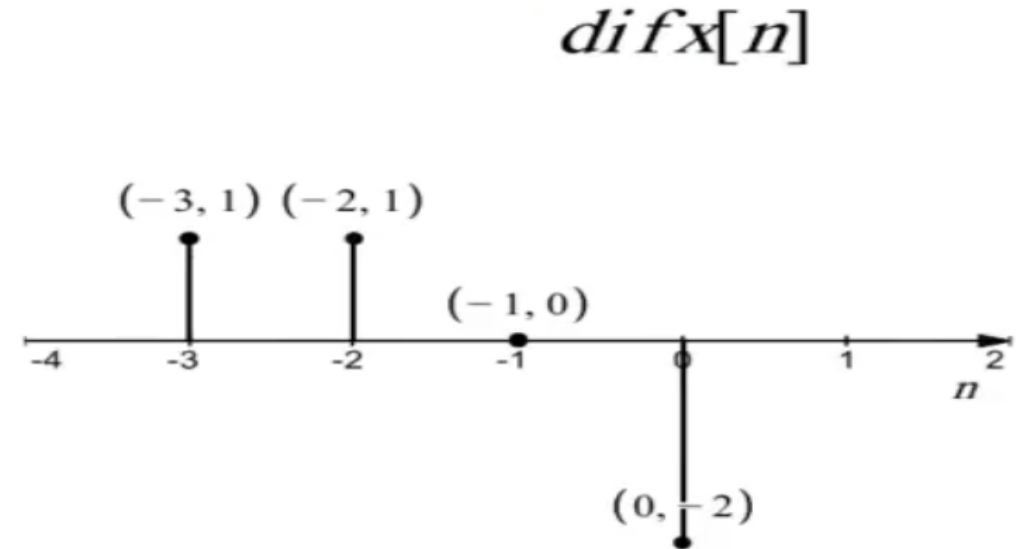
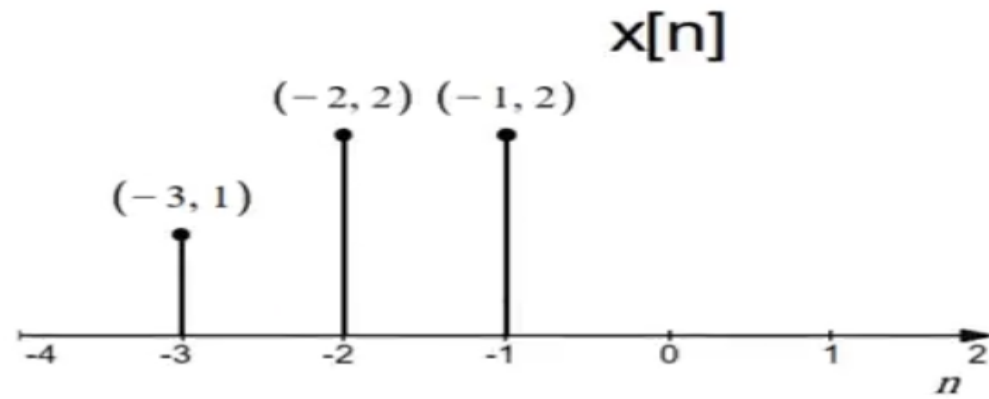
تعریف 4 تفاضل سیگنال زمان گسسته

$$\nabla x[n] = x[n] - x[n-1]$$

دقت کنید تعریف بالا تفاضل پس رو نامیده می شود. هر جا گفته شد تفاضل منظور همین تفاضل پس رو است. تفاضل پس رو با تفاضل پیش رو که زیر تعریف می شود متفاوت است. معمولا وقتی گفته می شود تفاضل معمولا همان تفاضل پس رو است.

$$\nabla x[n] = x[n+1] - x[n]$$





$$\nabla x[-4] = x[-4] - x[-5] = 0 - 0 = 0$$

$$\nabla x[-3] = x[-3] - x[-4] = 1 - 0 = 1$$

$$\nabla x[-2] = x[-2] - x[-3] = 2 - 1 = 1$$

$$\nabla x[-1] = x[-1] - x[-2] = 2 - 2 = 0$$

$$\nabla x[0] = x[0] - x[-1] = 0 - 2 = -2$$

$$\nabla x[1] = x[1] - x[0] = 0 - 0 = 0$$

برای سیگنال زمان گسسته مشتق را به شکل زیر تعریف می‌کنیم.

تعریف 5 مشتق زمان پیوسته

$$x'(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{x(t) - x(t - \Delta)}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta) - x(t)}{\Delta}$$

دقت کنید که $\Delta \rightarrow 0$ هم شامل 0^+ و هم 0^- می‌شود. یعنی هم از سمت راست به صفر نزدیک شویم و هم از سمت چپ. مشتق اندازه تغییرات تابع در هر لحظه نسبت به متغیر مستقل اندازه‌گیری می‌کند. Δ کوچکتری تغییر ممکن متغیر مستقل یا همان زمان می‌باشد. بدون این که وارد جزئیات بشویم انتظار می‌رود که نکات زیر را با توجه به اشکال احساس کنید.

نکته 7 نمادهای مختلف نمایش مشتق. به نماد دوم دیفرانسیل‌گیری هم گفته می‌شود.

$$x'(t) = \frac{d}{dt}x(t)$$

سوال 7 مشتق سیگنال ثابت چند است؟

پاسخ) مشتق سیگنال ثابت صفر است

سیگنال ثابت سیگنالی است که مقدار آن در طول زمان ثابت باشد. یعنی $x(t) = x(t - \Delta) = c$. پس اگر تعریف را بنویسیم خواهیم داشت.

$$x'(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{x(t) - x(t - \Delta)}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{c - c}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{0}{\Delta} = 0$$

سوال 8 درباره علامت سیگنال صعودی چه می توان گفت؟

پاسخ) مشتق سیگنال صعودی مثبت است.

مقدر سیگنال صعودی در طول زمان افزایش پیدا می کند.

حالت اول) اگر فرض کنیم $\Delta > 0$ پس زمان $t > t - \Delta$ پس $x(t) > x(t - \Delta)$ پس $x(t) - x(t - \Delta) > 0$

$$x'(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0+} \frac{x(t) - x(t - \Delta)}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0+} \frac{x(t) - x(t - \Delta) > 0}{\Delta} > 0$$

حالت دوم) اگر فرض کنیم $0 < \Delta$ پس زمان $t < t - \Delta$ پس $x(t) < x(t - \Delta)$ پس $x(t) - x(t - \Delta) < 0$

$$x'(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0-} \frac{x(t) - x(t - \Delta)}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0-} \frac{x(t) - x(t - \Delta) < 0}{\Delta} > 0$$

سوال 9 درباره مشتق سیگنال نزولی چه می توان گفت؟

پاسخ) مشتق سیگنال صعودی منفی است.

مقدر سیگنال نزولی در طول زمان کاهش پیدا می کند.

حالت اول) اگر فرض کنیم $\Delta > 0$ پس زمان $t > t - \Delta$ پس $x(t) < x(t - \Delta)$ پس $x(t) - x(t - \Delta) < 0$

$$x'(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0+} \frac{x(t) - x(t - \Delta)}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0+} \frac{x(t) - x(t - \Delta) < 0}{\Delta} < 0$$

حالت دوم) اگر فرض کنیم $0 < \Delta$ پس زمان $t < t - \Delta$ پس $x(t) > x(t - \Delta)$ پس $x(t) - x(t - \Delta) > 0$

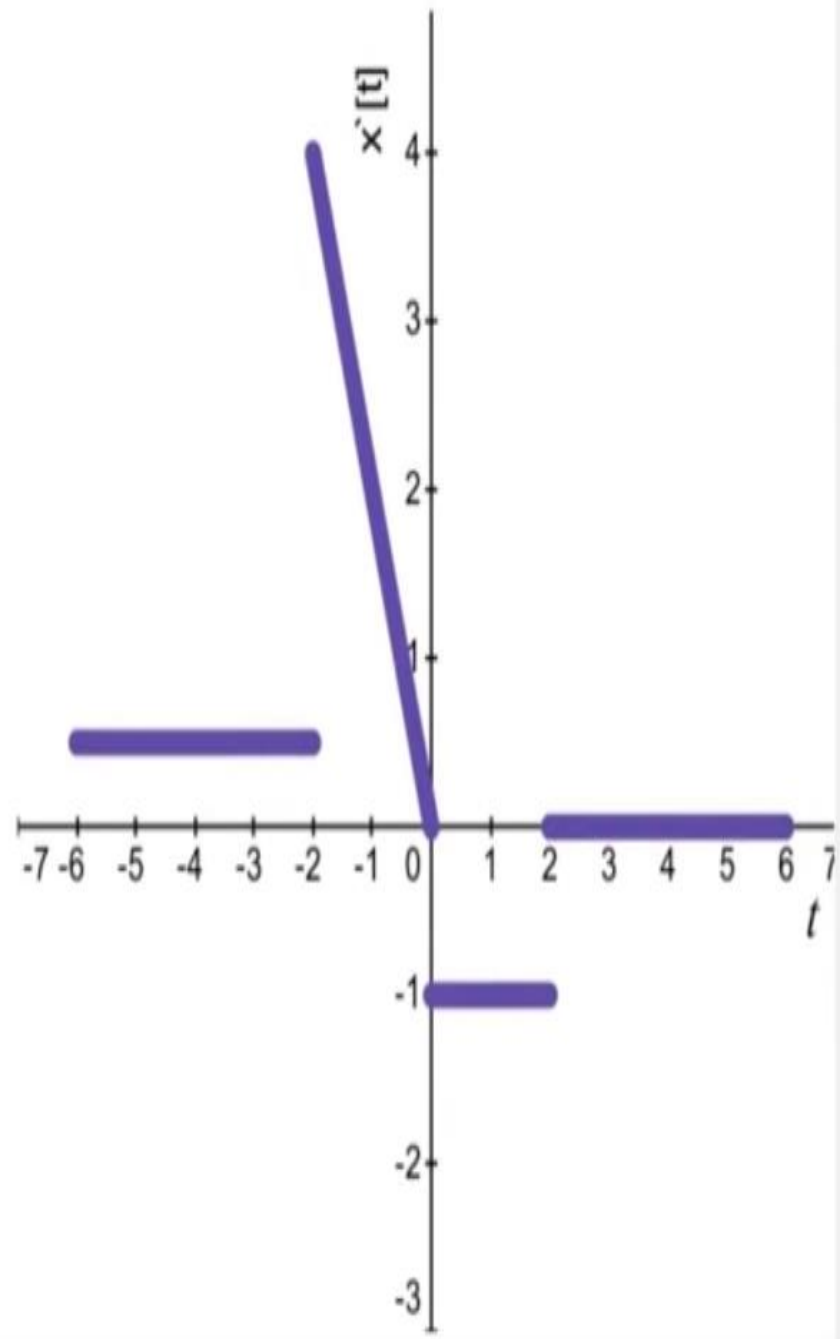
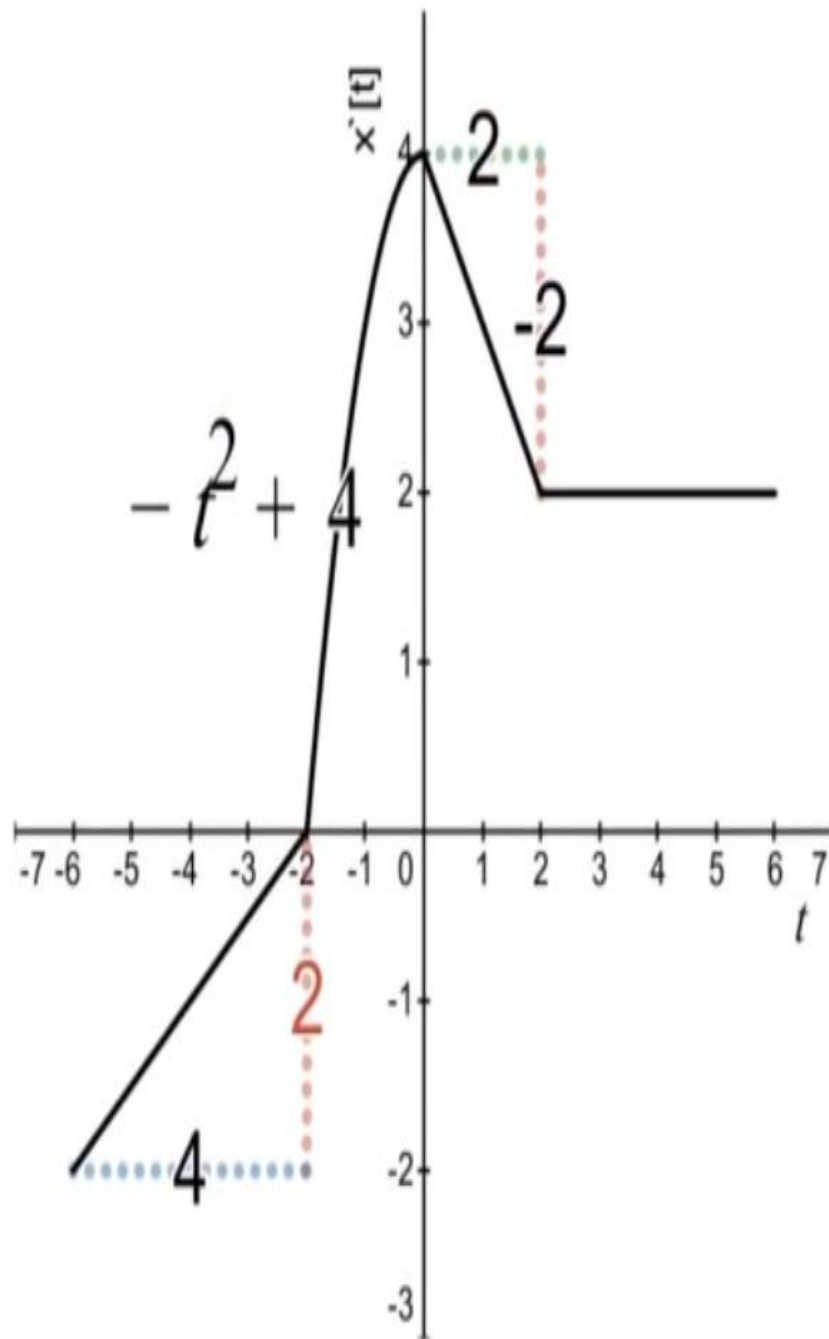
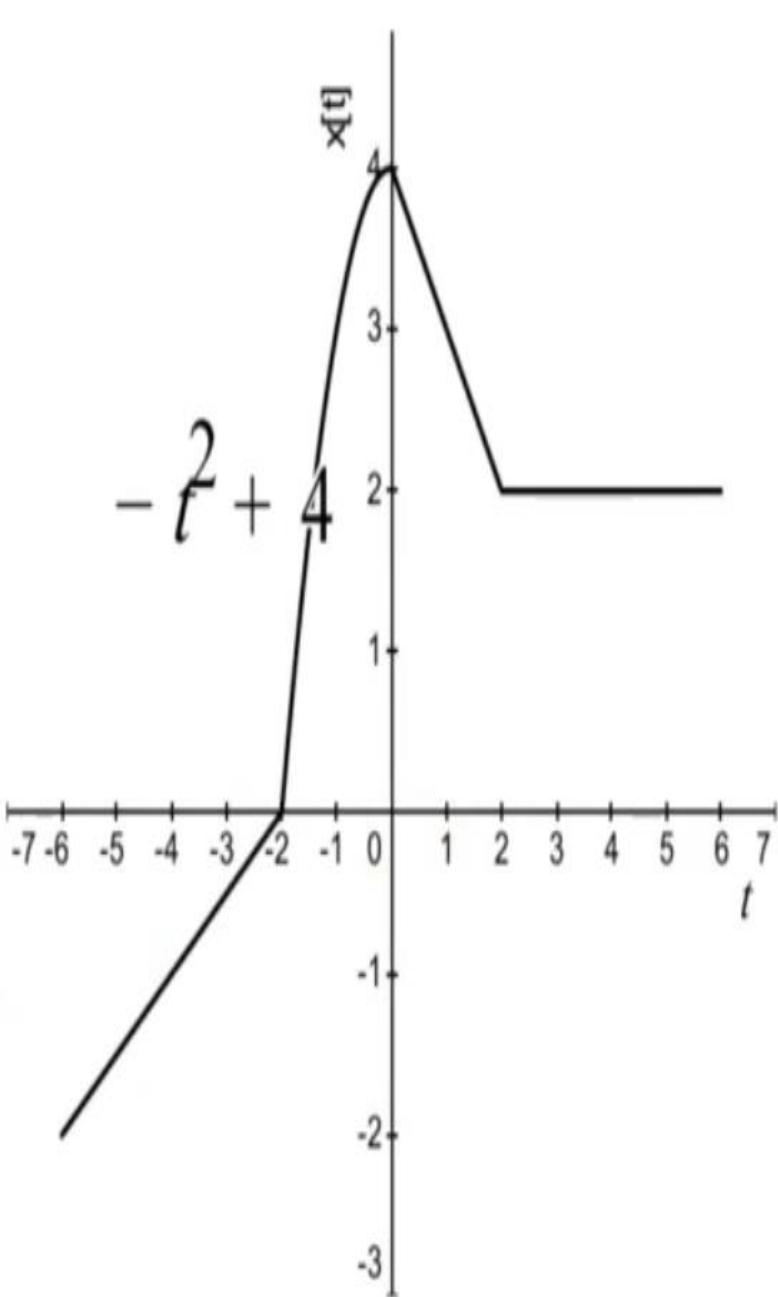
$$x'(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0-} \frac{x(t) - x(t - \Delta)}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0-} \frac{x(t) - x(t - \Delta) > 0}{\Delta} < 0$$

نکته 9 اگر یک تابع نزولی باشد مشتق آن منفی است.

