

فصل چهارم

تبدیل فوریه سیستم‌های زمان پیوسته

۴-۱- تعریف تبدیل فوریه زمان پیوسته

$$f(t) \xleftrightarrow{f} F(j\omega)$$

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad , \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad ; \quad \omega = 2\pi f$$

۴-۲- شرایط وجود تبدیل فوریه

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt < \infty$$

۱- سیگنال مطلقا انتگرال باشد.

۲- در طول هر بازه محدود سیگنال تعداد محدودی Max یا Min داشته باشد.

۳- در طول هر بازه محدود سیگنال تعداد محدودی ناپیوستگی داشته باشد.

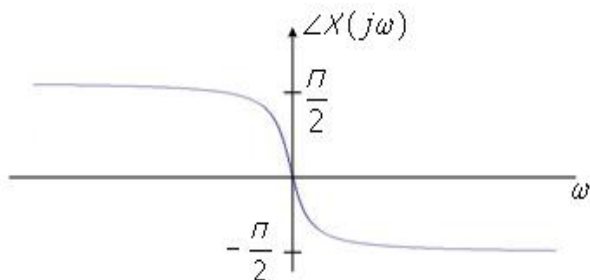
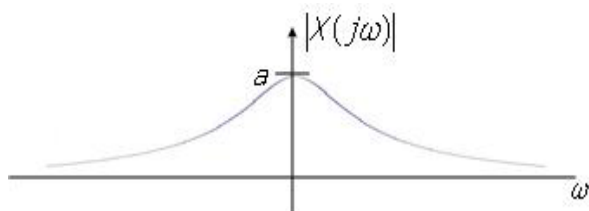
مثال (۱) تبدیل فوریه سیگنال $x(t) = e^{-at} u(t)$, $a > 0$ را بدست آورده و اندازه و فاز آن را بدست آورده و ترسیم نمائید.

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at} u(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-at} e^{-j\omega t} dt = \int_0^{+\infty} e^{-(a+j\omega)t} dt = -\frac{1}{a+j\omega} e^{-(a+j\omega)t} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{a+j\omega}$$

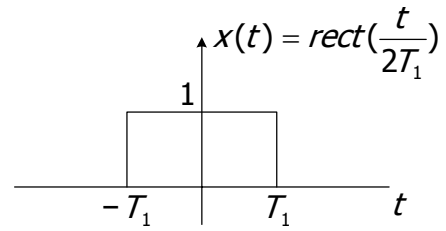
$$X(j\omega) = |X(j\omega)| \cdot e^{j\angle X(j\omega)};$$

$$|X(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega^2}} \quad , \quad \angle X(j\omega) = -\tan^{-1} \frac{\omega}{a}$$

$$|X(j\omega)| = \begin{cases} \frac{1}{|a|} = \frac{1}{a} & , \quad \omega = 0 \\ 0 & , \quad \omega = \pm\infty \end{cases} \quad \angle X(j\omega) = \begin{cases} 0 & , \quad \omega = 0 \\ \mp \frac{\pi}{2} & , \quad \omega = \pm\infty \end{cases}$$



مثال (۲) تبدیل فوریه سیگنال زیر را بدست آورید.

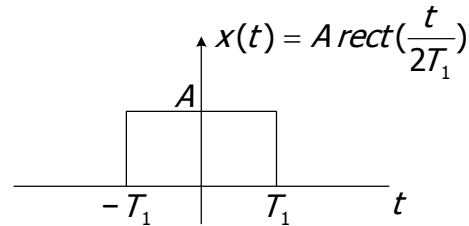


$$X(j\omega) = \int_{-T_1}^{T_1} 1 \cdot e^{-j\omega t} dt = -\frac{1}{j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{-T_1}^{T_1} = -\frac{1}{j\omega} (e^{-j\omega T_1} - e^{j\omega T_1}) = \frac{2 \sin(\omega T_1)}{\omega} = \frac{2 \sin(\omega T_1)}{\omega T_1 \cdot \frac{1}{T_1}}$$

$$\Rightarrow X(j\omega) = 2T_1 \frac{\sin(\pi \cdot \frac{\omega T_1}{\pi})}{\pi \cdot \frac{\omega T_1}{\pi}} = 2T_1 \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot T_1\right)$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \quad \text{یادآوری:}$$

تذکر: در حالت کلی اگر سیگنال پالسی به فرم زیر باشد آنگاه:



$$X(j\omega) = 2T_1 A \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot T_1\right) \quad \text{سطح پالس} \cdot \frac{\omega}{\pi} = \text{نصف عرض پالس}$$

