

Distributed Feedback Structures

تاریخچه

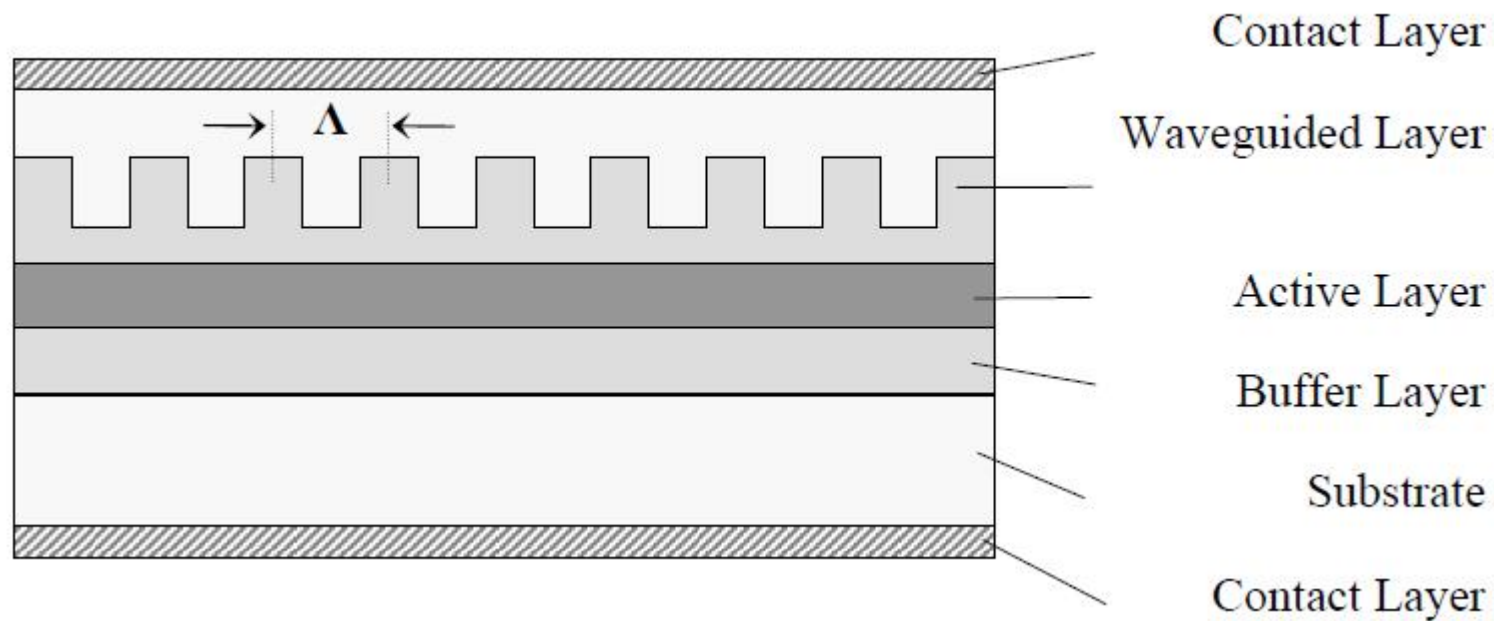
در سال های 1971 تا 1980 امکان استفاده از ساختار پریودیک درون محیط لیزر برای تولید فیدبک، توسط *Kogelnik* و *Shank* مورد بررسی قرار گرفت.

این موضوع، بدلیل عدم نیاز به آینه های کاواک در محیط لیزر و همچنین تفکیک مدی بسیار خوب و عملکرد تک مد انقلابی در این زمینه برپا کرد.

از سال 1986 تا 1987 محققان یک مدل وابسته به زمان برای دوپایداری *DFB-SLA* ها ارائه دادند و سوئیچینگ دوپایدار را شبیه سازی کردند.

ساختار *DFB*

- لیزر *DFB* نوعی لیزر نیمه هادی است که ناحیه فعال آن بصورت یک پراشه شکستی متناوب (*Diffraction Grating*) ساخته می شود.



شکل 1: نمایی از یک لیزر *DFB* یکنواخت

- پراشه در حقیقت بعنوان یک المان با قابلیت تنظیم طول موج عمل می کند، که برخلاف ساختار فابری پرو به جای دو آینه برای تولید فیدبک در این ساختار از پراشه استفاده می شود و بازگشت متناوب نور درون کاواک یک رزوناتور را بوجود می آورد.
- پراشه به گونه ای ساخته می شود که تنها یک باند باریک از طول موج ها را رفلکت می کند از این رو می توان گفت عملکرد تک مد (*Single Mode*) دارد، در حالیکه در ساختار فابری پرو باند وسیعی از طول موج ها رفلکت شده و عملکرد مالتی مد دارد.