نکته 8 اگر یک تابع صعودی باشد مشتق آن مثبت است.

نکته 10 اگر تغییرات تابع در واحد زمان بیشتر بشود، قدر مطلق مشتق آن بزرگتر خواهد بود.

$\frac{d}{dt}c = 0$	مشتق ثابت
$\frac{d}{dt}[cx(t)] = c \frac{d}{dt}x(t) = cx'(t)$	مشتق ضرب
$\frac{d}{dt}t^n = nt^{n-1}$	مشتق توان
$\frac{d}{dt}[\alpha t + \beta] = \alpha$	مشتق خط، عدد ثابت می شود
$\frac{d}{dt}[\alpha t^2 + \beta t + \gamma] = 2\alpha t + \beta$	مشتق سهمی، خط می شود.
$\frac{d}{dt}(x(t) + y(t)) = \frac{d}{dt}x(t) + \frac{d}{dt}y(t)$	مشتق جمع
$\frac{d}{dt}(x(t) - y(t)) = \frac{d}{dt}x(t) - \frac{d}{dt}y(t)$	مشتق تفریق
$\frac{d}{dt}(x(t) \times y(t)) = \frac{d}{dt}x(t) \times y(t) + x(t) \times \frac{d}{dt}y(t)$	مشتق ضرب



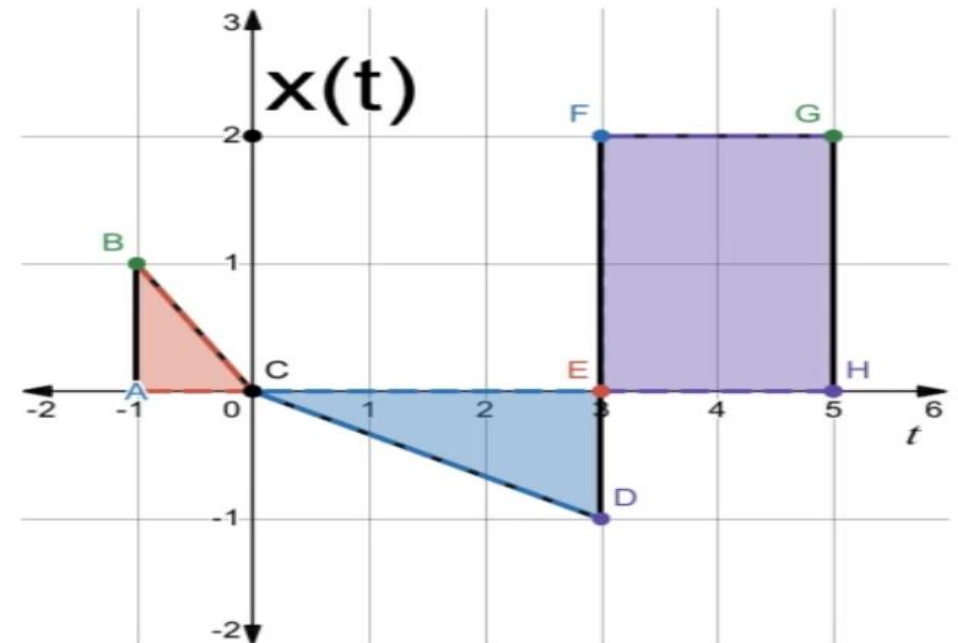
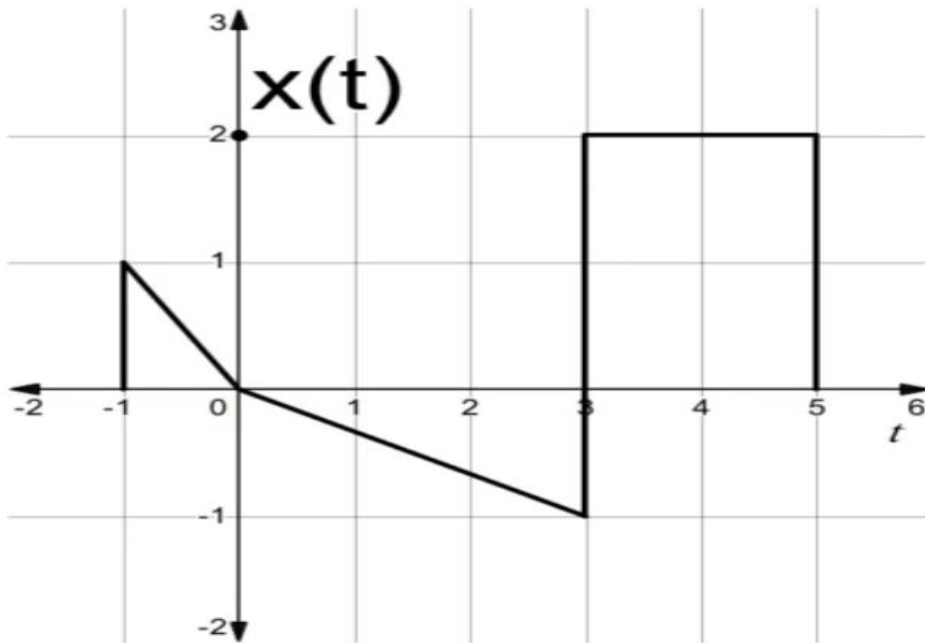
5 انتگرال و سیگما

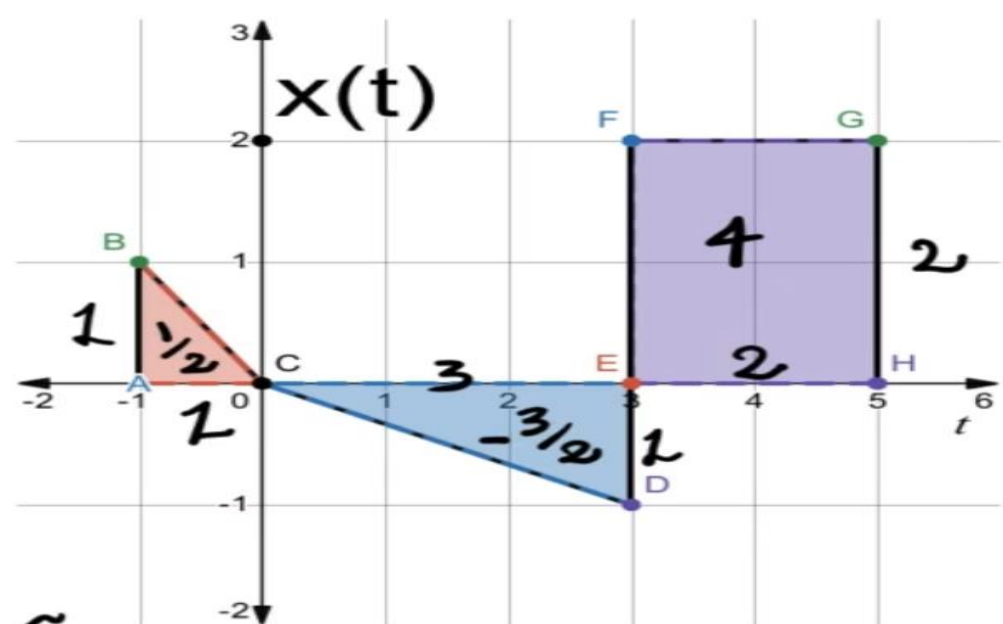
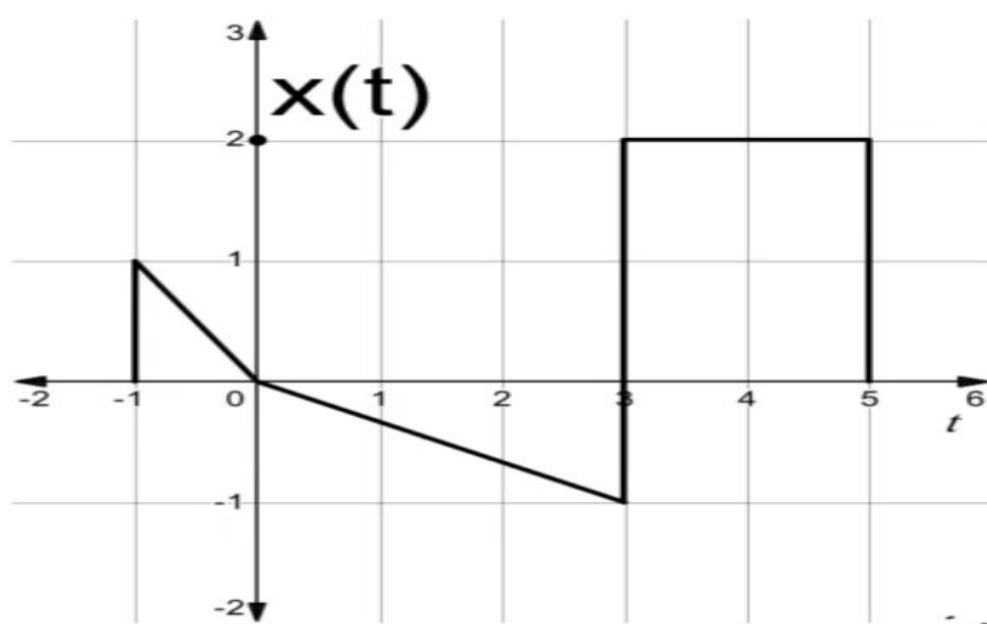
5.1 انتگرال معین یا مساحت

برای سیگنالهای پوسته ما انتگرال می گیریم. وقتی حد بالا و پایین انتگرال معین باشد به آن انتگرال معین می گوئیم. برای انتگرال معین باید مساحت زیر منحنی را حساب کنیم. کافی است مساحت زیر منحنی را به اشکال هندسی مثل مستطیل و مثلث .. تبدیل کنیم.

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t) dt$$

سوال 11 مطلوبست محاسبه انتگرال $\int_{-1}^5 x(t) dt$





$$\frac{\sum \tilde{x} \cdot \tilde{\omega}}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 4 = 3$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^5 x(t) dt &= \int_{-1}^0 x(t) dt + \int_0^3 x(t) dt + \int_3^5 x(t) dt \\ &= \text{Area}(ABC) + \text{Area}(CDE) + \text{Area}(EFGH) \\ &= \frac{1 \times 1}{2} - \frac{3 \times 1}{2} + 2 \times 2 \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

سوال 12 برای شکل بالا انتگرال $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt$ را حساب کنید

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt &= \int_{-\infty}^{-1} x(t)dt + \int_{-1}^5 x(t)dt + \int_5^{\infty} x(t)dt \\ &= \int_{-\infty}^{-1} 0 \times dt + \int_{-1}^5 x(t)dt + \int_5^{\infty} 0 \times dt \\ &= 0 + 3 + 3 \\ &= 3\end{aligned}$$

نکته 12 اگر شکلی زیر خط افقی قرار گرفت منفی مساحت آن را در نظر بگیرید

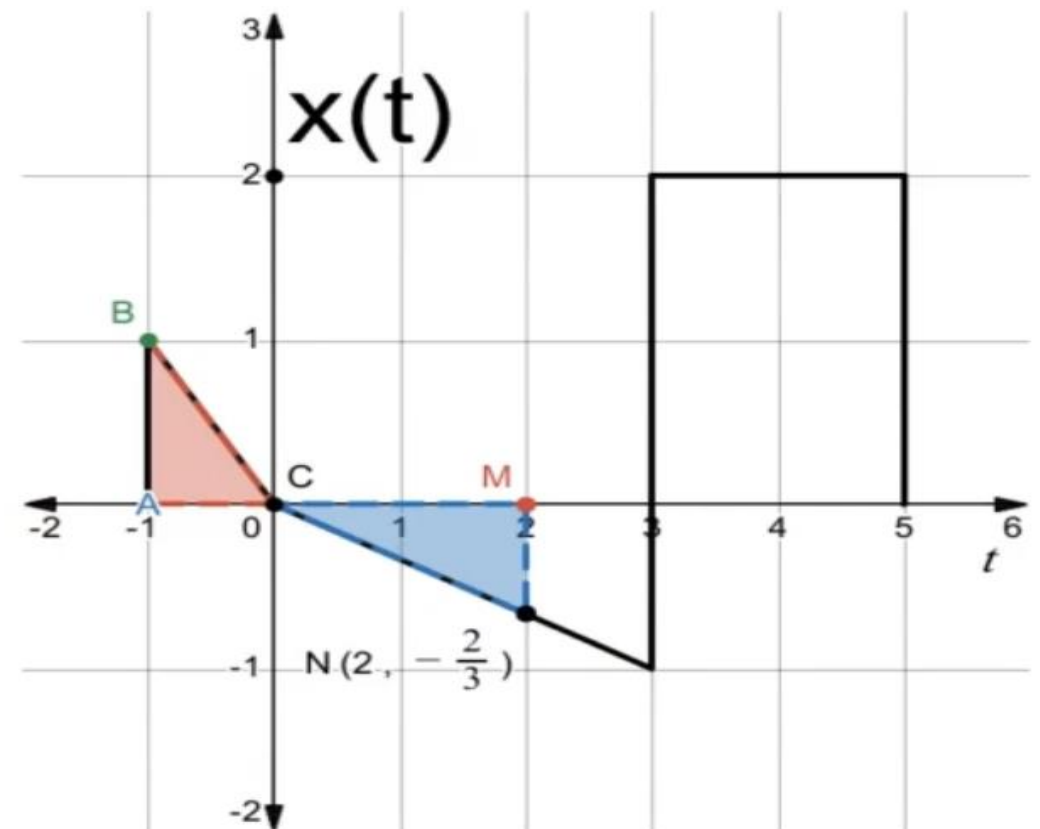
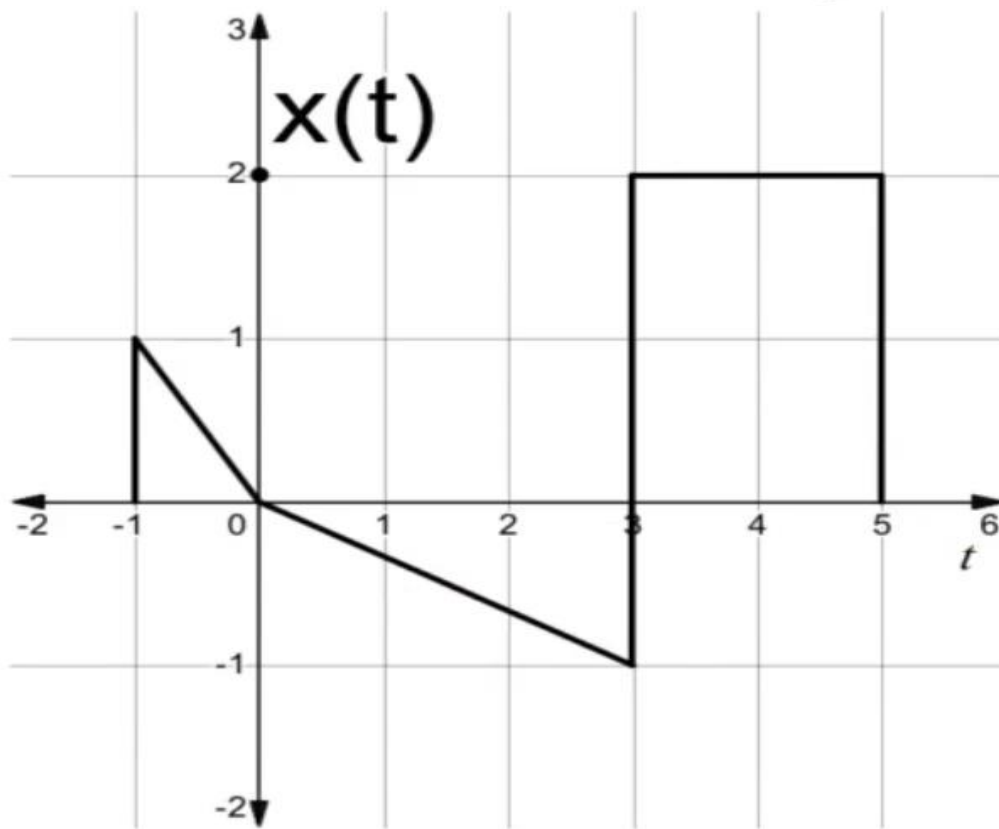
نکته 13 مساحت مثلث قائم الزاویه برابر است با ارتفاع ضربدر قاعده تقسیم بر دو