۴-۳- خواص تبدیل فوریه

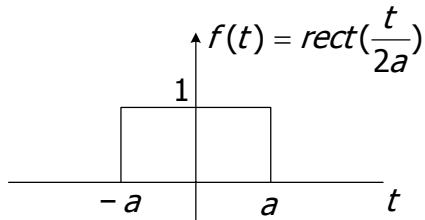
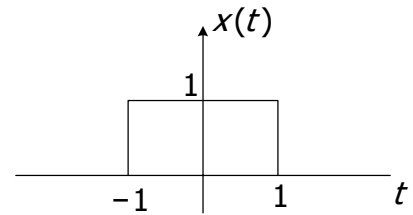
۴-۳-۱- خطی بودن

$$\begin{cases} f_1(t) \leftrightarrow F_1(j\omega) \\ f_2(t) \leftrightarrow F_2(j\omega) \end{cases} \Rightarrow af_1(t) + bf_2(t) \leftrightarrow aF_1(j\omega) + bF_2(j\omega)$$

۴-۳-۲- تغییر مقیاس زمانی

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F\left(j \frac{\omega}{a}\right)$$

مثال ۳) به کمک خواص، تبدیل فوریه سیگنال زیر را بدست آورید.



$$F(j\omega) = 2a \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot a\right)$$

می‌دانیم:

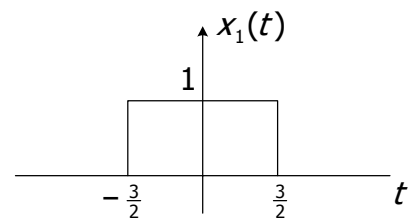
$$x(t) = f(at) \leftrightarrow X(j\omega) = \frac{1}{|a|} F\left(j\frac{\omega}{a}\right) = \frac{2a}{|a|} \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot a\right) = 2 \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi}\right)$$

۴-۳-۳- شیفت زمانی

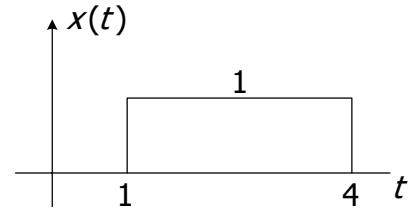
$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow f(t - t_0) \leftrightarrow e^{-j\omega t_0} F(j\omega)$$

مثال ۴) تبدیل فوریه تابع $x(t) = \operatorname{rect}\left(\frac{t - 2.5}{3}\right)$ را به دست آورید.

$$x_1(t) = \operatorname{rect}\left(\frac{t}{3}\right) \Rightarrow X_1(j\omega) = 3 \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{3}{2}\right) \quad ۱)$$



$$x(t) = x_1(t - 2.5) \Rightarrow X(j\omega) = e^{-j2.5\omega} \cdot X_1(j\omega) = e^{-j2.5\omega} \cdot 3 \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{3}{2}\right) \quad ۲)$$



۴-۳-۴- شیفٲ فرکانسی

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow e^{j\omega_0 t} f(t) \leftrightarrow F(j(\omega - \omega_0))$$

$$F(j\omega) = 2\pi \delta(\omega)$$

مثال ۵) عكس تبدیل فوریه را بدست آورید.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} 2\pi \delta(\omega) e^{j\omega t} d\omega = 1$$

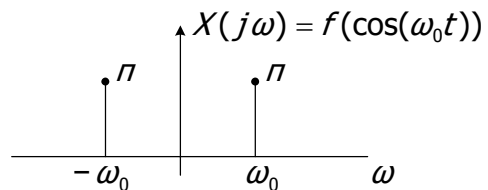
$$\begin{cases} \delta(t) \leftrightarrow 1 \\ 1 \leftrightarrow 2\pi \delta(\omega) \end{cases}$$

تذکر: تبدیل فوریه نمایی مختلط $e^{\pm j\omega_0 t}$ را نمی‌توان مستقیماً محاسبه نمود. با توجه به دو رابطه بدست آمده در بالا و با استفاده از خاصیت شیفٲ فرکانسی تبدیل فوریه این توابع را محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} e^{j\omega_0 t} \cdot 1 \leftrightarrow 2\pi \delta(\omega - \omega_0) \\ e^{-j\omega_0 t} \cdot 1 \leftrightarrow 2\pi \delta(\omega + \omega_0) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2} e^{-j\omega_0 t} \leftrightarrow \pi \delta(\omega - \omega_0) + \pi \delta(\omega + \omega_0)$$

$$\cos(\omega_0 t) \xrightarrow{f} \pi \delta(\omega - \omega_0) + \pi \delta(\omega + \omega_0)$$

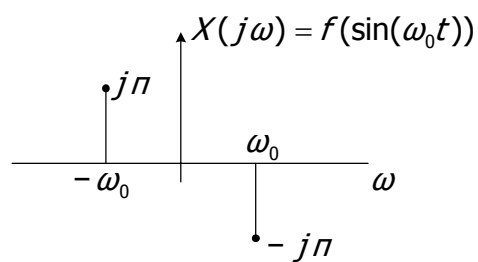
بنابراین تابع $\cos \omega_0 t$ جزو توابعی است که به کمک خواص، تبدیل فوریه‌اش بدست می‌آید. سیگنال $x(t) = \cos \omega_0 t$ مطلقاً حقیقی و زوج است، همانطوری‌که در شکل مشاهده می‌شود تبدیل فوریه آن نیز مطلقاً حقیقی و زوج می‌باشد.