$$\lambda_B = \frac{l\pi}{\Lambda}$$

طول موج
براگ

مرتبه مد
پراشه

دوره تناوب
پراشه براگ

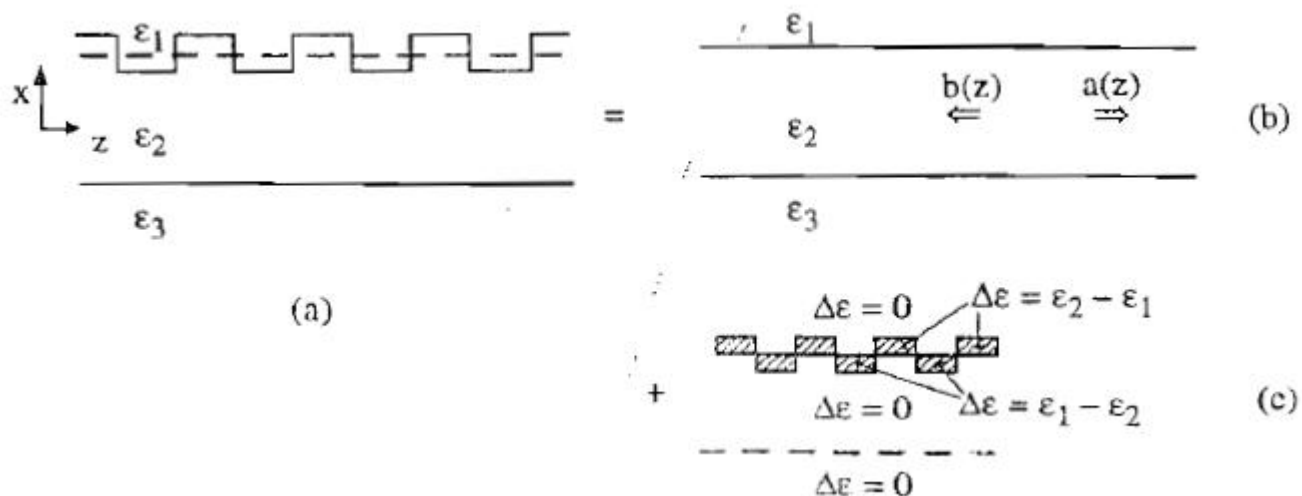
- برخلاف ادوات فابری پرو که ساخت آسانی دارند، ادوات *DFB* به فرآیند ساخت پیچیده تری نیاز دارند. در ادوات فابری پرو، کاواک ها به سادگی با برش زدن نیمه هادی شکل می گیرند و در آن ها مواد نیمه هادی بدون توقف رشد یافته اند تا ساختار فیدبک را ایجاد کنند.
- اما در ادوات *DFB* پراشه های براگ با استفاده از تکنیک هایی مانند لیتوگرافی اشعه الکترونی ایجاد می شوند و رشد ماده نیمه هادی نوعاً در طول تشکیل پراشه متوقف می شود.
- پردازش نور غیر خطی در ساختار رزونانسی مزایای زیر را داراست:
- انرژی و توان نوری کم
- تقویت
- در دسترس بودن
- سازگاری با طول موج های مخابرات فیبر نوری
- قابلیت مجتمع سازی

رفتار سیگنال نوری در کنش با یک پراشه براگ

اگر یک ساختار پریودیک را مانند شکل 2 در نظر بگیریم، تابع نفوذپذیری $\varepsilon(r)$ بصورت زیر نوشته می شود:

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon^{(0)}(\mathbf{r}) + \Delta\varepsilon(\mathbf{r})$$

که $\varepsilon^{(0)}(r)$ بخش غیراغتشاش و $\Delta\varepsilon(r)$ بخش اغتشاش می باشد.



شکل 2: موجبر متناوب

- با توجه به شکل بخش عدم اغتشاش (قسمت b) یک مد هدایت خاص با ثابت انتشار β_s یا $-\beta_s$ در نظر گرفته می شود.
 - دامنه مد انتشاری در حالت رفت $a(z) = a_0 e^{i\beta_s z}$ و در حالت بازگشتی $b(z) = b_0 e^{-i\beta_s z}$ می باشند.
 - نکته قابل توجه اینست که حاصل جمع دو قسمت b و c ساختار موجبر متناوب را می دهد.
- از آنجاییکه $\varepsilon(r)$ در z پریودیک است می توان با استفاده از بسط سری فوریه نوشت:

$$\Delta\varepsilon(x, z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} d_p(x) e^{ip(2\pi/\Lambda)z}$$

- ضریب بازتاب در این ساختارها به ضریب تزویج K و ضریب ناتنظیمی (δ) طول موج اولیه از طول موج براگ بستگی دارد.
- میدان های رفت و برگشت توسط ضریب تزویج به هم مرتبط هستند.
- برای درک صحیح ادوات DFB لازم است که انتشار امواج در ساختارهای تناوبی بررسی شود. در اینجا آنالیز توزیع یک سیگنال نوری در ساختار DFB را با معادلات ماکسول شروع می کنیم:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$



$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

معادلات موج تزویج شده

میدان رفت F درون یک موجبر با فرکانس زاویه ای ω و ثابت انتشار مختلط β_0 انتشار می یابد.

دامنه مختلط F در $z=0$ به دامنه $F \exp(-j\beta_0\Lambda + g\Lambda)$ در $z=\Lambda$ تبدیل می شود و بهمین ترتیب برای موج بازگشتی R در $z=\Lambda$ به $R \exp(-j\beta_0\Lambda + g\Lambda)$ در $z=0$ تبدیل می شود.

گین g در حقیقت گین خالص در واحد طول برای تلفات و ضریب حبس نوری معین می باشد.

ضریب انتشار بصورت زیر نوشته می شود:

$$\beta_0 = \beta_b + \delta$$

که β_b طول موج براگ برای حداکثر بازگشت و δ میزان ناتنظیمی موج نوری از براگ مرکزی است.