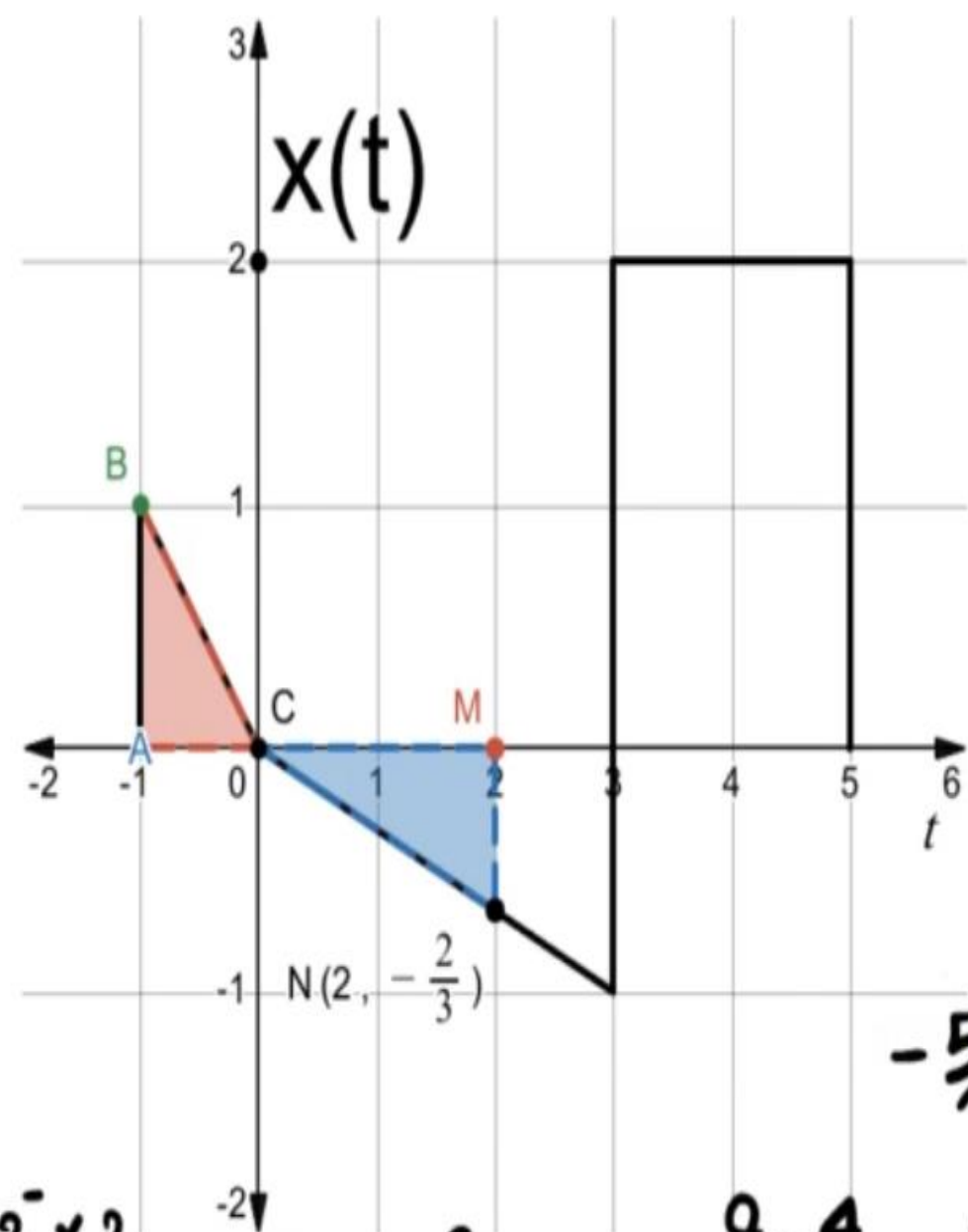
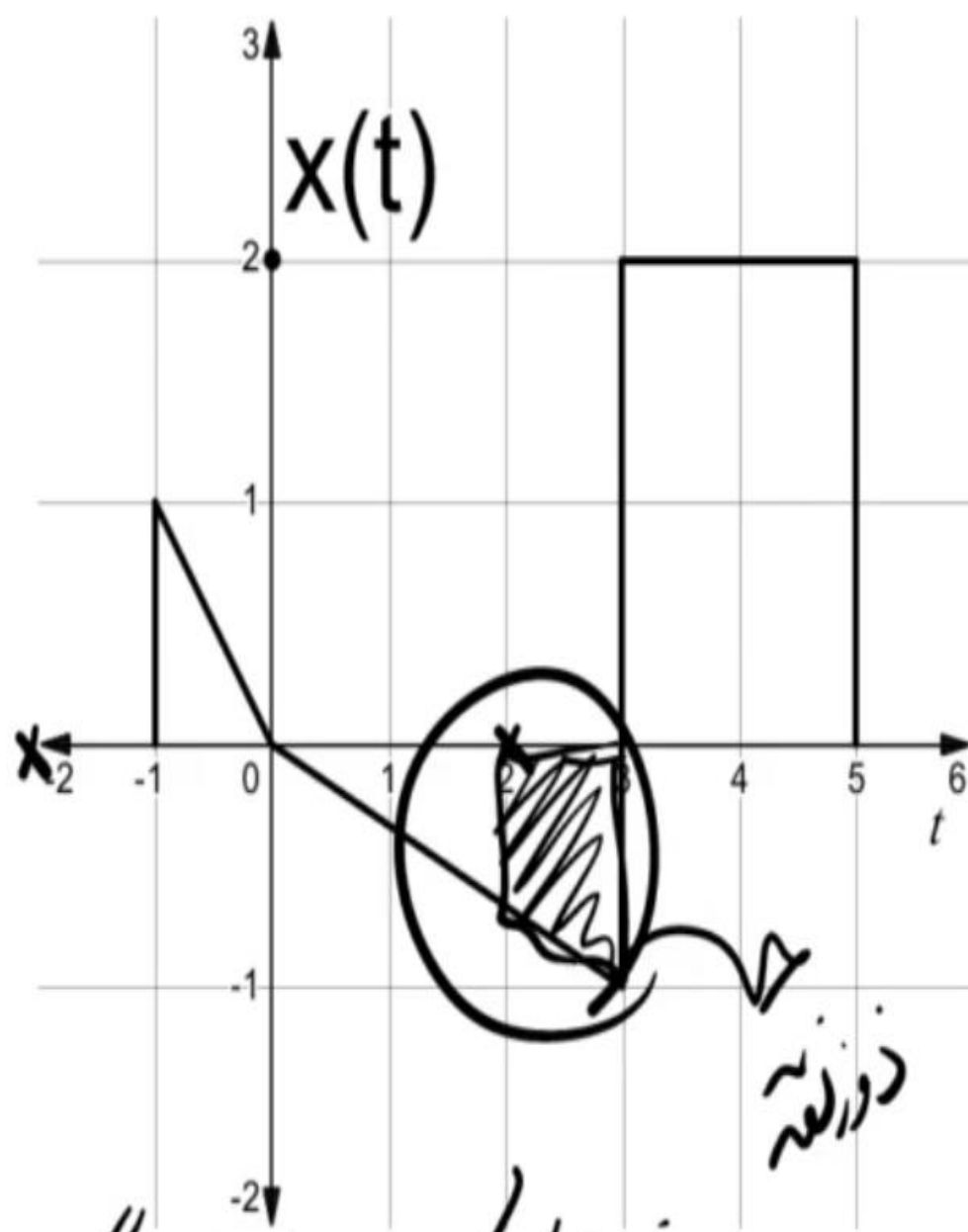
نکته 14 مساحت مستطیل برابر است با عرض ضربدر طول

نکته 15 مساحت مربع برابر است با ضلع به توان دو

سوال 13 مطلوبست محاسبه انتگرال $\int_{-2}^2 x(t)dt$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^2 x(t)dt &= \int_{-2}^{-1} x(t)dt + \int_{-1}^0 x(t)dt + \int_0^2 x(t)dt \\ &= 0 + \text{Area}(ABC) + \text{Area}(CMN) \\ &= \frac{1 \times 1}{2} - \frac{2 \times \left(\frac{2}{3}\right)}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \\ &= -\frac{1}{6}\end{aligned}$$





دورانه = مثلث بزرگ - مثلث کوچک = $\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}$

$-\frac{2 \times 2}{2} = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}$

-5/6

5.2 انتگرال نامعین

اگر یکی از حدود انتگرال معین نباشد، به آن انتگرال نامعین می‌گوییم. دقت کنید که حاصل انتگرال تابعی از t است. متغیر داخلی انتگرال τ بعد از انتگرال‌گیری حذف شده و متغیر بیرونی انتگرال t باقی می‌ماند. $y(t)$ باز هم مساحت زیر منحنی $x(\tau)$ است.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

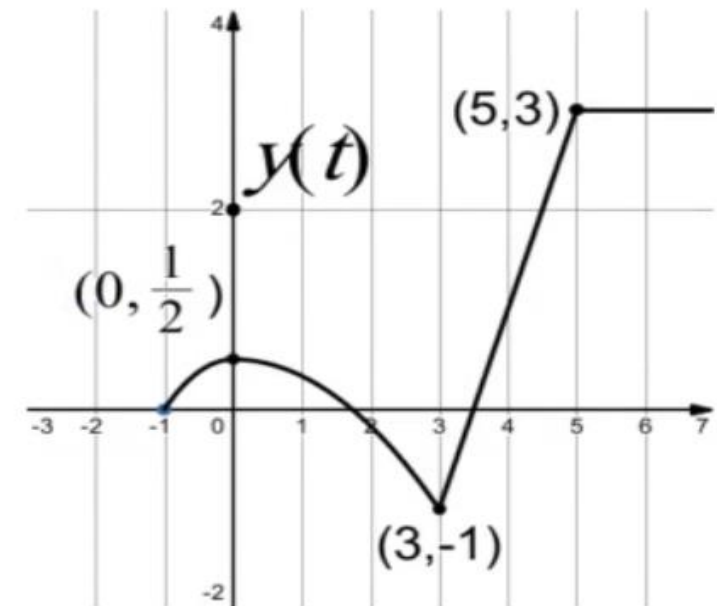
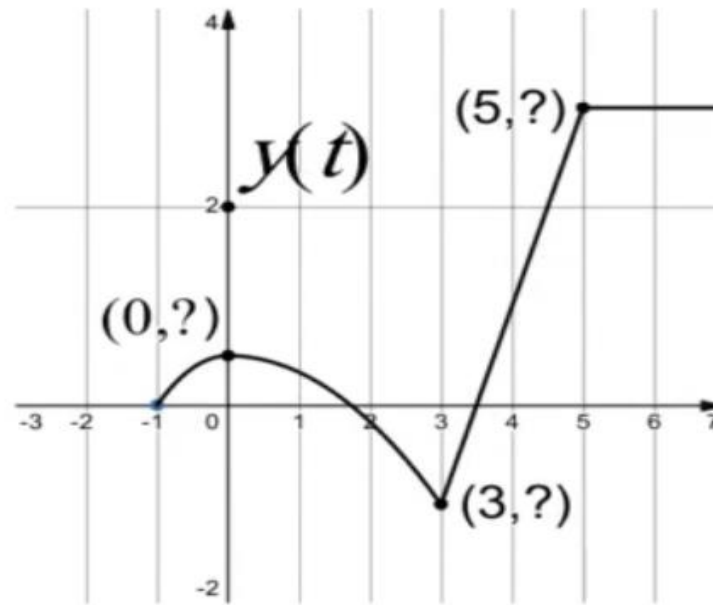
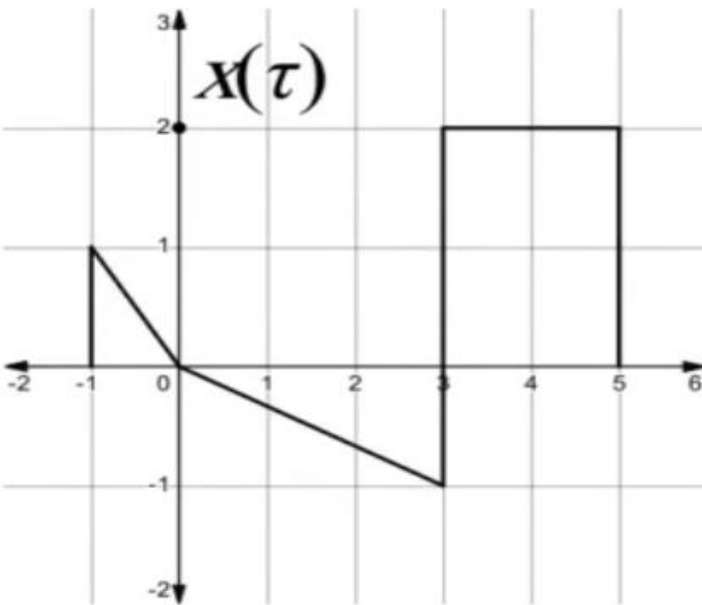
نکته 16 انتگرال عدد ثابت یک خط با شیب ثابت می‌شود.

نکته 17 انتگرال یک خط با شیب مثبت یک سهمی رو به بالا می‌شود.

نکته 18 انتگرال یک خط با شیب منفی یک سهمی رو به پایین (وارونه) می‌شود.

نکته 19 وقتی حدود انتگرال جابجا شود انتگرال در یک منفی ضرب خواهد شد.