با همان منطق دنبال شده در بالا می‌توان تبدیل فوریه تابع $x(t) = \sin \omega_0 t$ را نیز بدست آورد.

$$\begin{aligned} \sin \omega_0 t &= \frac{1}{2j} e^{j\omega_0 t} - \frac{1}{2j} e^{-j\omega_0 t} \leftrightarrow \frac{\pi}{j} \delta(\omega - \omega_0) - \frac{\pi}{j} \delta(\omega + \omega_0) \\ &= -\pi j \delta(\omega - \omega_0) + \pi j \delta(\omega + \omega_0) \end{aligned}$$

سیگنال $x(t) = \sin \omega_0 t$ مطلقاً حقیقی و فرد است. تبدیل فوریه این سیگنال همانطوریکه در شکل نیز مشاهده می‌شود مطلقاً موهومی و فرد می‌باشد.



۴-۳-۵- مدولاسیون

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow f(t) \cos(\omega_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2} F(j(\omega - \omega_0)) + \frac{1}{2} F(j(\omega + \omega_0))$$

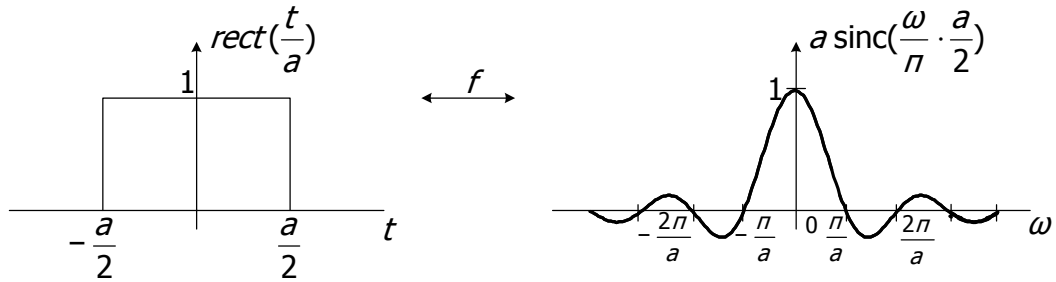
$$f(t) \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2} f(t) e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2} f(t) e^{-j\omega_0 t} \leftrightarrow \frac{1}{2} F(j(\omega - \omega_0)) + \frac{1}{2} F(j(\omega + \omega_0))$$

اثبات :

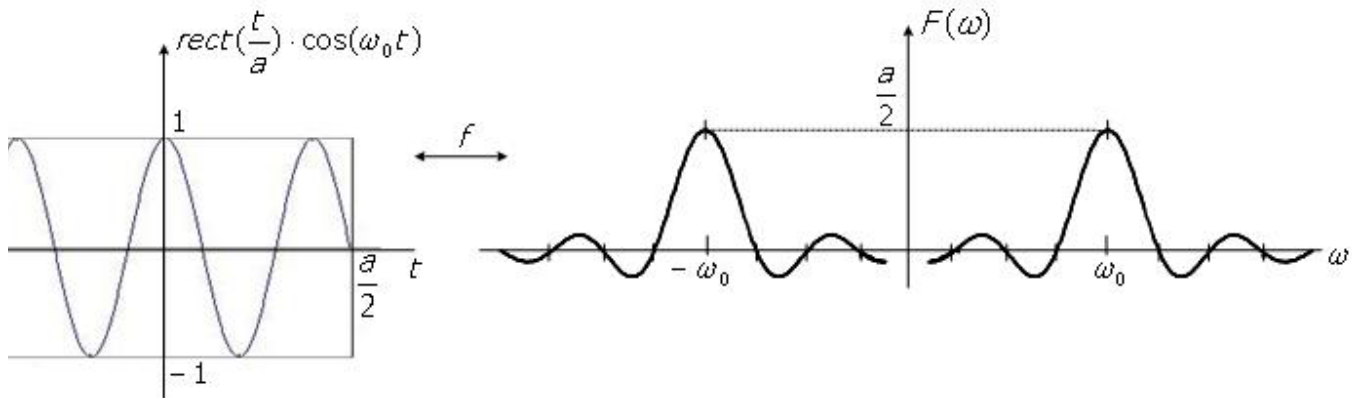
مثال ۱) تبدیل فوریه سیگنال زیر را بدست آورید؟

$$\text{rect}\left(\frac{t}{a}\right) \cos(\omega_0 t) \leftrightarrow ?$$

$$\text{rect}\left(\frac{t}{a}\right) \leftrightarrow a \text{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{a}{2}\right)$$



$$\Rightarrow \text{rect}\left(\frac{t}{a}\right) \cos(\omega_0 t) \leftrightarrow \frac{a}{2} \text{sinc}\left(\frac{\omega - \omega_0}{\pi} \cdot \frac{a}{2}\right) + \frac{a}{2} \text{sinc}\left(\frac{\omega + \omega_0}{\pi} \cdot \frac{a}{2}\right)$$