برای یک دوره تناوب براگ با گین، شیفیت فاز و کاپلینگ مشخص داریم:

$$F_{z=\Lambda} = \{1 + (g - j\delta)\Lambda\} F_{z=0} + j\kappa\Lambda R_{z=\Lambda}$$

$$R_{z=0} = \{1 + (g - j\delta)\Lambda\} R_{z=\Lambda} + j\kappa\Lambda F_{z=0}$$

روابط بالا نشان دهنده طرح *finite-difference* می باشند که می توان بصورت دیفرانسیلی در حالت *steady state* نوشت.

$$+\frac{dF}{dz} = (g - j\delta)F + j\kappa R$$

$$-\frac{dR}{dz} = (g - j\delta)R + j\kappa F$$

اضافه کردن وابستگی به زمان، با توجه به این مطلب که میدان ها با سرعت گروه حرکت می کنند، و اضافه کردن ترم هایی برای برانگیختگی با *spontaneous emission* معادلات زیر را می دهد:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} = (g - j\delta)F + j\kappa R + i_{sp f}$$

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{\partial R}{\partial z} = (g - j\delta)R + j\kappa F + i_{sp r}$$

ویژه مدها

یک روش برای حل معادلات مدی تزویج پیدا کردن ویژه مدها، که هر کدام شامل امواج رفت و برگشت منتشر شده در راستای پراشه با نسبت دامنه ثابت می باشند، است.

میزن ناتنظیمی از طول موج براگ پراشه بصورت زیر تعریف می شود:

$$\delta = \frac{n(\omega - \omega_b)}{c}$$

و ویژه مدها را بصورت زیر داریم:

$$\begin{aligned} &A[\exp(-j\beta_b z) + s_+ \exp(j\beta_b z)] \exp(-j\beta_r z) \\ &B[\exp(j\beta_b z) + s_- \exp(-j\beta_b z)] \exp(j\beta_r z) \end{aligned}$$

که β_e آفست ضریب انتشار از مقدار براگ در حضور کاپلینگ می باشد.
این فاکتور برای هر مقدار g و δ مشخص است و داریم:

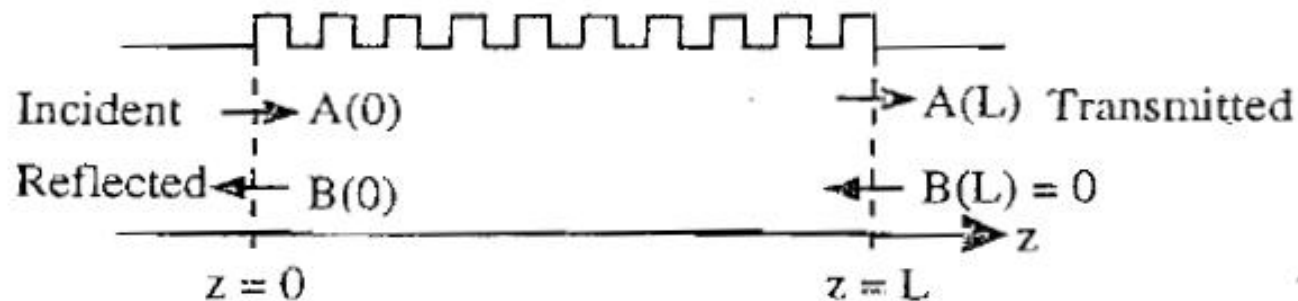
$$\beta_e = \mp |(\delta + jg)^2 - \kappa_{fr} \kappa_{rf}|^{0.5}$$

اگر کاپلینگ نداشته باشیم ترم دوم حذف می شود.
با جایگذاری معادلات ویژه مدها در معادلات تزویج دیفرانسیلی ویژه مدهای
 S_+ و S_- بدست می آیند:

$$s_+ = \frac{[(\delta + jg) \pm |(\delta + jg)^2 - \kappa_{fr} \kappa_{rf}|^{0.5}]}{\kappa_{rf}}$$

$$s_- = \frac{[(\delta + jg) \pm |(\delta + jg)^2 - \kappa_{rf} \kappa_{fr}|^{0.5}]}{\kappa_{fr}}$$

عبور و بازگشت در یک ساختار DFB



شکل 3: شرایط مرزی در دو انتهای ساختار DFB

شکل 3 ساختار یک پراشه بعنوان کاواک و شرایط مرزی در دو انتها را نشان می دهد. نور ورودی از سمت چپ ($z=0$) وارد می شود.

$A(0)$: دامنه میدان موج ورودی

$B(0)$: دامنه میدان موج بازگشتی

$A(L)$: دامنه میدان موج عبوری

$B(L)=0$: به منزله عدم وجود موج ورودی در قسمت سمت راست

در $z=0$ ضریب بازتاب بصورت زیر داریم:

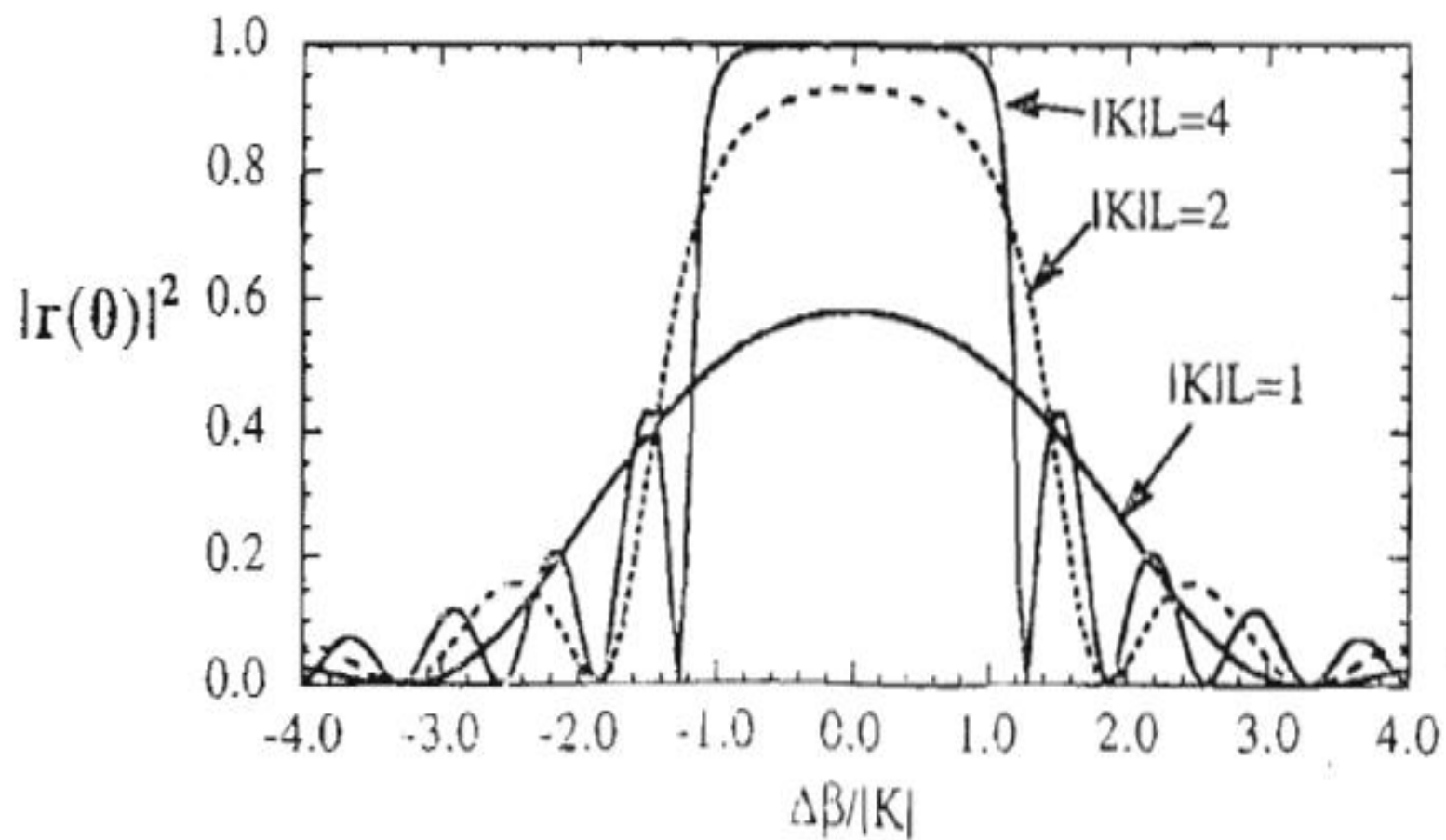
$$r(0) = \frac{B(0)}{A(0)} \\ = \frac{-K^* \sinh SL}{\Delta\beta \sinh SL + iS \cosh SL}$$

در شرایطی که $\Delta\beta = 0$ و $S = |K|$:

$$|r(0)| = \tanh|KL|$$

ضریب عبور در $z=L$ بصورت زیر بدست می آید:

$$t(L) = \frac{A(L)}{A(0)} = \frac{iS}{\Delta\beta \sinh SL + iS \cosh SL}$$



شکل 4: نمایش تغییرات ضریب بازتاب بر حسب $\Delta\beta/|K|$

- شکل 4 میزان بازتاب $|r(0)|^2$ بر حسب $\Delta\beta/|K|$ را برای سه مقدار متفاوت $|KL|$ نشان می دهد.
- همانطور که میبینیم اگر $|KL|$ افزایش یابد به ازای مقادیر کوچک $\Delta\beta/|K|$ میزان بازتاب افزایش می یابد.
- لازم به ذکر است که هرگاه $|S| \rightarrow 0$ و $|K| \rightarrow |\Delta\beta|$ داریم:

$$|r_0|^2 \rightarrow |KL|^2 / [|KL|^2 + 1]$$

روش حل عددی برای لیزرهای DFB

معادلات موج مرتبه اول:
معادلات زیر معادلات موج مرتبه اول رای انتشار امواج در دو جهت رفت و برگشت با سرعت های گروه $\pm v_g$ می باشند:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad \frac{1}{v_g} \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{\partial R}{\partial z} = 0$$

جواب این معادلات را بصورت زیر داریم:

$$F = f(t - z/v_g) \quad \text{and} \quad R = r(t + z/v_g)$$

که $f(t)$ و $r(t)$ توابع اختیاری وابسته به زمان می باشند.

اگر تغییرات گین و فاز را در معادلات وارد کنیم:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} = (g - j\delta) F \quad \frac{1}{v_g} \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{\partial R}{\partial z} = (g - j\delta) R$$

$$F = \exp[(g - j\delta) v_g t] \bar{F} \quad R = \exp[(g - j\delta) v_g t] \bar{R}$$

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \bar{F}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial z} = 0 \quad \frac{1}{v_g} \frac{\partial \bar{R}}{\partial t} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial z} = 0$$