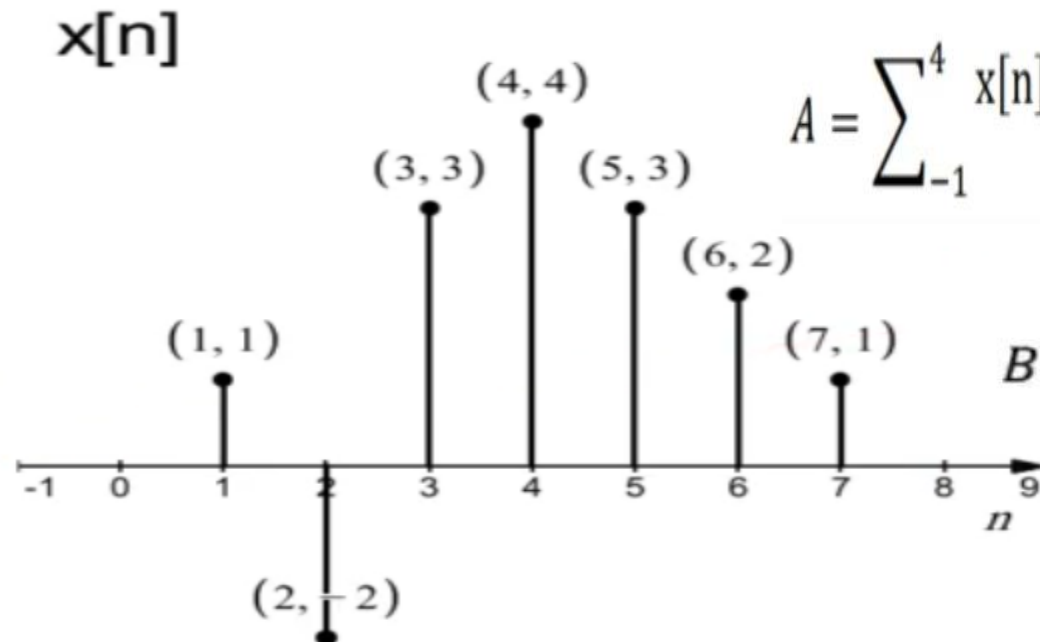
سوال 15 مطلوبست محاسبه انتگرال نامعین $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$



عملیات سیگما در سیگنال گسسته متناظر انتگرال در سیگنال پیوسته است.

$$\sum_{n1}^{n2} x[n] = x[n1] + x[n1 + 1] + \dots + x[n2 - 1] + x[n2]$$

سوال 17 سوال مطلوبست محاسبه $A = \sum_{-1}^4 x[n]$ و $B = \sum_3^5 x[n]$



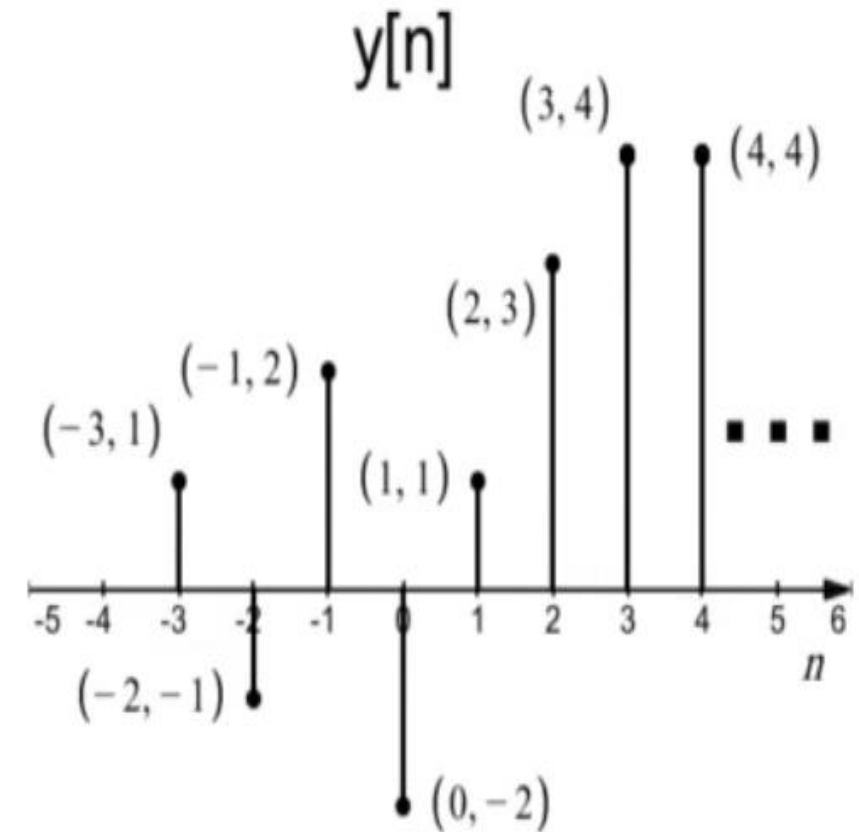
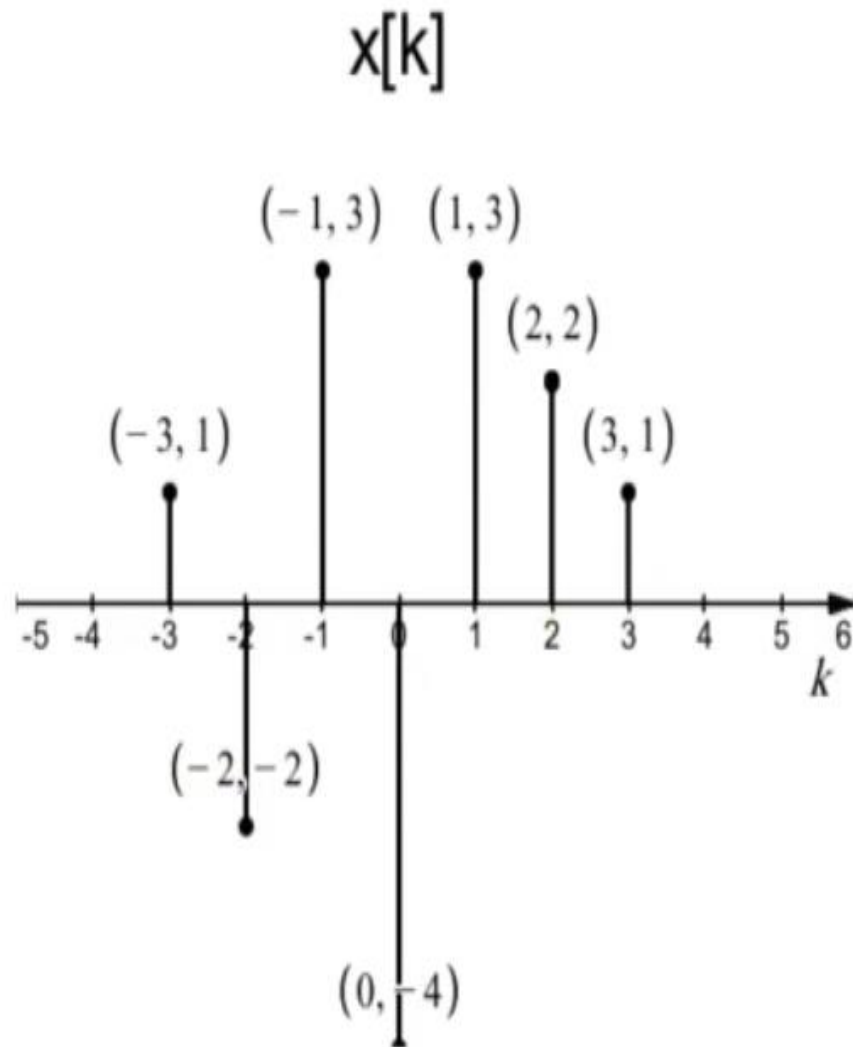
$$A = \sum_{-1}^4 x[n] = x[-1] + x[0] + x[1] + x[2] + x[3] + x[4] = 0 + 0 + 1 - 2 + 3 + 4 = 6$$

$$B = \sum_3^5 x[n] = x[3] + x[4] + x[5] = 3 + 4 + 3 = 10$$

5.5 سیگمای نامعین

مشابه انتگرال نامعین می‌توانیم سیگمای نامعین هم داشته باشیم.

سوال 18 مطلوبست محاسبه $y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$



$$Y[-3]=x[-3]=1$$

$$y[-2]=x[-3]+x[-2]=y[-3]+x[-2]=1-2=-1$$

$$y[-1]=x[-3]+x[-2]+x[-1]=1-2+3=2$$

$$y[-1]=y[-2]+x[-1]=-1+3=2$$

$$y[0]=x[-3]+x[-2]+x[-1]+x[0]=1-2+3-4=-2$$

$$y[0]=y[-1]+x[0]=2-4=-2$$

$$y[1]=x[-3]+x[-2]+x[-1]+x[0]+x[1]=1-2+3-4+3=1$$

$$y[1]=y[0]+x[1]=-2+3=1$$

$$y[2]=x[-3]+x[-2]+x[-1]+x[0]+x[1]+x[2]=1-2+3-4+3+2=3$$

$$y[2]=y[1]+x[2]=1+2=3$$

$$y[3]=x[-3]+x[-2]+x[-1]+x[0]+x[1]+x[2]+x[3]=1-2+3-4+3+2+1=4$$

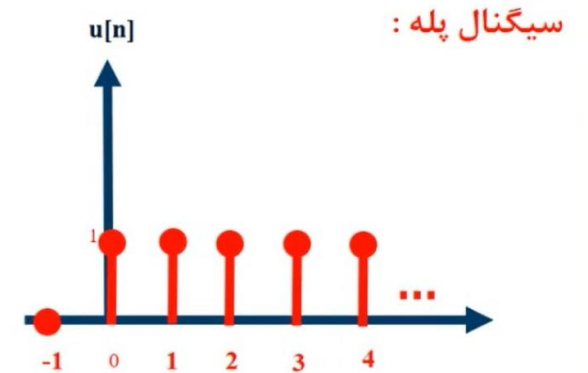
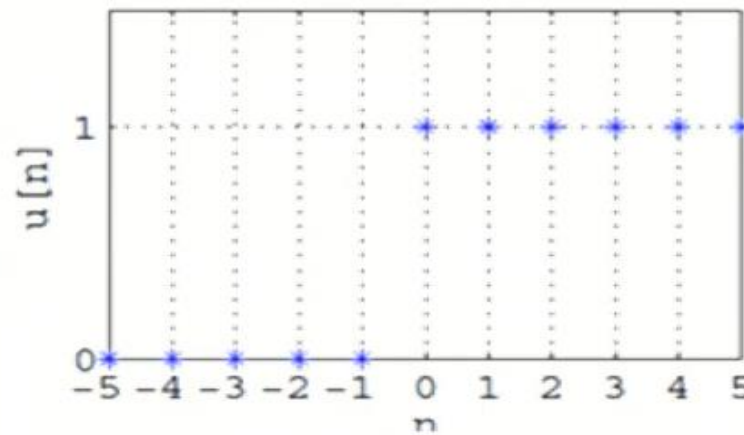
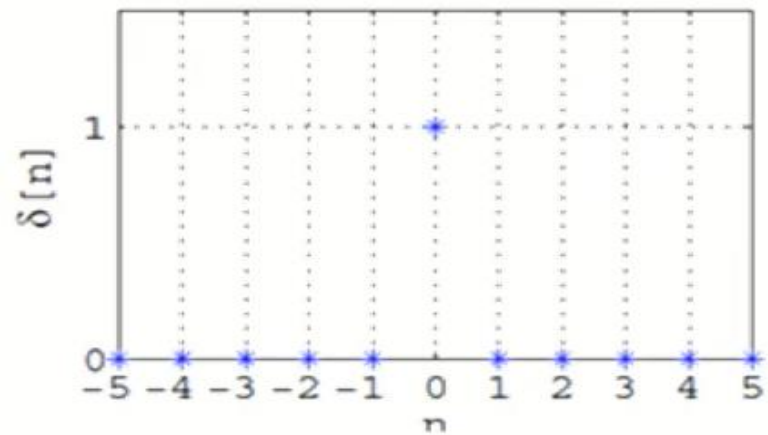
$$y[3]=y[2]+x[3]=3+1=4$$

$$y[4]=x[-3]+x[-2]+x[-1]+x[0]+x[1]+x[2]+x[3]+x[4]=1-2+3-4+3+2+1+0=4$$

$$y[4]=y[3]+0=4+0=4$$

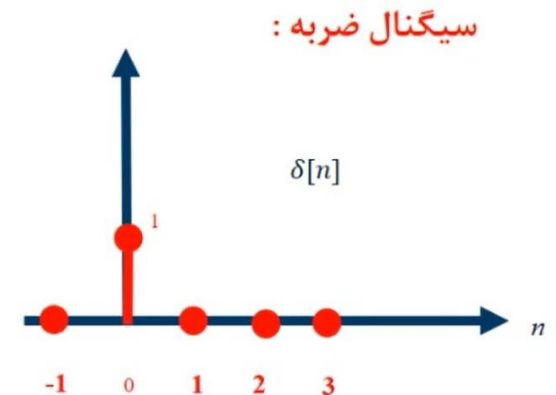
انواع سیگنال (ادامه)

• برخی سیگنال‌های خاص (ادامه).
 □ توابع پله و ضربه واحد



- $\delta[n] = u[n] - u[n - 1]$.
- $u[n] = \sum_{m=-\infty}^n \delta[m] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n - k]$.

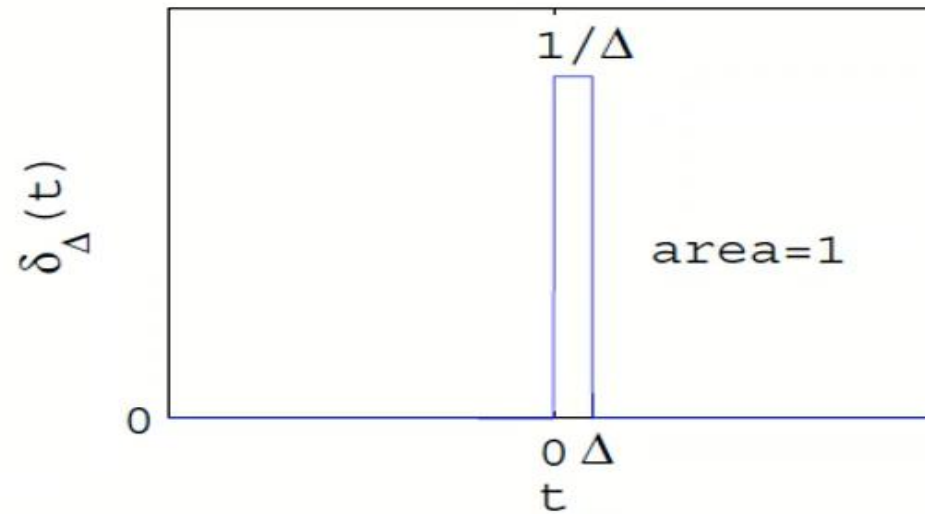
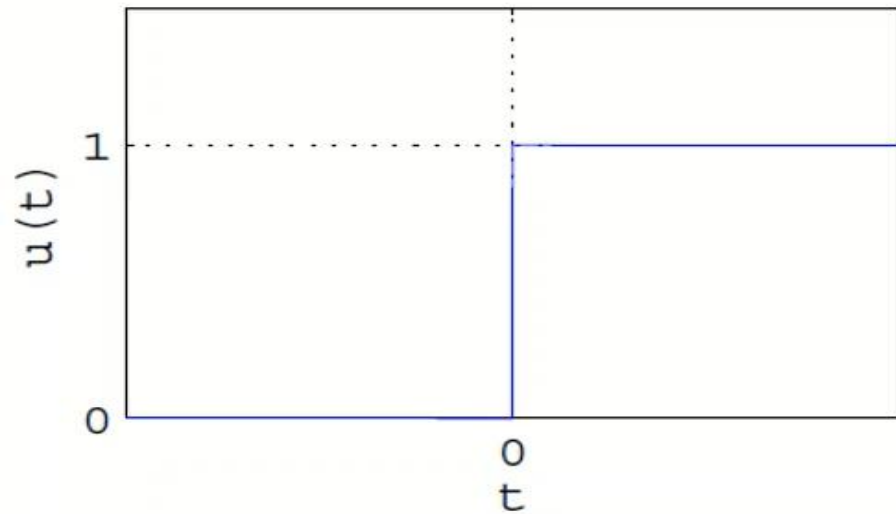
$$x[n]\delta[n - n_0] = x[n_0]\delta[n - n_0].$$



انواع سیگنال (ادامه)