۴-۳-۶- مشتق فرکانسی

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow (-jt)^n f(t) \leftrightarrow \frac{d^n F(j\omega)}{d\omega^n}$$

۴-۳-۷- مشتق زمانی

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \Rightarrow \frac{d^n f(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n F(j\omega)$$

۴-۳-۸- مزدوج گیری (تقارن مزدوج)

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$$

$$f^*(t) \leftrightarrow F(-j\omega)$$

تذکر:

$f(t)$ سیگنال حقیقی و زوج $\Leftrightarrow F(j\omega)$ مطلقاً حقیقی و زوج خواهد بود.

$f(t)$ سیگنال حقیقی و فرد $\Leftrightarrow F(j\omega)$ مطلقاً موهومی و فرد خواهد بود.

۴-۳-۹- خاصیت دوگانگی

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega)$$

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$$

$$F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$$

یا

$$F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$$

مثال ۲) تبدیل فوریه سیگنال $x(t) = \frac{1}{1+t^2}$ را به کمک خواص بدست آورید.

$$f(t) = e^{-a|t|} \Rightarrow F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a|t|} \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^0 e^{at} \cdot e^{-j\omega t} dt + \int_0^{\infty} e^{-at} \cdot e^{-j\omega t} dt$$

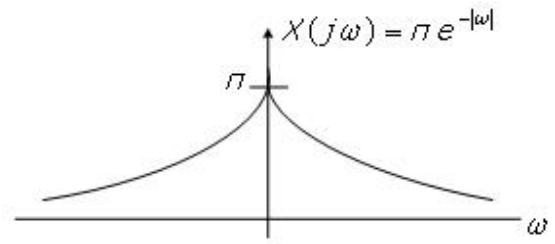
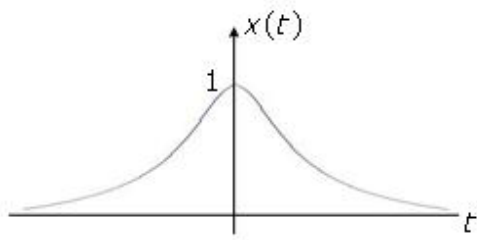
$$= \frac{2a}{a^2 + \omega^2}$$

$$e^{-a|t|} \leftrightarrow \frac{2a}{a^2 + \omega^2} \xrightarrow{\text{دوگانی}} \frac{2a}{a^2 + t^2} \rightarrow 2\pi e^{-a|\omega|} = 2\pi e^{-a|\omega|}$$

$$\text{بنابراین} \quad \frac{2a}{a^2 + t^2} \leftrightarrow 2\pi e^{-a|\omega|} = 2\pi e^{-a|\omega|}$$

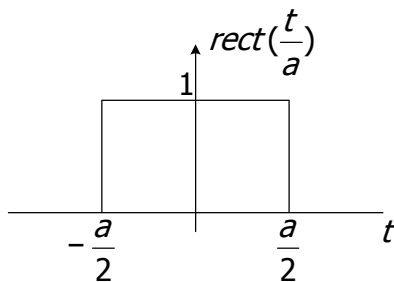
پارامتر $a=1$ را در نظر می گیریم:

$$\frac{2}{1+t^2} \leftrightarrow 2\pi e^{-|\omega|} \Rightarrow x(t) = \frac{1}{1+t^2} \leftrightarrow X(j\omega) = \pi e^{-|\omega|}$$

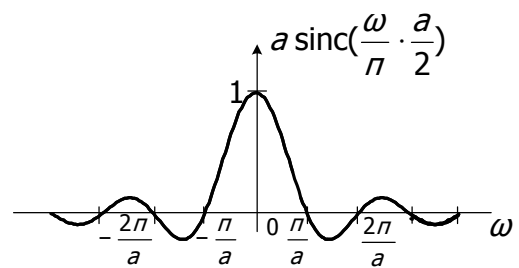


مثال ۳) تبدیل فوریه سیگنال زیر را به کمک خواص بدست آورید.

$$x(t) = a \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{\pi} \cdot \frac{a}{2}\right) \leftrightarrow ?$$