Central Difference Method

معادلات قبل را در نظر بگیرید. سرعت گروه در این معادلات ثابت است. پس اگر زمان را به گام های δt و فضا را به δz تبدیل کنیم، داریم:

$$\delta t = \frac{\delta z}{v_g}$$

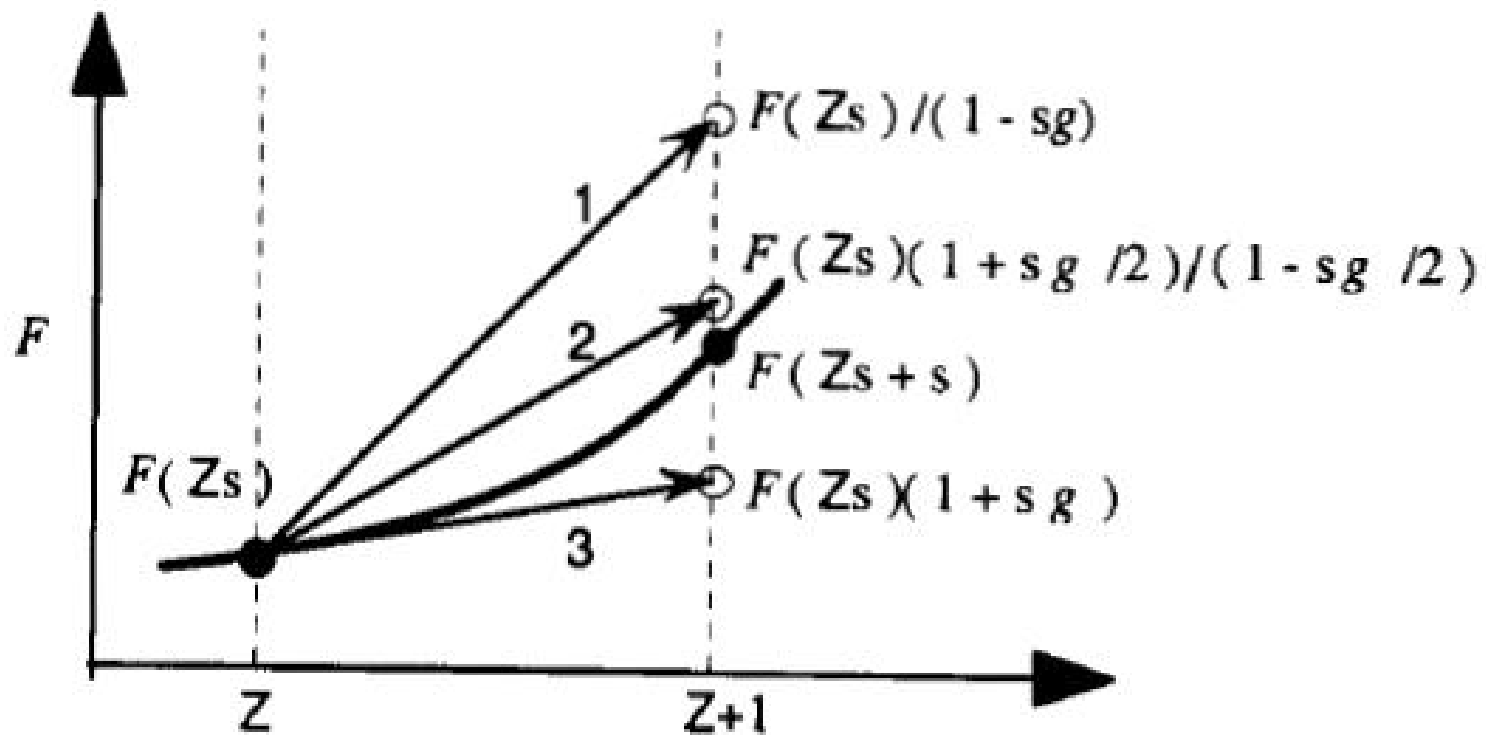
$$\delta z = s \quad \leftarrow \text{Spatial Step}$$

$$\delta t = \frac{s_1}{v_g} \quad \leftarrow \text{Temporal Step}$$

$$\frac{s_1}{s} = a$$

تابع F بصورت $F(T,Z)$ نوشته می شود که T و Z عدد صحیح هستند و داریم:

$$F(Zs+s) = F(Zs) \left| \left(1 + \frac{1}{2}sg \right) / \left(1 - \frac{1}{2}sg \right) \right|$$



شکل 5: forward difference
 3:forward difference
 2:central difference
 1:reverse difference

پس *central difference* را برای تابع F می نویسیم:

$$\frac{1}{2}\{F(\mathbf{T}+\frac{1}{2}, \mathbf{Z}+\frac{1}{2})+F(\mathbf{T}+\frac{1}{2}, \mathbf{Z}-\frac{1}{2})-F(\mathbf{T}-\frac{1}{2}, \mathbf{Z}+\frac{1}{2})-F(\mathbf{T}-\frac{1}{2}, \mathbf{Z}-\frac{1}{2})\} \\ +\frac{1}{2}\mathbf{a}\{F(\mathbf{T}+\frac{1}{2}, \mathbf{Z}+\frac{1}{2})+F(\mathbf{T}-\frac{1}{2}, \mathbf{Z}+\frac{1}{2})-F(\mathbf{T}+\frac{1}{2}, \mathbf{Z}-\frac{1}{2})-F(\mathbf{T}-\frac{1}{2}, \mathbf{Z}-\frac{1}{2})\}=0$$

مقادیر کوچکتر a نشان دهنده اینست که پالس با سرعت کمتر حرکت می کند.