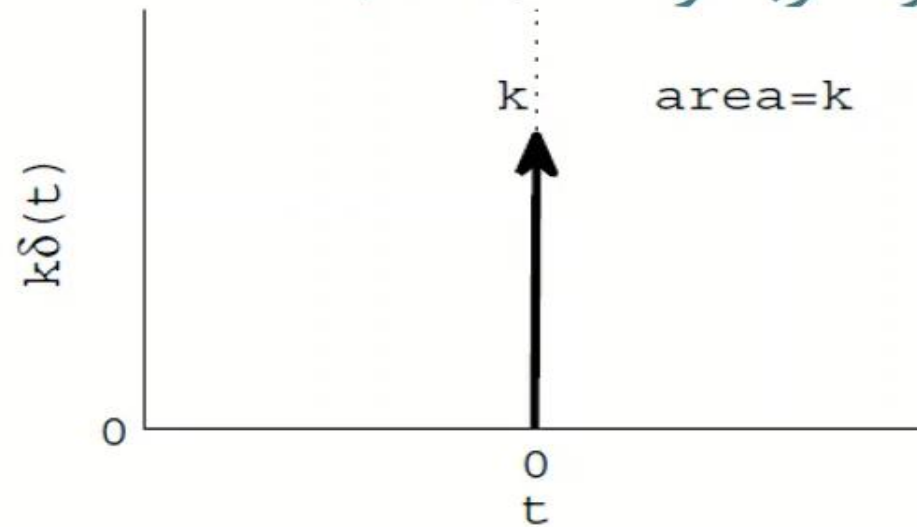
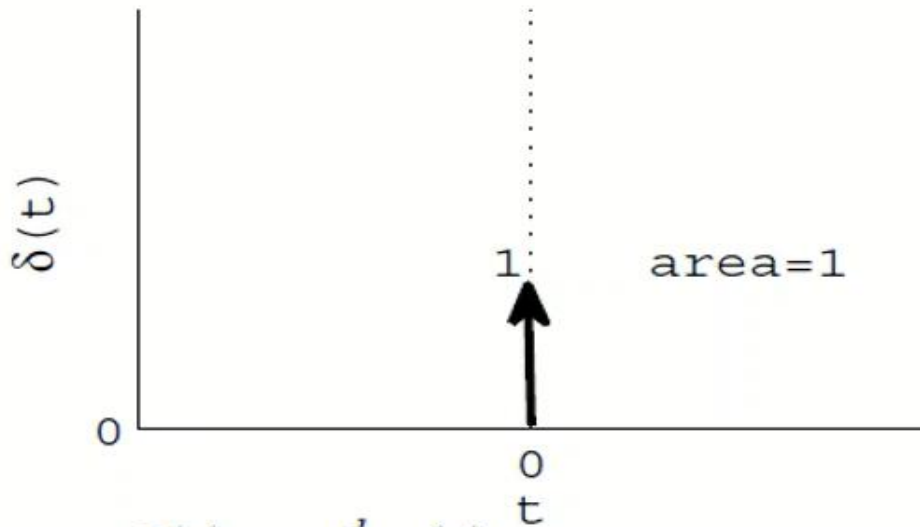
- برخی سیگنال‌های خاص (ادامه)
 - توابع پله و ضربه واحد (ادامه)

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}, \quad \text{and} \quad \delta(t) = \lim_{\Delta \downarrow 0} \delta_{\Delta}(t) \quad \text{where} \quad \delta_{\Delta}(t) = \frac{u(t) - u(t - \Delta)}{\Delta}.$$



انواع سیگنال (ادامه)

- برخی سیگنال‌های خاص (ادامه)
 - توابع پله و ضربه واحد (ادامه)



- $\delta(t) = \frac{d}{dt}u(t).$
- $u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau = \int_0^{\infty} \delta(t - \tau)d\tau.$

$$x(t)\delta(t - t_0) = x(t_0)\delta(t - t_0) \quad \Rightarrow \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t - t_0)dt = x(t_0).$$

رسم نمودار $x(\alpha t + \beta)$ با در دست داشتن $x(t)$

۱- ابتدا شیفت β را اعمال کرده و سپس فشرده سازی α را انجام دهیم.

۲- ابتدا سیگنال را به اندازه α فشرده کرده و سپس شیفت $\frac{\beta}{\alpha}$ را انجام می دهیم.

رسم نمودار $x(\alpha t + \beta)$ با در دست داشتن $x(t)$

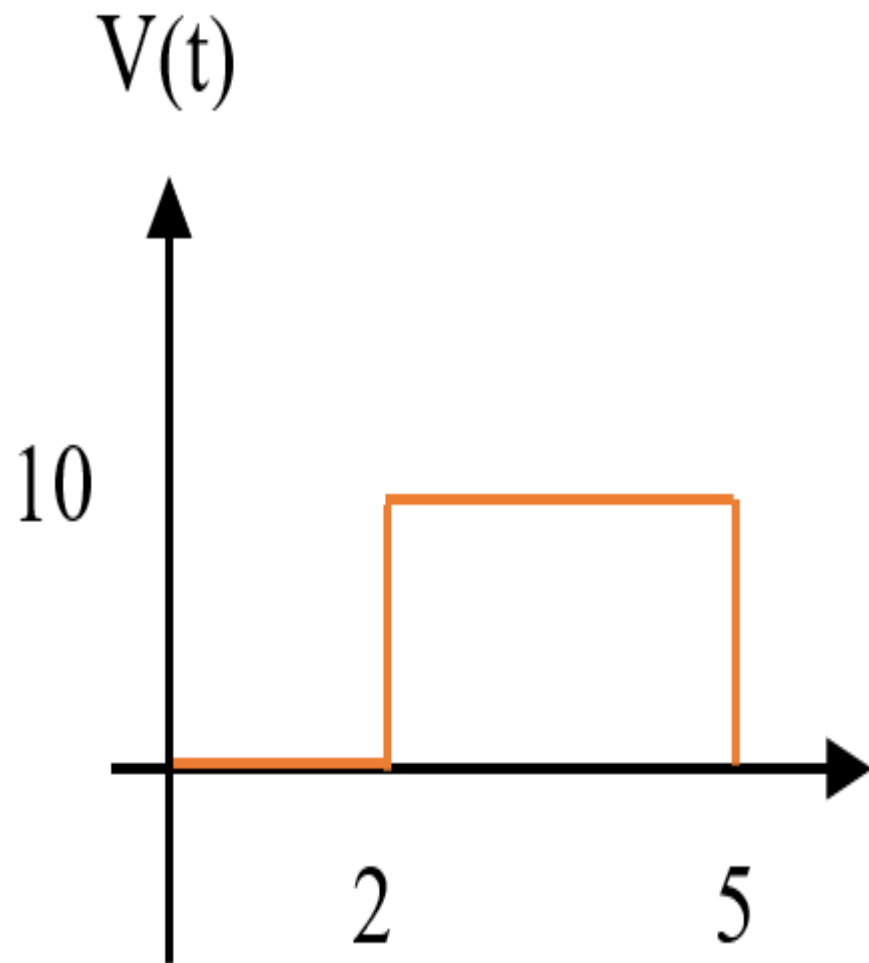
۱- ابتدا شیف β را اعمال کرده و سپس فشرده سازی α را انجام دهیم.

۲- ابتدا سیگنال را به اندازه α فشرده کرده و سپس شیف $\frac{\beta}{\alpha}$ را انجام می دهیم.

در هر دو حالت به جواب یکسانی می رسیم اما به نظر میرسد که راه اول آسان تر باشد. با بررسی تست در این زمینه با

مفهوم این بخش بیشتر آشنا می شویم.

مثال



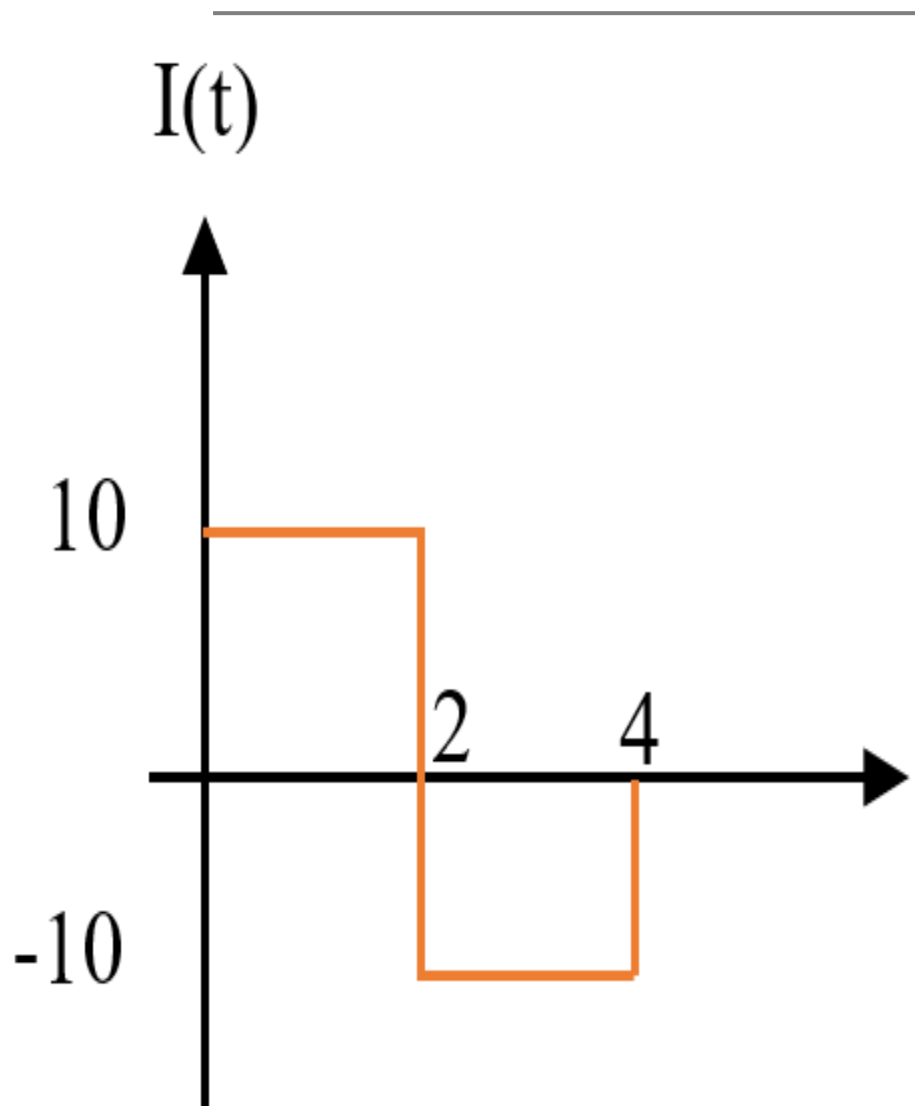
$$V(t) =$$

$$10 u(t-2)$$

$$-10 u(t-5)$$

$$= 10 [u(t-2) - u(t-5)]$$

مثال



$I(t) =$

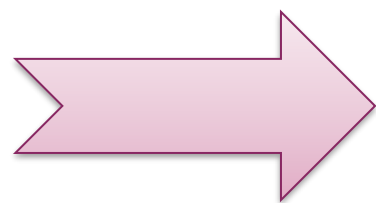
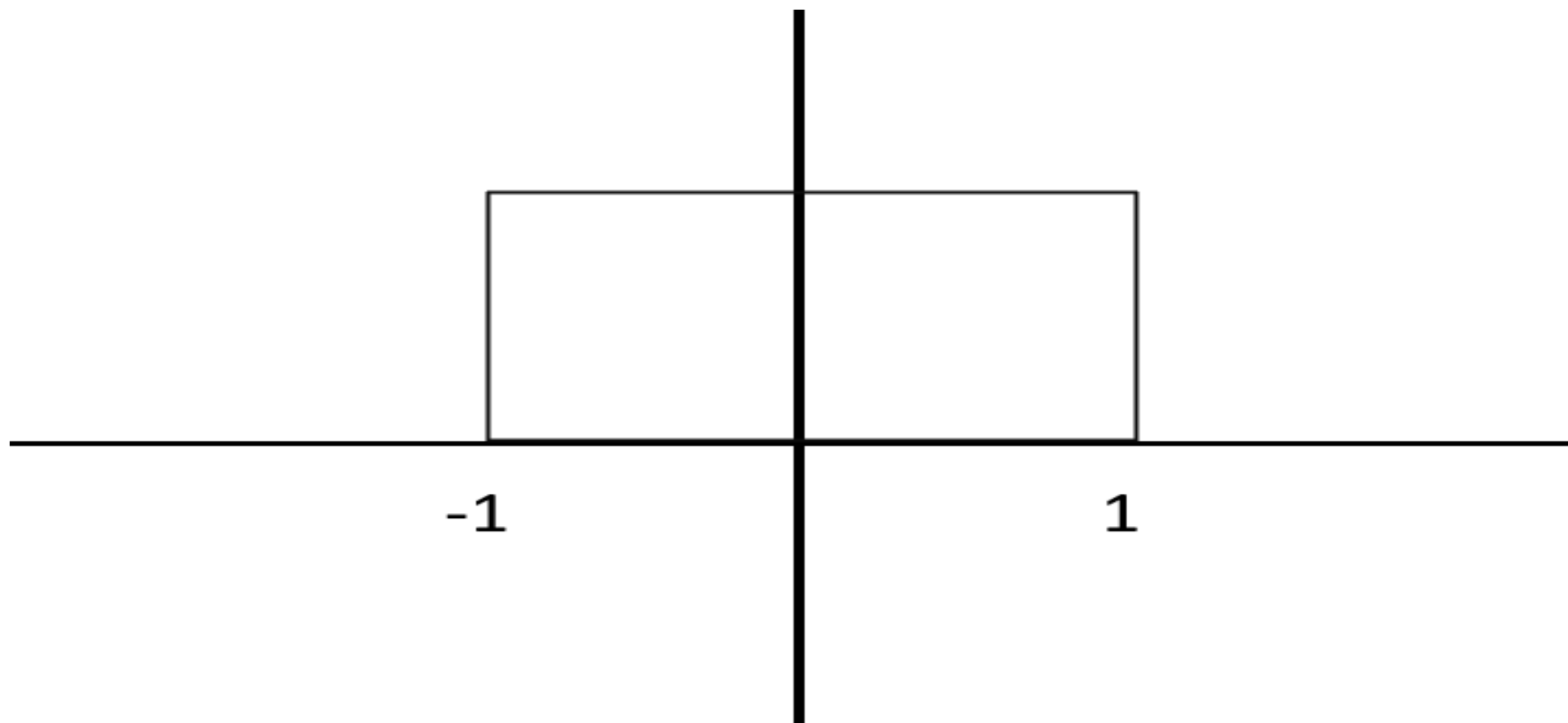
$10 u(t)$