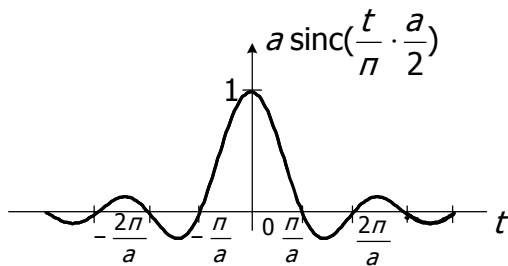


$\longleftrightarrow f$

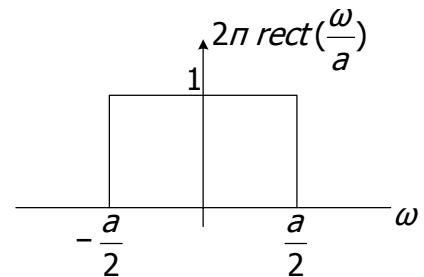


$$a \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{\pi} \cdot \frac{a}{2}\right) \leftrightarrow 2\pi \operatorname{rect}\left(-\frac{\omega}{a}\right) = 2\pi \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$x(t) = a \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{\pi} \cdot \frac{a}{2}\right) \leftrightarrow 2\pi \operatorname{rect}\left(-\frac{\omega}{a}\right) = 2\pi \operatorname{rect}\left(\frac{\omega}{a}\right)$$



$\longleftrightarrow f$



۴-۳-۱۰ ضرب و کانولوشن

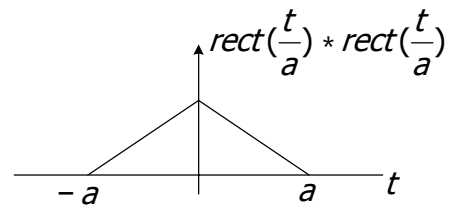
$$f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega)$$

$$f_1(t) \cdot f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F_1(j\omega) * F_2(j\omega)$$

$$\operatorname{rect}\left(\frac{t}{a}\right) * \operatorname{rect}\left(\frac{t}{a}\right) \leftrightarrow ?$$

مثال ۴)

$$\text{rect}\left(\frac{t}{a}\right) * \text{rect}\left(\frac{t}{a}\right) \leftrightarrow a^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{a}{2}\right)$$



۴-۳-۱۱- انتگرال

$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$$

$$\int_{-\infty}^t f(\lambda) d\lambda \leftrightarrow \frac{F(j\omega)}{j\omega} + \pi F(j0) \delta(\omega)$$

اثبات:

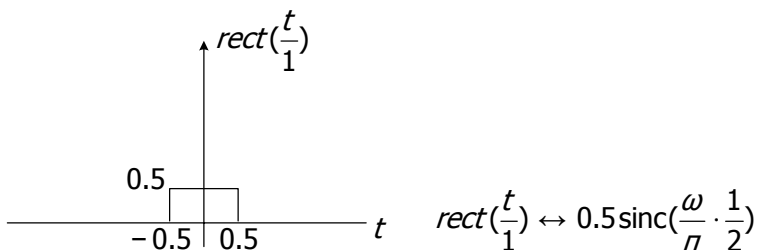
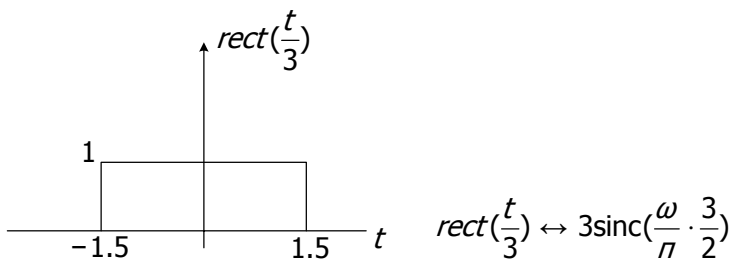
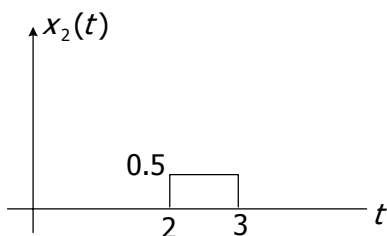
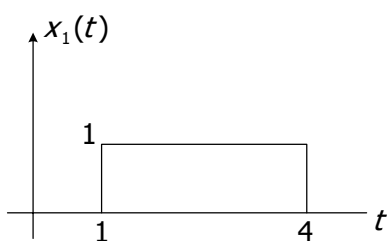
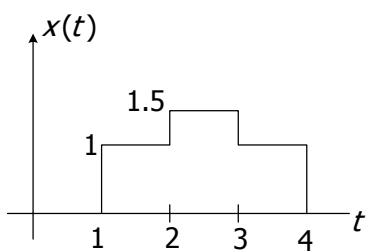
$$f(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) u(t-\lambda) d\lambda = \int_{-\infty}^t f(\lambda) d\lambda \leftrightarrow F(j\omega) \cdot U(j\omega)$$

$$u(t) \leftrightarrow U(j\omega) = \frac{1}{j\omega} + \pi \delta(\omega)$$

$$F(j\omega) U(j\omega) = \frac{1}{j\omega} F(j\omega) + \pi \delta(\omega) \cdot F(j\omega)$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^t f(\lambda) d\lambda \leftrightarrow \frac{F(j\omega)}{j\omega} + \pi \delta(\omega) \cdot F(j0)$$

مثال ۵) سیگنال $x(t)$ در ذیل ترسیم شده است. تبدیل فوریه آن را بدست آورید.