با استفاده *Lax averaging* در فضا داریم:

$$F(\mathbf{T}+\frac{1}{2}, \mathbf{Z}) \rightarrow \frac{1}{2}\{F(\mathbf{T}+\frac{1}{2}, \mathbf{Z}+\frac{1}{2})+F(\mathbf{T}+\frac{1}{2}, \mathbf{Z}-\frac{1}{2})\}$$

معادله قبل را می توان بصورت مقادیر زمانی بعدی F برحسب مقادیر قبلی آن نوشت:

$$(1+a)F(T+\frac{1}{2}, Z+\frac{1}{2}) + (1-a)F(T+\frac{1}{2}, Z-\frac{1}{2}) \\ = (1-a)F(T-\frac{1}{2}, Z+\frac{1}{2}) + (1+a)F(T-\frac{1}{2}, Z-\frac{1}{2})$$

اگر $a=1$ آنگاه:

$$F(T+1, Z+1) = F(T, Z)$$

معادلات بازگشتی با عکس کردن علامت a بدست می آید پس داریم:

$$(1-a)R(T+\frac{1}{2}, Z+\frac{1}{2}) + (1+a)R(T+\frac{1}{2}, Z-\frac{1}{2}) \\ = (1+a)R(T-\frac{1}{2}, Z+\frac{1}{2}) + (1-a)R(T-\frac{1}{2}, Z-\frac{1}{2})$$

اگر $a=1$ آنگاه:

$$R(T+1, Z) = R(T, Z+1)$$

لازمه داشتن سرعت گروه ثابت اینست که تغییرات زمانی نداشته باشیم و سرعت تنها با مکان تغییر کند.
اکنون گین و فاز را وارد معادلات با $a=1$ می کنیم:

$$F(T+1, Z) - F(T, Z-1) = \frac{1}{2}(g - j\delta) s \{F(T+1, Z) + F(T, Z-1)\}$$

or

$$F(T+1, Z) = \{(1 + \frac{1}{2}sg - j\frac{1}{2}s\delta) / (1 - \frac{1}{2}sg + j\frac{1}{2}s\delta)\} F(T, Z-1)$$

برای سادگی الگوریتم g و δ را در $Z-1$ ارزیابی می کنیم.
و برای معادلات بازگشتی داریم:

$$R(T+1, Z) = \{(1 + \frac{1}{2}sg - j\frac{1}{2}s\delta) / (1 - \frac{1}{2}sg + j\frac{1}{2}s\delta)\} R(T, Z+1)$$

Coupled reflections

هرگاه نور ورودی به لیزر دارای فرکانسی برابر فرکانس براگ باشد ($\delta=0$) و هیچ گونه تلفات و گین در موجبر نداشته باشیم، معادلات تزویج بصورت زیر در

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} = j\kappa R \quad \frac{1}{v_g} \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{\partial R}{\partial z} = j\kappa F$$

می آید:

با مقدار ثابت κ و حذف R از معادله داریم:

$$\frac{1}{v_g^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = -\kappa^2 F$$

با یک روش آنالیتیک جواب معادله بصورت زیر بدست می آید:

$$F = \exp\left(\bar{\omega} \left(v_g t / s\right) - j\bar{\beta} (z/s)\right)$$

S برای نرمالیزه کردن ضریب انتشار فضایی و $\bar{\beta}$ و $\bar{\omega}$ برای فرکانس های زمانی می باشند.

می توان گفت:

$$\bar{\beta}^2 = \bar{\omega}^2 - (\kappa S)^2$$

فرکانس فیزیکی متناظر با تغییر فاز در واحد S، $\bar{\omega}$ ، در حقیقت یک فرکانس مدولاسیون است که انحراف از فرکانس مرکزی ω_0 را اندازه گیری می کند.

با استفاده از *Lax averaging* بر روی قسمت راست معادلات تزویج می توان گفت:

$$F(T + \frac{1}{2}, Z + \frac{1}{2}) - F(T - \frac{1}{2}, Z - \frac{1}{2}) = j \frac{1}{2} \kappa S \{ R(T + \frac{1}{2}, Z - \frac{1}{2}) + R(T - \frac{1}{2}, Z + \frac{1}{2}) \}$$

$$R(T + \frac{1}{2}, Z - \frac{1}{2}) - R(T - \frac{1}{2}, Z + \frac{1}{2}) = j \frac{1}{2} \kappa S \{ F(T + \frac{1}{2}, Z + \frac{1}{2}) + F(T - \frac{1}{2}, Z - \frac{1}{2}) \}$$

A Uniform Bragg Laser: Finite difference in time and space

معادلات کامل مربوط به ساختار *DFB* بصورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} = j\kappa R + (g^* - j\delta) F$$

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{\partial R}{\partial z} = j\kappa F + (g - j\delta) R$$

- این معادلات فرکانس های نوری نزدیک به فرکانس براگ را حذف می کنند.
- پارامتر δ همانطور که قبلا گفته شد میزان نانتظیمی از طول موج اولیه می باشد.

- دامنه های F و R تحت فرکانس های ماکروویو با انتشار بسته موج با سرعت گروه v_g تغییر می کنند که در اینجا تقریباً ثابت و با فرکانسی نزدیک به فرکانس مرکزی یا براگ در نظر گرفته می شوند.

- g به گین خالص ($net\ gain$) با میزان تلفات و ضریب حبس نوری مشخص اطلاق می شود.

- K نشان دهنده میزان بازتاب در واحد طول می باشد.

برای شروع حل عددی *finite-difference* به سراغ معادلات زیر می رویم:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \bar{F}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial z} = j\kappa \bar{R} \quad \frac{1}{v_g} \frac{\partial \bar{R}}{\partial t} - \frac{\partial \bar{R}}{\partial z} = j\kappa \bar{F}$$

$$\begin{bmatrix} F\{(T+1), (Z+1)\} \\ R\{(T+1), Z\} \end{bmatrix} = \exp\{(g - j\delta)s\} \begin{bmatrix} \cos \theta & j \sin \theta \\ j \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F\{T, Z\} \\ R\{T, (Z+1)\} \end{bmatrix}$$

که $\sin \theta = \frac{Ks}{\left(1 + \frac{1}{4}K^2s^2\right)}$ می باشد.