$-20 u(t-2)$

$10 u(t-4)$

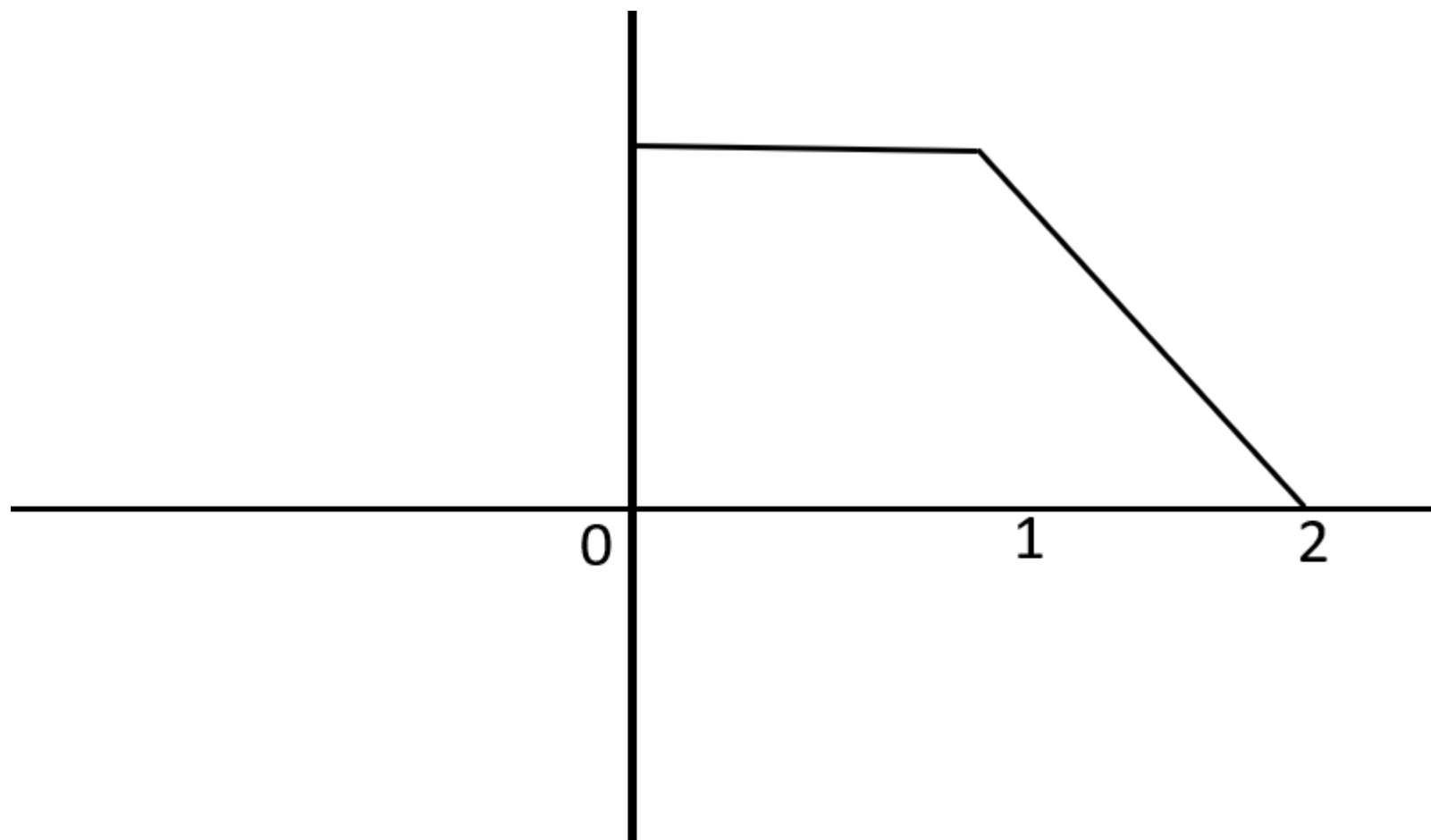
$= 10 [u(t) - 2u(t-2) + u(t-4)]$

مثال



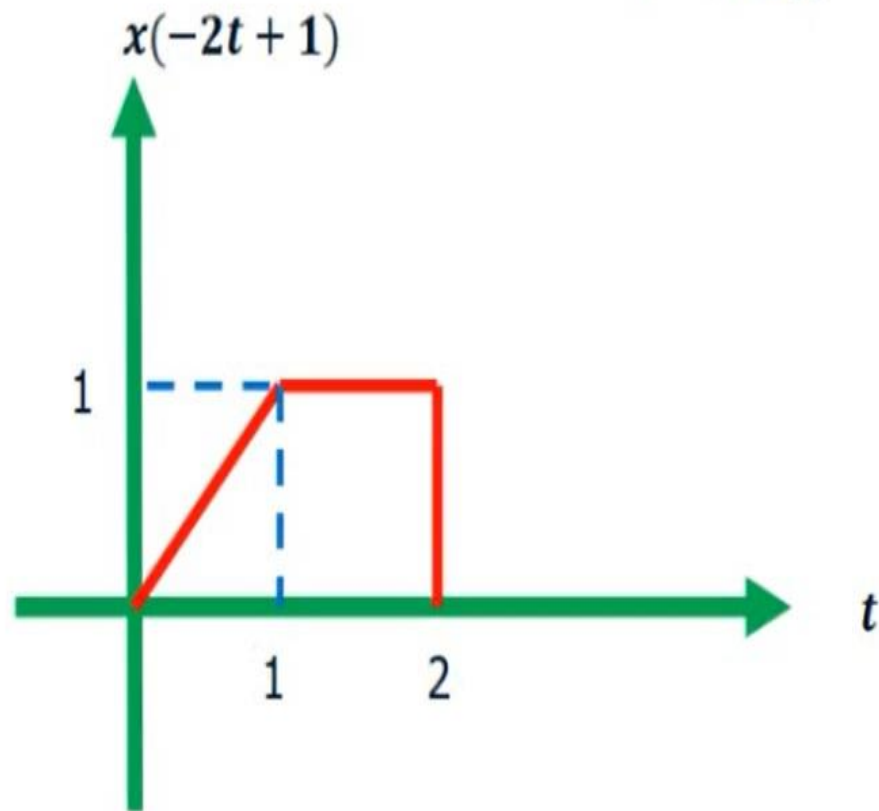
$$y(t) = U(t + 1) - U(t - 1)$$

مثال

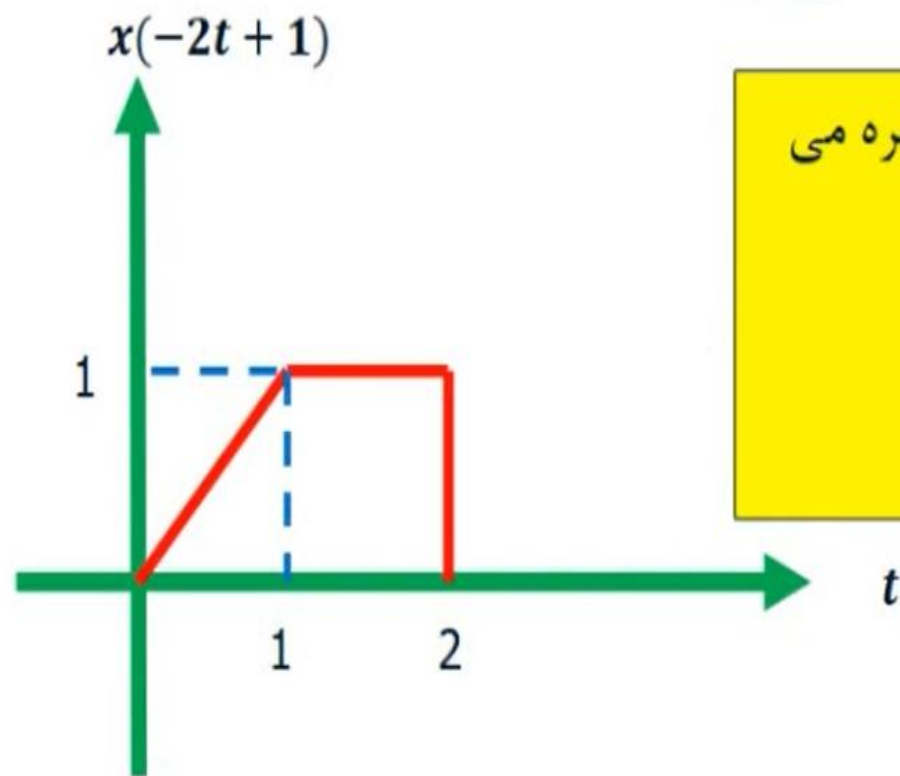


$$y(t) = u(t) - r(t - 1) + r(t - 2)$$

تست ۲: سیگنال $x(-2t + 1)$ در زیر نمایش داده شده است. مقدار $\int_{-\infty}^0 x(t) dt$ چقدر است؟



تست ۲: سیگنال $x(-2t + 1)$ در زیر نمایش داده شده است. مقدار $\int_{-\infty}^0 x(t) dt$ چقدر است؟



باید از دو قاعده معرفی شده استفاده کنیم که برای سادی کار از قاعده اول بهره می گیریم:

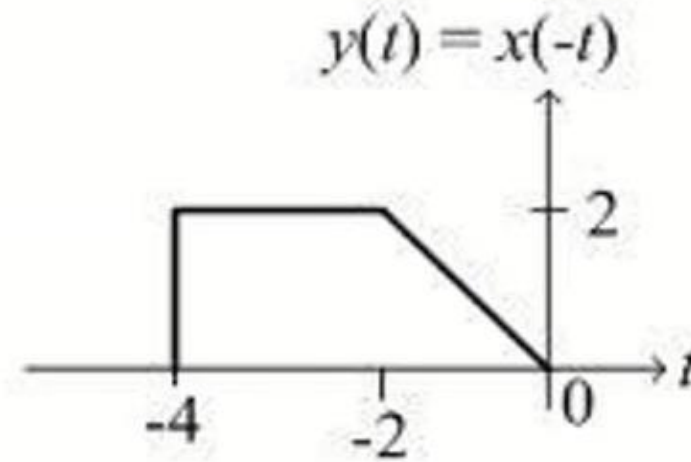
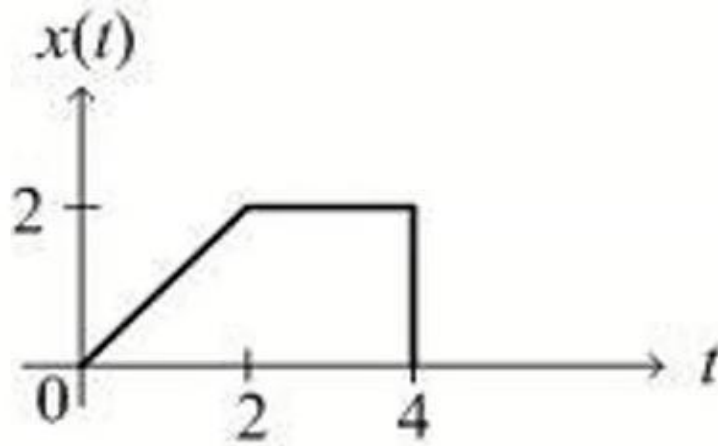
۱- ابتدا شیف β را اعمال کرده و سپس فشرده سازی α را انجام دهیم.

باید معکوس این کار را انجام داده تا سیگنال اولیه را بازسازی نماییم.

تبدیل سیگنال (ادامه)

• معکوس زمانی

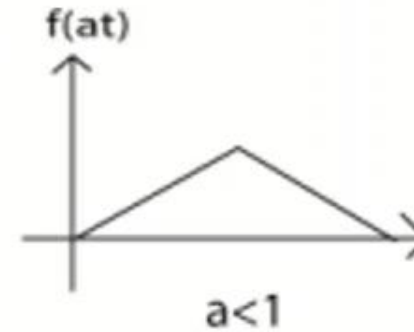
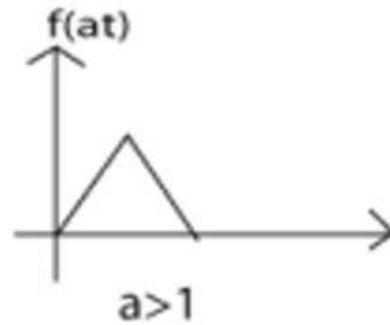
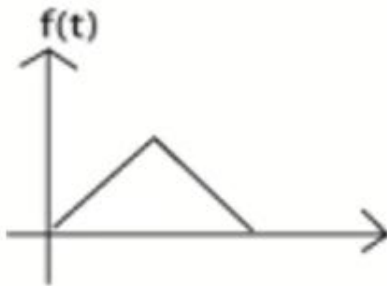
$$y(t) = x(-t), y[n] = x[-n]$$

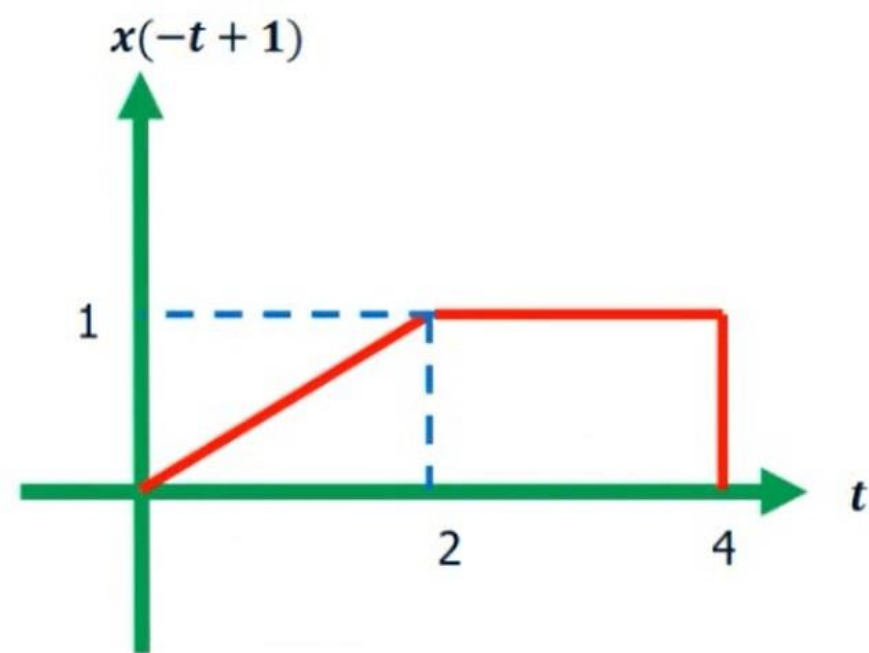
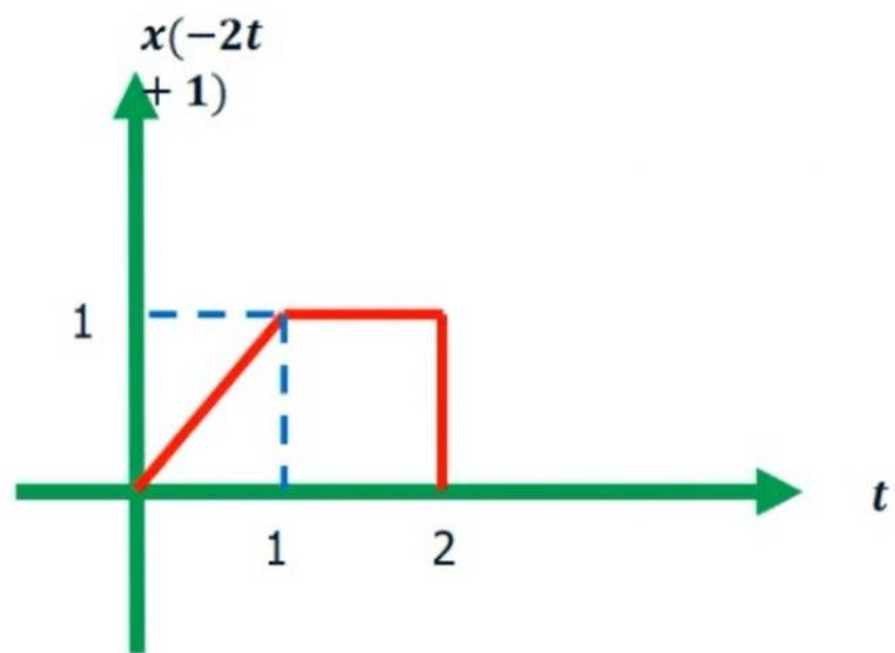