$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \leftrightarrow X(j\omega) = X_1(j\omega) + X_2(j\omega)$$

$$x_1(t) = \text{rect}\left(\frac{t-2.5}{3}\right) \leftrightarrow e^{-j\omega(2.5)} \cdot 3\text{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{3}{2}\right)$$

$$x_2(t) = \text{rect}\left(\frac{t-2.5}{1}\right) \leftrightarrow e^{-j\omega(2.5)} \cdot 0.5\text{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$x(t) \leftrightarrow X(j\omega) = e^{-j\omega(2.5)} \left(3\text{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2}\text{sinc}\left(\frac{\omega}{\pi} \cdot \frac{1}{2}\right) \right)$$

۴-۳-۱- رابطه پارسوال

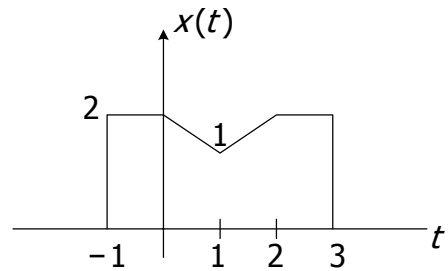
$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2^*(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\omega)F_2^*(j\omega)d\omega$$

اگر توابع $f_1(t)$ و $f_2(t)$ یکسان در نظر گرفته شوند، رابطه پارسوال به فرم ساده‌تری بیان می‌شود.

$$f(t) = f_1(t) = f_2(t) \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \|f(t)\|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \|F(j\omega)\|^2 d\omega$$

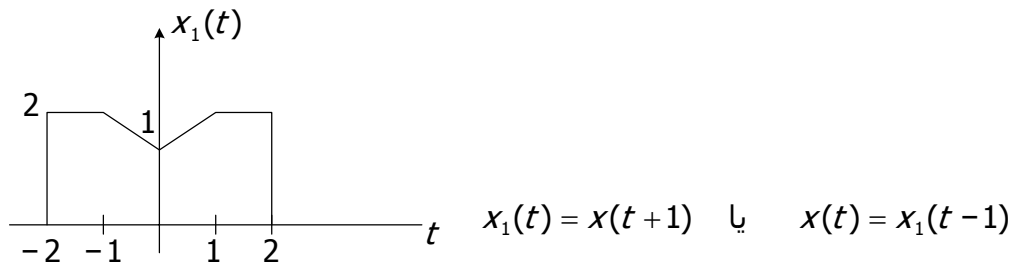
مثال ۶) سیگنال $x(t)$ به صورت زیر است.

اگر تبدیل فوریه آن $X(j\omega)$ باشد، بدون انجام محاسبات صریح مطلوبست:



الف) $\angle X(j\omega)$ ب) $X(j0)$ ج) $\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) d\omega$ د) $\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$

حل الف: $x_1(t) \leftrightarrow X_1(j\omega)$ چون $x_1(t)$ حقيقي و زوج است، $X_1(j\omega)$ نیز مطلقاً حقيقي و زوج خواهد بود. به عبارت دیگر: $\angle X_1(j\omega) = 0$



$x(t) = x_1(t-1)$ یا $x_1(t) = x(t+1)$

$$x(t) = x_1(t-1) \leftrightarrow X(j\omega) = e^{-j\omega} \cdot X_1(j\omega) \Rightarrow \angle X(j\omega) = -\omega + \angle X_1(j\omega)$$

$$\Rightarrow \angle X(j\omega) = -\omega$$

حل ب:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \Rightarrow X(j0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt$$

چون سطح زیر منحنی $x(t)$ با سطح زیر منحنی $x_1(t)$ برابر است و با توجه به تعریف تابع زوج داریم:

$$X(j0) = 2 \left(\int_0^1 (\text{معادله خط}) dt + \int_1^2 2 dt \right) = 7$$

حل ج:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) d\omega = 2\pi x(0) = 4\pi$$

حل د: رابطه پارسوال مورد نظر است.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

۴-۴- تبدیل فوریه سیگنال متناوب

اگر سیگنالی متناوب باشد به این معنی است که دارای سری فوریه است. تبدیل فوریه سیگنال متناوب را به طور مستقیم محاسبه نمی‌کنیم. ابتدا سری فوریه تابع را به دست آورده، سپس از سری فوریه تبدیل فوریه را به دست می‌آوریم.