از تکرار این روابط در یک ساختار *DFB* می توان دید که بخش هایی با K یکنواخت وجود دارد که در آن مجموعه ای از s ها دارای مقادیر یکسان θ می باشند.

MATLAB code

می خواهیم در معادله اخیر چگونگی بهم پیوستن گام های فضایی طول S را نشان دهیم. ابتدا شماره میدان ها را از 1 تا $N+1$ در نظر می گیریم که در حقیقت N تعداد بخش هایی است که طول لیزر را می سازد ($L=Ns$).

➤ بایستی به این نکته توجه داشت که ساختار لیزر یکنواخت در نظر گرفته شود.

➤ میدان های *present* (میدان های رفت و برگشت) با $ff(n)$ و $fr(n)$ برچسب می خورند که n نشان دهنده شماره گام فضایی است. این میدان ها بعنوان fr و ff ذخیره می شوند.

➤ میدان های *new* در گام بعدی بوجود می آیند و بعنوان *ffn* و *frn* ذخیره می شوند.

و در نهایت داریم:

$$mL = \exp\{(gL - j^*dL)/N\} \approx (2^*N + gL - j^*dL)/(2^*N - gL + j^*dL)$$

$$(g - j\delta)L \quad \longleftarrow \quad gL - j^*dL$$

و L طول لیزر می باشد.

جمله آخر تقریب *central difference* برای تابع نمایی است. نتایج در آرایه $mL(n)$ که نشان دهنده تغییرات گین و فاز در هر گام است، ذخیره می شود.

پراشه براگ دو ترم برای انتشار بازگشتی و عبوری به ترتیب در زیر نمایش می دهد:

$$\sin \theta = \frac{Ks}{\left(1 + \frac{1}{4}K^2s^2\right)} \sim Ks$$

$$\cos \theta \sim \sqrt{1 - K^2s^2}$$

پس می توان نشان داد که آرایه عبور و بازگشت در هر گام بصورت زیر است:

$$\text{sint}(n) = ks(n) \quad \text{and} \quad \text{cost}(n) = \sqrt{1 - \{ks(n)\}^2}$$

معادلات دیفرانسیلی برای میدان ها در وسط *DFB* بصورت زیر نوشته می شود:

```
for n= 1: N;
```

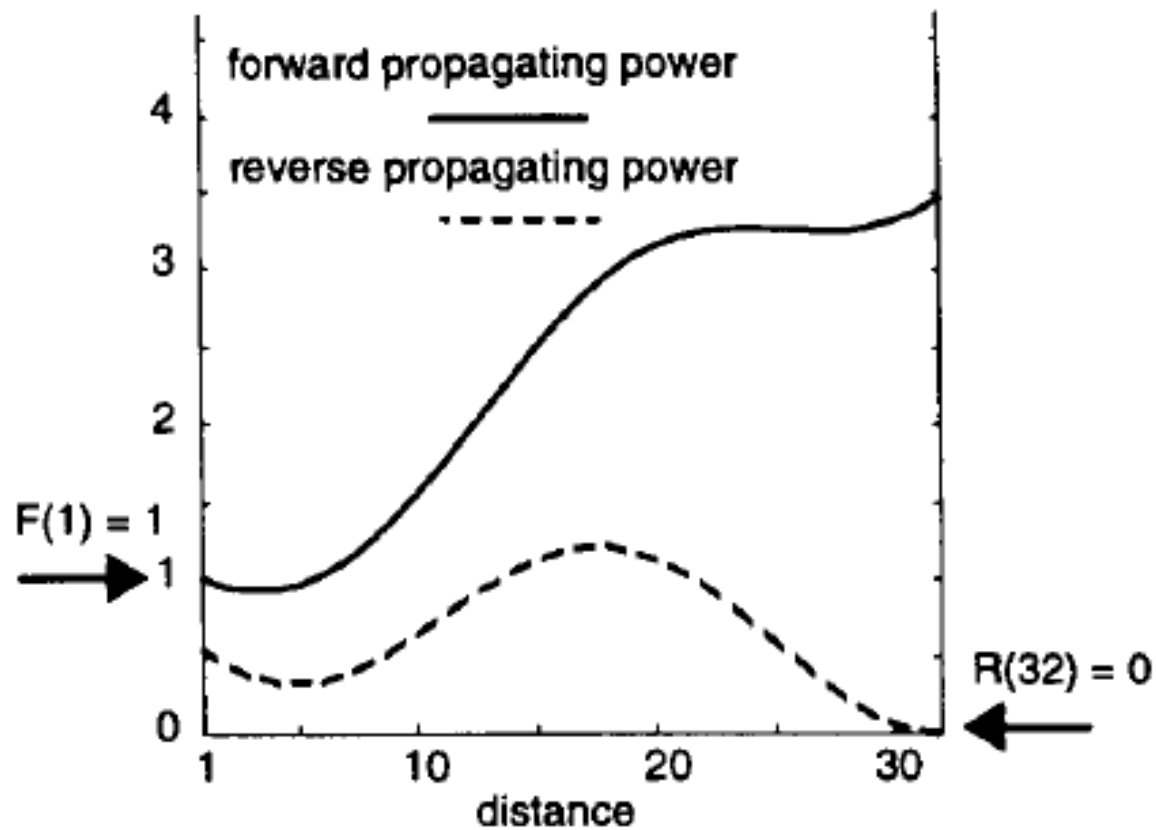
```
ffn(n+1)=mL(n)*cost(n)*ff(n)+j*mL(n)*sint(n)*fr(n+1);
```

```
nr=N+1-n;
```

```
frn(nr)=mL(nr)*cost(nr)*fr(nr+1)+j*mL(nr)*sint(nr)*ff(nr);
```

```
end
```

با توجه به این معادلات اگر به سمت راست قطعه ورودی صفر و سمت چپ میدان با دامنه یک وارد شوند می توان دید که دیوایس مانند یک تقویت کننده موج مستقیم *coherent* عمل می کند.