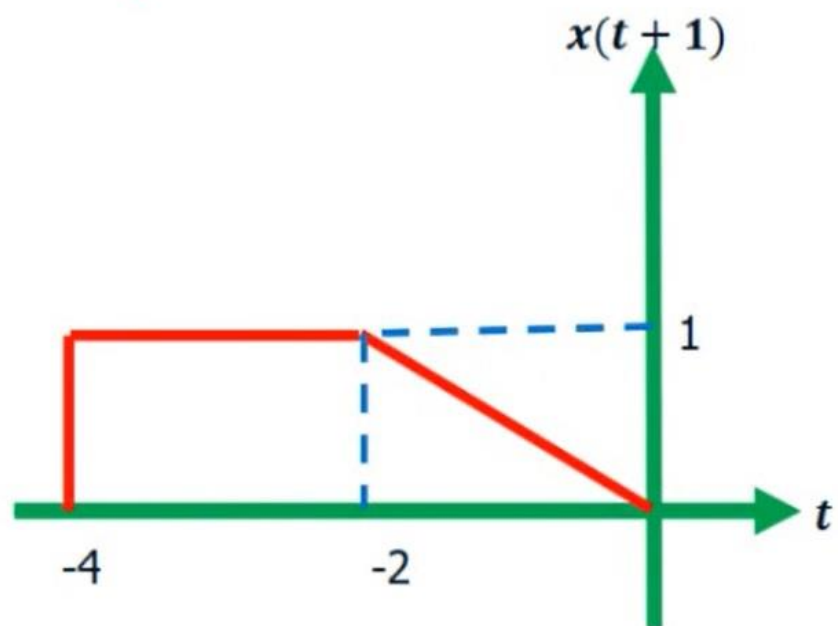
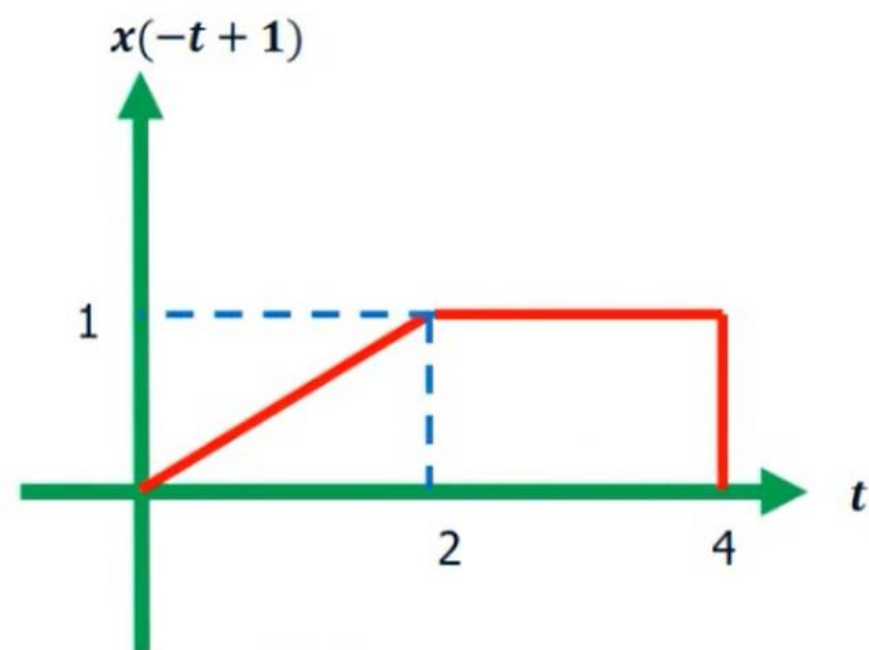
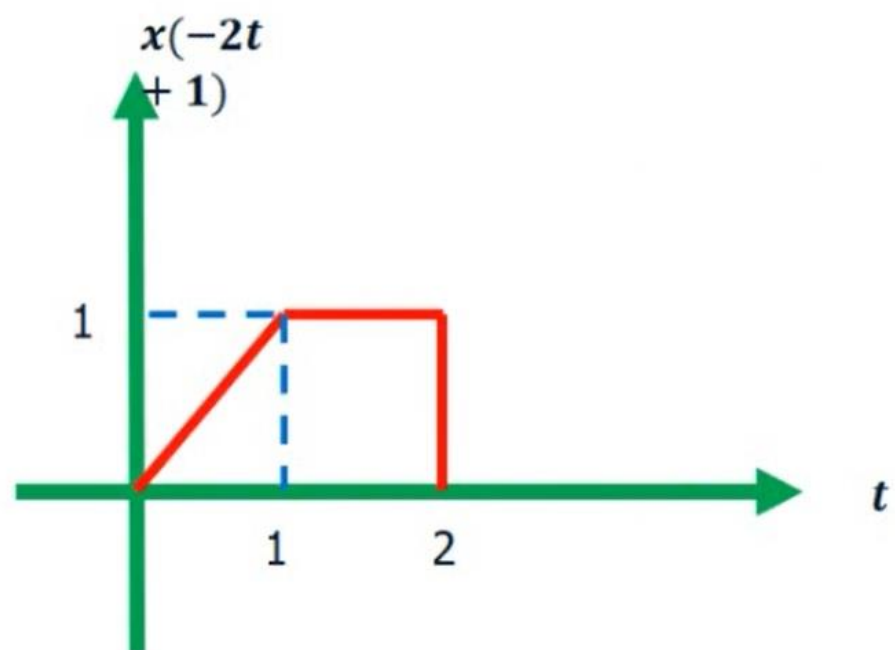
تبدیل سیگنال (ادامه)

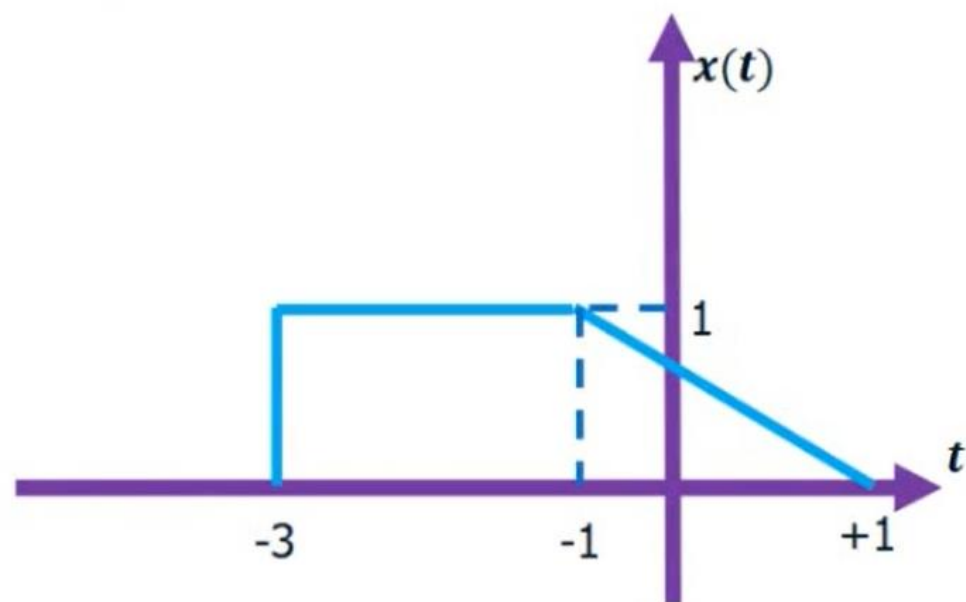
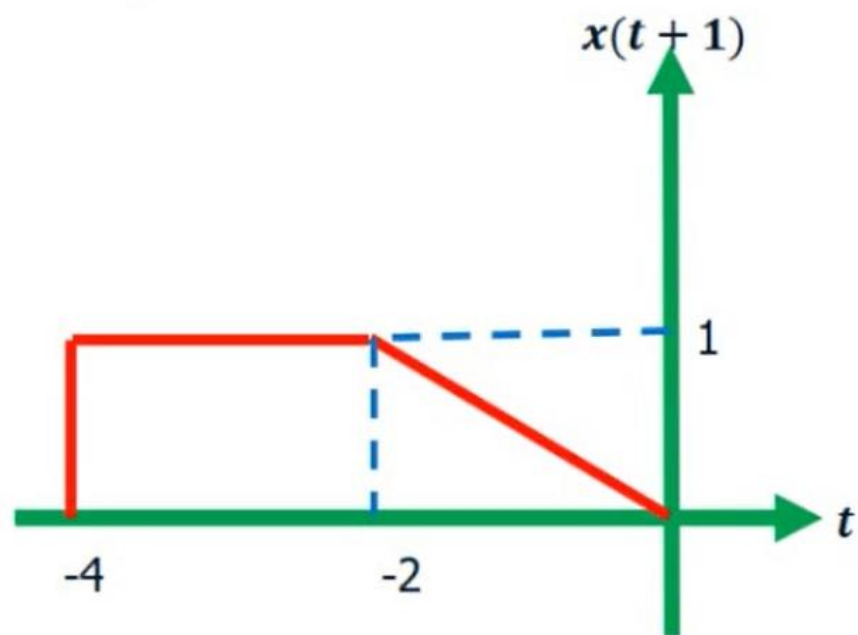
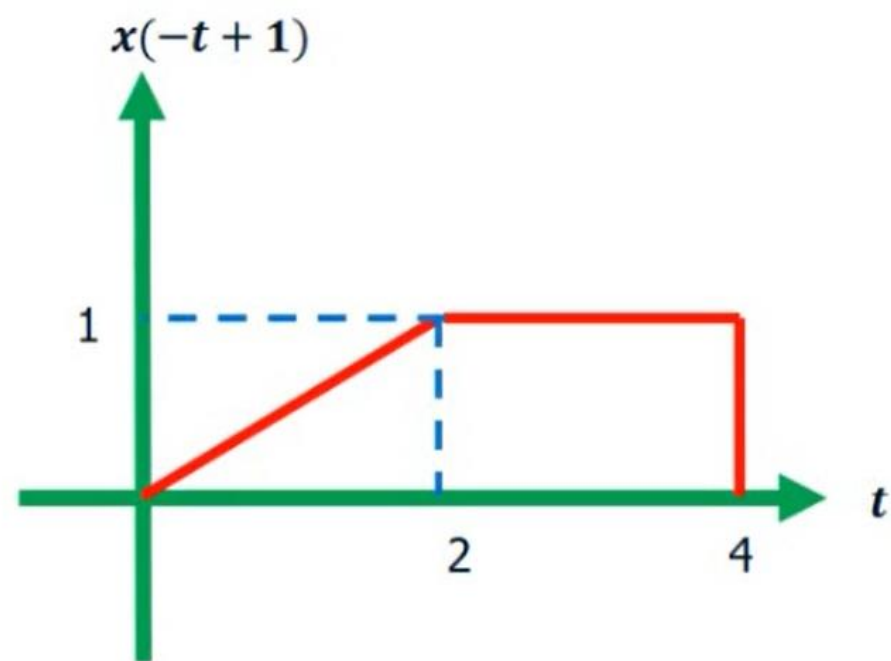
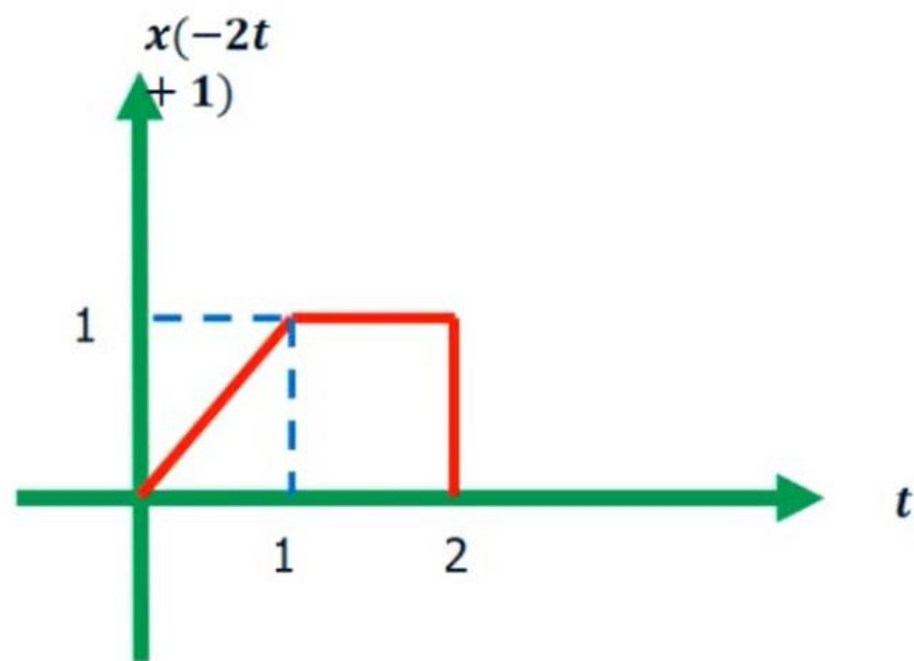
• تناسب زمانی

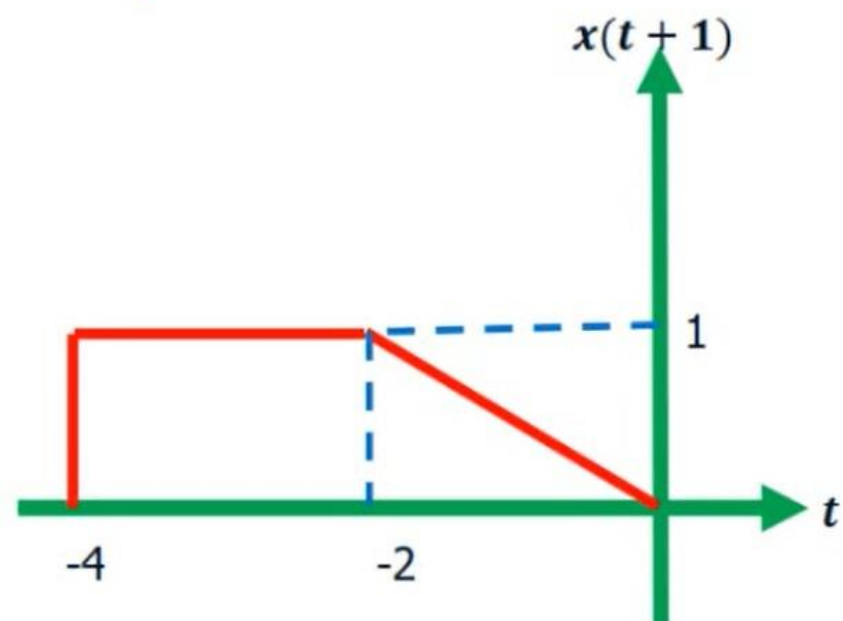
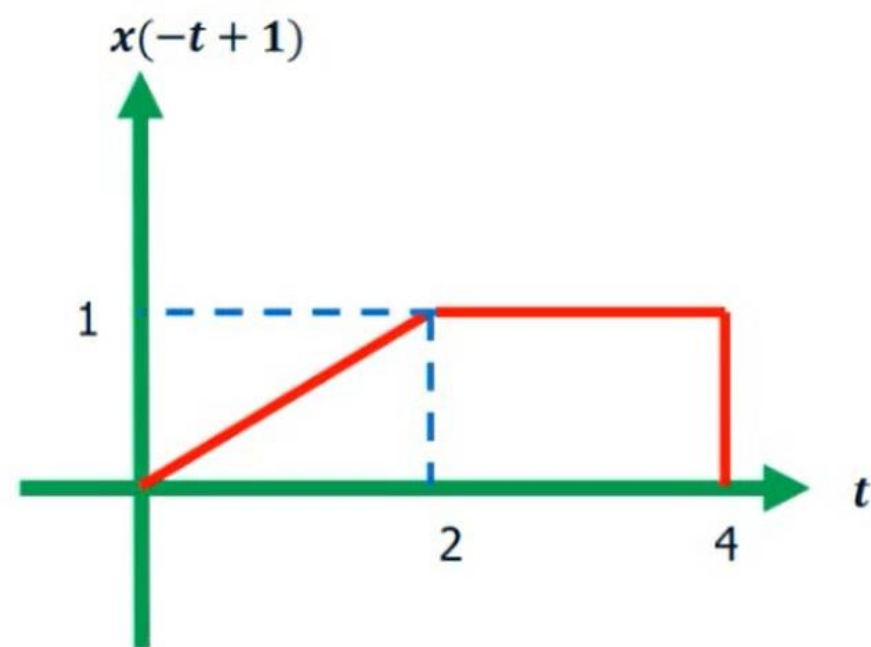
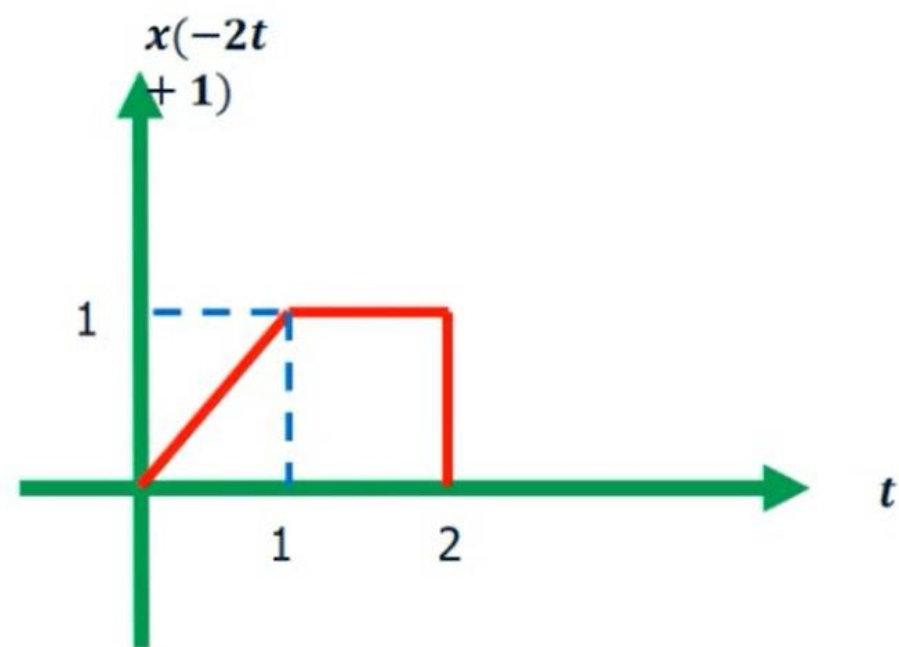
$$y(t) = x(at), y[n] = x[Mn]$$