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk(\frac{2\pi}{T_0})t} \quad , \quad x(t) = x(t + T_0)$$

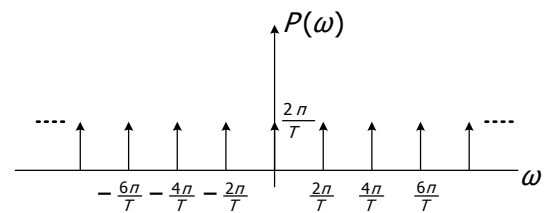
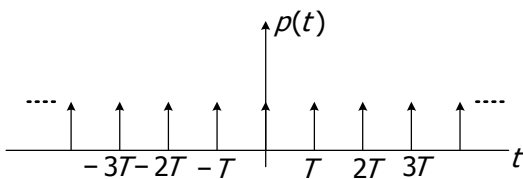
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk(\frac{2\pi}{T_0})t} \xrightarrow{f} X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - k \frac{2\pi}{T_0})$$

$$p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT)$$

مهمترین سیگنال متناوبی که می‌شناسیم قطار ضربه است.

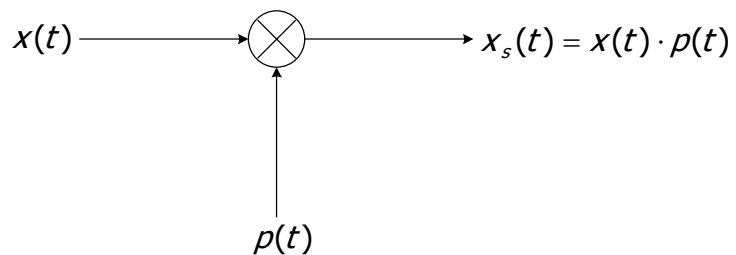
ابتدا سری فوریه تابع را به دست آورده:

$$a_k = \frac{1}{T}; p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} e^{jk(\frac{2\pi}{T})t} \leftrightarrow P(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - k \frac{2\pi}{T})$$



۴-۵- تئوری نمونه‌برداری سیگنال

در این روش سیگنال $x(t)$ در قطار ضربه ضرب می‌شود که با توجه به خواص بیان شده برای تبدیل فوریه، تبدیل فوریه حاصلضرب دو تابع برابر با کانولوشن آنهاست.



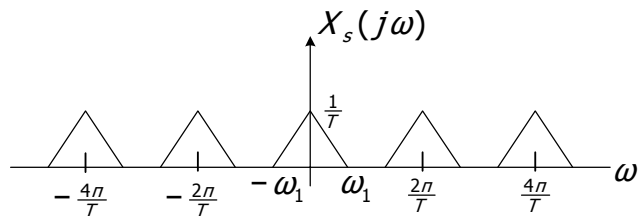
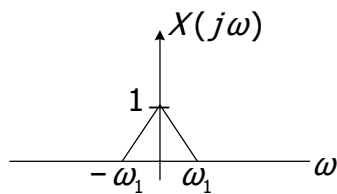
$$x_s(t) = x(t) \cdot p(t) \leftrightarrow X_s(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * P(j\omega)$$

$$p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} e^{jk\frac{2\pi}{T}t} \leftrightarrow P(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - k\frac{2\pi}{T})$$

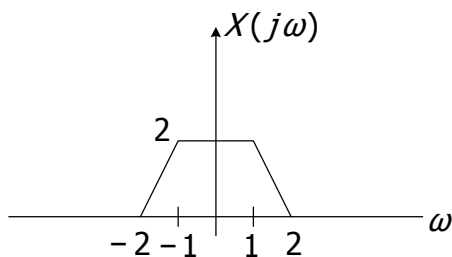
$$X_s(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - k\frac{2\pi}{T}) \right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} X(j(\omega - k\frac{2\pi}{T}))$$

رابطه بدست آمده بیان می‌کند که در اثر نمونه‌برداری از سیگنال، تبدیل فوریه سیگنال نمونه‌برداری شده $x_s(t)$ برابر تبدیل

فوریه سیگنال اولیه $X(j\omega)$ خواهد بود که البته در فواصل $\frac{2\pi}{T}$ عیناً تکرار شده و دامنه آن نیز در $\frac{1}{T}$ ضرب شده است.



مثال ۷) مطلوب است $X_s(j\omega)$ ، اگر $X(j\omega)$ به صورت مقابل باشد.