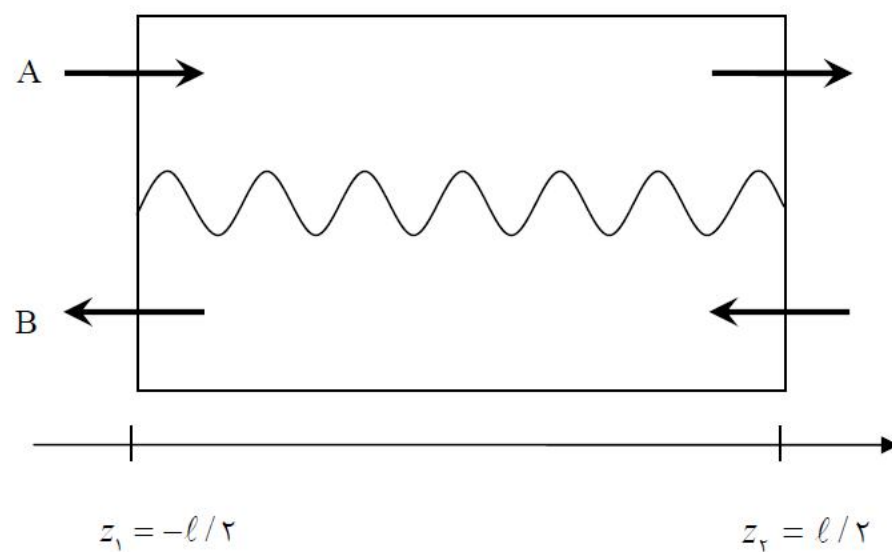
شکل 6: حل عددی برای یک تقویت کننده با ساختار DFB یکنواخت محاسبات برای $KL=2$ ، $gL=0.5$ ، $\delta L=4$ و لیزر با 31 سکشن یا 32 نقطه میدان انجام شده است.

Transfer Matrix Method

در ادوات *DFB* با پراشه غیر یکنواخت حل معادلات موج تزویج شده به سادگی ممکن نیست ؛ ناهمگونی ساختار و وابستگی ضرایب این معادلات به راستای انتشار z ، موجب پیچیدگی معادلات دیفرانسیل می گردد ، اعمال شرایط مرزی نیز در پراشه های غیر یکنواخت اغلب کاری دشوار است. لذا روشی نیاز است که قابلیت شبیه سازی ساختارهای *DFB* غیر یکنواخت را داشته باشد.

از میان روشهای متفاوتی که برای توصیف رفتار ادوات *DFB* پیشنهاد شده است، روش ماتریس انتقال به دلیل سادگی مفهوم، دقت کافی، سرعت بالا، امکان مدل کردن تغییرات پارامترهایی نظیر نانتظیمی و ضریب تزویج در طول کاواک لیزر و بالاخره قابلیت حل عددی ماتریسی محبوبیت خاصی پیدا کرده است.

این روش بر پایه حل تحلیلی معادلات موج تزویج شده در حوزه فرکانس و در یک ساختار یکنواخت استوار است و تا کنون در موارد متعددی از شبیه سازی ویژگی های متفاوت ادوات *DFB* با ساختارهای گوناگون مورد استفاده قرار گرفته است.



شکل 7: میدان های رفت و برگشت در ساختار لیزر *DFB* یکنواخت به طول l .

برای یک ساختار DFB یکنواخت به طول فرض شده است که مطابق شکل 7 ورودی در $z=-l/2$ و خروجی در $z=l/2$ واقع شده است. حال می توان ضرایب ثابت A_1 و B_2 را بر حسب میدان ها در خروجی بدست آورد:

$$A_1 = \frac{A(-\ell/2) - rB(-\ell/2)}{(1-r^2)e^{-i\gamma\ell/2}}$$

$$B_2 = \frac{B(-\ell/2) - rA(-\ell/2)}{(1-r^2)e^{+i\gamma\ell/2}}$$

پس ماتریس انتقال بصورت زیر داریم:

$$\begin{bmatrix} A(z_2) \\ B(z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A(z_1) \\ B(z_1) \end{bmatrix}$$

درایه های ماتریس انتقال مطابق رابطه های زیر قابل محاسبه هستند:

$$t_{11} = \frac{1}{1-r^2} [e^{i\gamma l} - r^2 e^{-i\gamma l}]$$

$$t_{12} = \frac{-r}{1-r^2} [e^{i\gamma l} - e^{-i\gamma l}]$$

$$t_{21} = -t_{12}$$

$$t_{22} = \frac{1}{1-r^2} [e^{-i\gamma l} - r^2 e^{i\gamma l}]$$

لازم به ذکر است که سیگنال نوری ورودی در سمت چپ تقویت کننده ، در

$z=0$ در نظر گرفته شده و دیواره خروجی تقویت کننده در $z=l$ بدون

بازتاب فرض شده است بطوریکه شرایط مرزی زیر برقرار باشد:

$$B(z=0) = -\left(\frac{t_{21}}{t_{22}}\right) A(z=0)$$

$$B(z=l) = 0$$