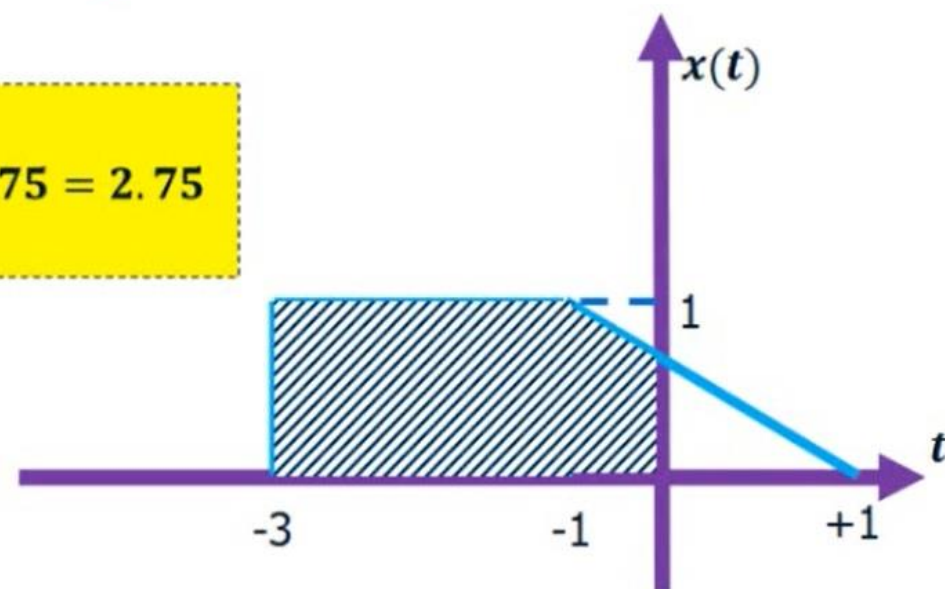






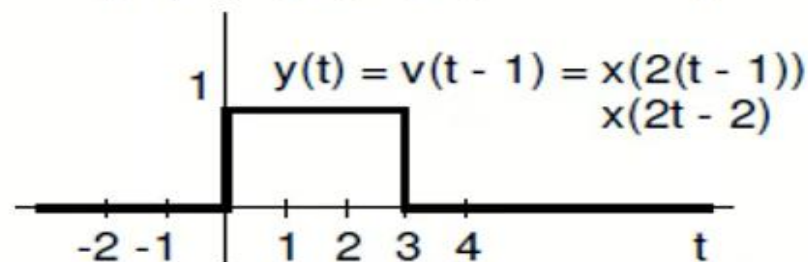
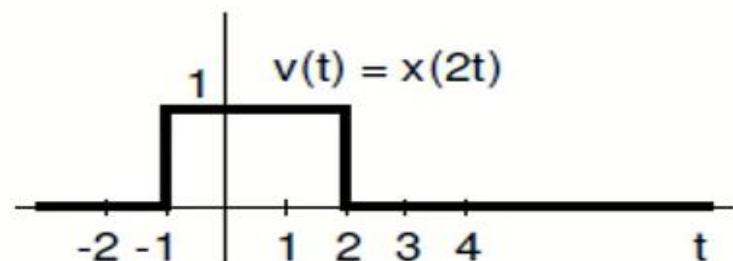
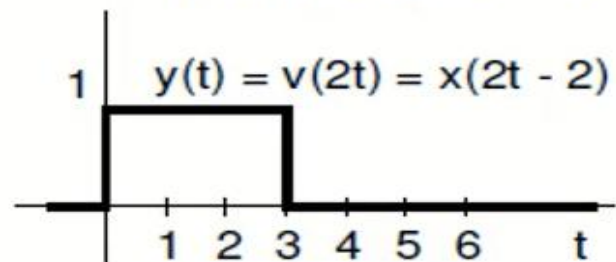
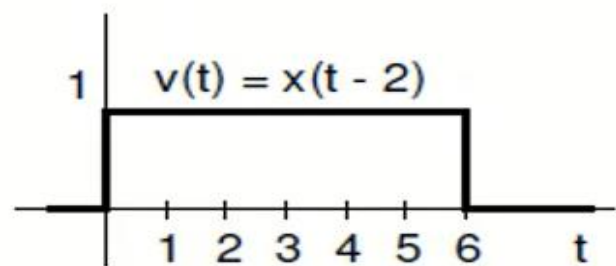
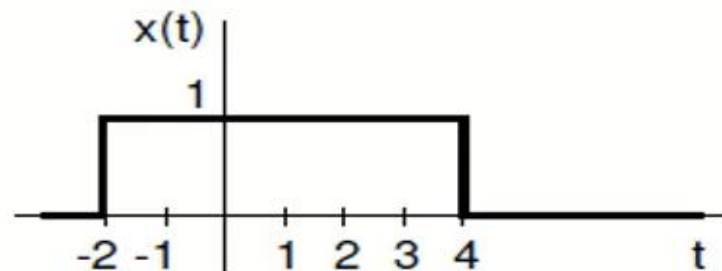
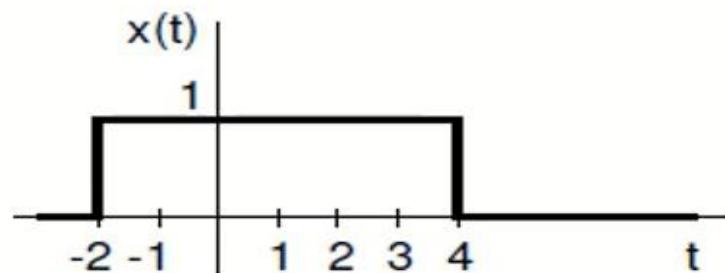


$$\int_{-\infty}^0 x(t) dt = 2 + .75 = 2.75$$



تبدیل سیگنال (ادامه)

• مثالی از تبدیل سیگنال $y(t) = x(2t - 2) = x(2(t - 1))$



تابع $\delta(t)$ را قبلا معرفی کردیم. اکنون میخواهیم برخی از ویژگی های آن را نمایش دهیم :

پیوسته

$$\frac{du(t)}{dt} = \delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(e) de = u(t)$$

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

$$x(t)\delta(t-r) = x(r)$$

گسسته

$$u[n] - u[n-1] = \delta[n]$$

$$\sum_{k=-\infty}^n \delta[k] = u[n]$$

$$\delta[an] = \delta[n]$$

$$x[n]\delta[n-r] = x[r]$$

$$\int_{t_1}^{t_2} x(t) \delta^{(n)}(t-t_0) dt = \begin{cases} (-1)^n x^{(n)}(t_0) & t_1 < t_0 < t_2 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

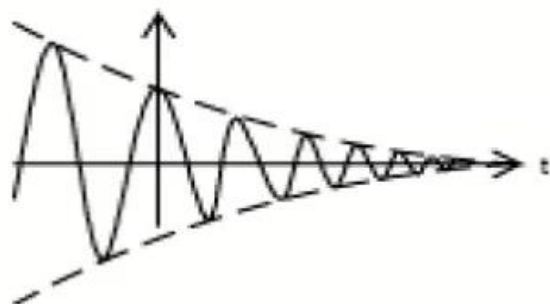
انواع سیگنال (ادامه)

• برخی سیگنال‌های خاص

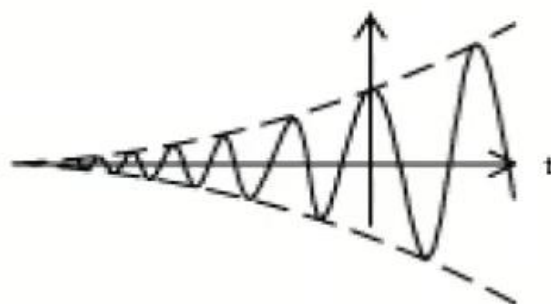
□ سیگنال نمایی

• دوره تناوب

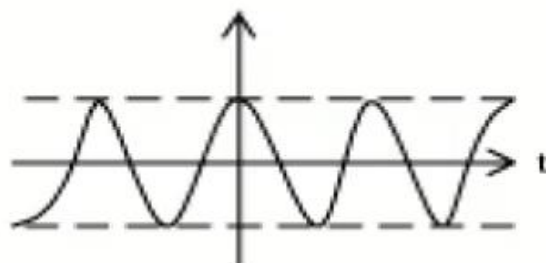
$$x(t) = Ce^{at}, x[n] = Ce^{an}$$



(a)



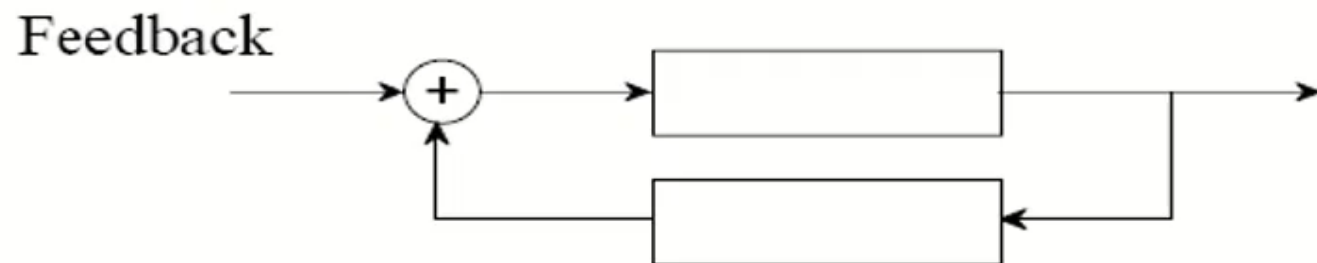
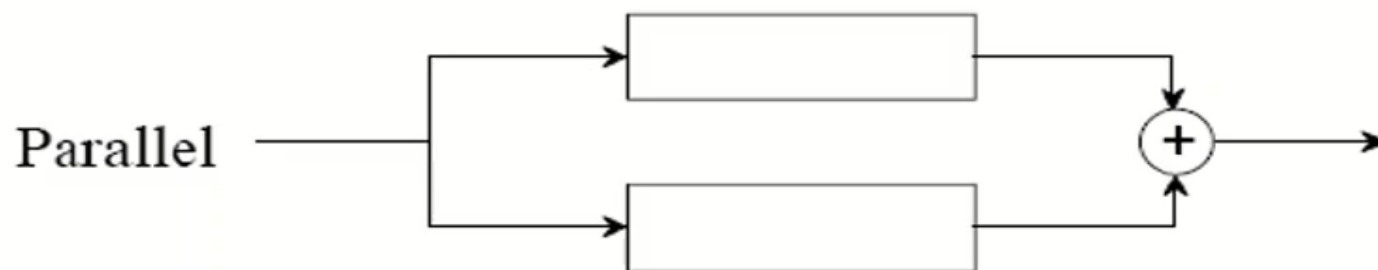
(b)



(c)

انواع سیستم‌ها (ادامه)

- اتصال سیستم‌ها



انواع سیستم‌ها (ادامه)

- سیستم بدون حافظه و سیستم با حافظه

□ سیستمی بدون حافظه است که خروجی آن در هر لحظه فقط به ورودی آن در همان لحظه بستگی داشته باشد.

بدون حافظه

$$y[n] = x[n]^2, \quad y(t) = \frac{x(t)}{1 + x(t)}$$

$$y[n] = x[n+1] + x[n] + x[n-1]$$

با حافظه

انواع سیستم‌ها (ادامه)

- سیستم معکوس‌پذیر و سیستم غیر معکوس‌پذیر
 - سیستمی معکوس‌پذیر است که بتوان با داشتن خروجی آن ورودی متناظرش را تولید نمود.

$$y[n] = 0$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k] \Rightarrow x[n] = y[n] - y[n-1]$$

$$y(t) = 2x(t) \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2}y(t)$$

$$y(t) = x^2(t)$$

مثال

انواع سیستم‌ها (ادامه)

- سیستم علی و سیستم غیرعلی

□ سیستمی علی است که خروجی آن در هر لحظه تنها تابع ورودی در همان لحظه و ورودی‌های قبلی باشد.

$$\begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array} \xrightarrow{t \leq t_0, x_1(t) = x_2(t)} t \leq t_0, y_1(t) = y_2(t)$$

مثال

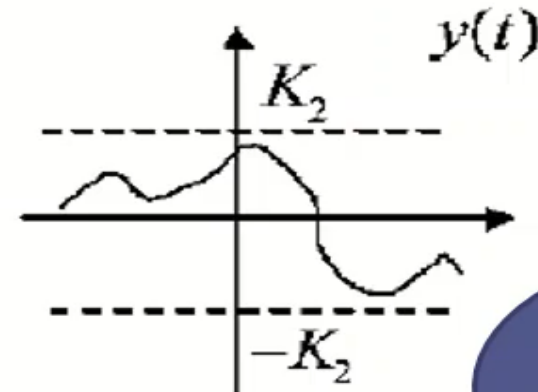
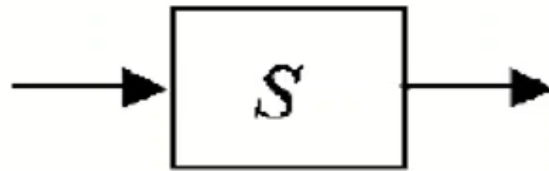
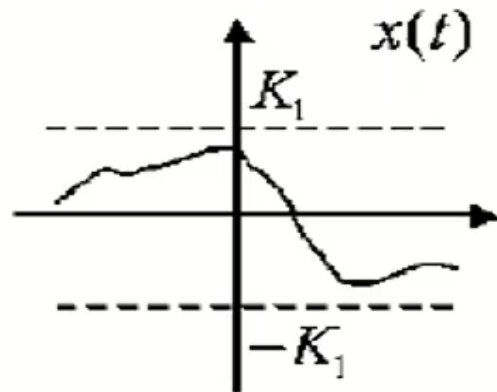
$$y[n] = x[-n], \quad y(t) = x(t+1)$$

$$y(t) = x(t-2), \quad y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} x^3[n-1]$$

انواع سیستم‌ها (ادامه)

- سیستم پایدار و سیستم ناپایدار

□ سیستمی با معیار ورودی محدود-خروجی محدود (BIBO) پایدار است اگر به ازای هر ورودی محدود خروجی نیز محدود باشد.



مثال

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

$$y(t) = e^{x(t)}$$

انواع سیستم‌ها (ادامه)

- سیستم تغییرپذیر با زمان و سیستم تغییرناپذیر با زمان
 - سیستمی که با گذشت زمان رفتار آن تغییر نکند سیستم تغییرناپذیر با زمان است.

$$x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow x(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0)$$



مثال

$$y[n] = nx[n]$$

$$y(t) = \cos(x(t))$$

انواع سیستم‌ها (ادامه)

- سیستم خطی و سیستم غیر خطی
 - سیستمی خطی است که دو خاصیت جمع‌پذیری (Additivity) و تناسب‌پذیری (Scaling) را داشته باشد.
- خاصیت ورودی صفر - خروجی صفر

$$T\{x_1 + x_2\} = y_1 + y_2$$

$$T\{\alpha x\} = \alpha y$$



$$\text{Superposition: } T\{\alpha x_1 + \beta x_2\} = \alpha y_1 + \beta y_2$$

$$y[n] = x[n] + 1, y(t) = x^2(t)$$

$$y(t) = x(t) + x(t+1)$$

مثال