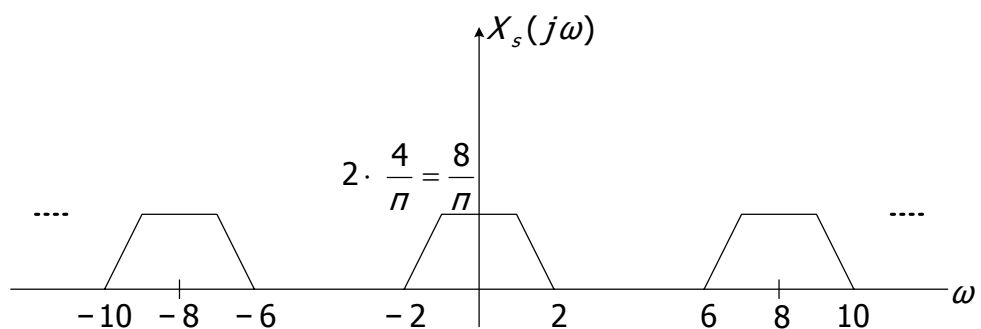


$$T = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{ج})$$

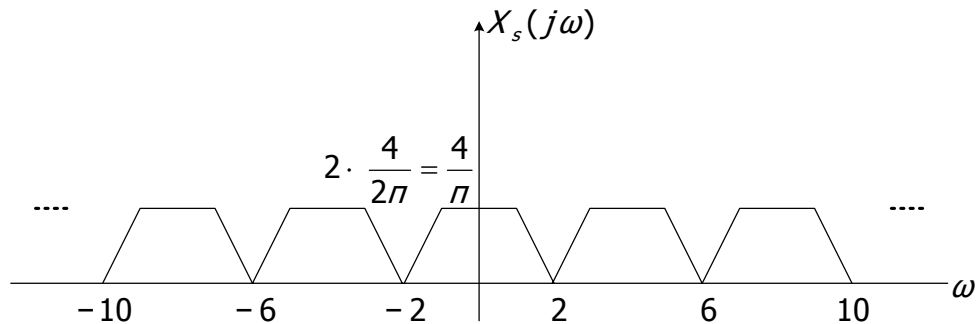
$$T = \frac{\pi}{2} \quad (\text{ب})$$

$$T = \frac{\pi}{4} \quad (\text{الف})$$

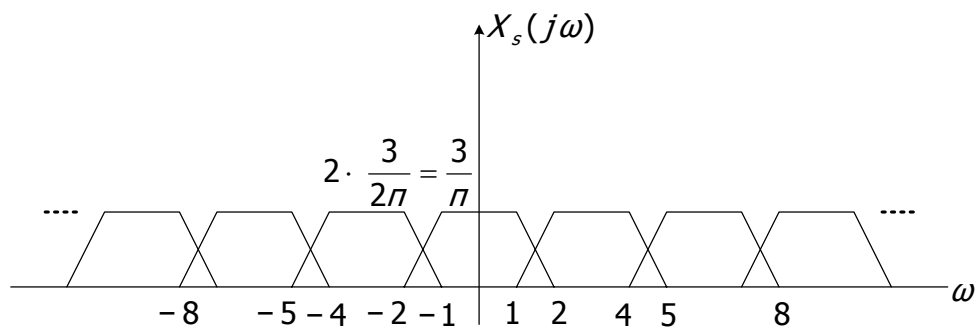
$$\frac{2\pi}{T} = 8 \quad \text{حل الف:}$$



$$\frac{2\pi}{T} = 4 \quad \text{حل ب:}$$



$$\frac{2\pi}{T} = 3 \quad \text{حل ج:}$$



۶-۴. خلاصه

قبل از بدست آوردن تبدیل فوریه با استفاده از باید شرایط وجود تبدیل فوریه (دیریکله) را بررسی کرد.

در تبدیل فوریه نیز با توجه به اندازه و فاز می‌توان نوع فیلتر را تشخیص داد.

با دانستن خواص تبدیل فوریه، برخی مسائل به روش ساده‌تری قابل حل است.

تابع $\cos \omega_0 t$ جزو توابعی است که به کمک خواص، تبدیل فوریه‌اش بدست می‌آید و با توجه به شکل حاصل، تبدیل فوریه آن

مطلقاً حقیقی و زوج است. همچنین با توجه به شکل بدست آمده برای $\sin \omega_0 t$ ، تبدیل فوریه آن مطلقاً موهومی و فرد است.

اگر $f(t)$ سیگنالی زوج و حقیقی باشد، $F(j\omega)$ مطلقاً حقیقی و زوج و همچنین اگر $f(t)$ سیگنالی فرد و حقیقی باشد،

$F(j\omega)$ مطلقاً موهومی و فرد است.

اگر سیگنالی متناوب باشد به این معنی است که دارای سری فوریه است. تبدیل فوریه سیگنال متناوب را به طور مستقیم

محاسبه نمی‌کنیم. ابتدا سری فوریه تابع را به دست آورده، سپس از سری فوریه تبدیل فوریه را به دست می‌آوریم.

مهمترین سیگنال متناوبی که می‌شناسیم قطار ضربه است. در نمونه‌برداری سیگنال، تابع $x(t)$ در قطار ضربه ضرب می‌شود. با توجه به خواص بیان شده برای تبدیل فوری، تبدیل فوری حاصلضرب دو تابع برابر با کانولوشن آنهاست.

amir javedani malak