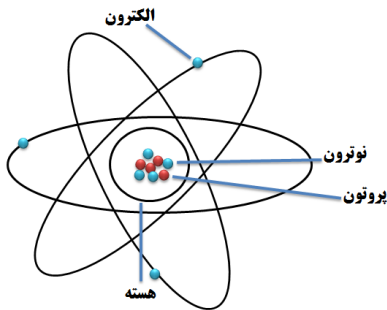


فصل اول

مفاهیم پایه مدارهای الکتریکی و روش های تحلیل مدار

به به !!! سلام. خویبین؟ خیلی خوش اومدین به کتاب ما. در این کتاب قصد داریم درس مدار الکتریکی رو به صورت کاملاً مفهومی و تکنیکی به شما آموزش بدیم. اگر دارید برای کنکور مطالعه می کنید حتماً از نقش مهم درس مدار در رشته مهندسی برق مطلع هستید. ولی اگر تازه کار هستید باید بگم مدار رو خیلی جدی بگیرید. به نظرم بهتره تا دیر نشده پریم سراغ اصل مطلب، کارمون رو با مفاهیم پایه مدارهای الکتریکی شروع می کنیم.



اجرای سازنده اتم: هر اتم از یک هسته متشکل از پروتون و نوترون و یک سری مدارات الکترونی تشکیل شده است.

علامت بارها: علامت بار پروتون، مثبت و الکترون ها دارای بار منفی هستند. در یک اتم تعداد بارهای مثبت و منفی در حالت عادی برابر است.

مواد رسانا: موادی هستند که دارای الکترون آزاد هستند و می توانند به راحتی جریان الکتریکی را عبور دهند، مانند مس و نقره.

مواد نارسانا: این مواد برخلاف رساناها نمی توانند به خوبی جریان را از خود عبور دهند مانند چوب و پلاستیک.

واحد بار الکتریکی: واحد بار الکتریکی کولمب است. هر کولمب معادل 6.24×10^{18} الکترون است.

از توضیحات داده شده می توانیم دو نتیجه بگیریم.

اولا: می توانیم بگوییم اگر یک جسم بدون بار 6.24×10^{18} تا الکترون از دست بدهد بارش مثبت یک کولمب می شود.

$$6.24 \times 10^{18} \text{ e}^- \rightarrow 1 \text{ C}$$

دوما: می شود نتیجه گرفت بار یک الکترون برابر است با: کولمب 1.6×10^{-19} = $1 / 6.24 \times 10^{18}$



ولتاژ: ولتاژ یک کمیت نسبی است که بیانگر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه است. همواره ولتاژ یک نقطه را نسبت به نقطه ای دیگر می سنجند. مثلاً در شکل مقابل پتانسیل نقطه B از پتانسیل نقطه A به اندازه V ولت بیشتر است. در واقع یک ولت میزان انرژی لازم برای جدا کردن یک کولن بار است.

$$V_B - V_A = V$$

$$V_{BA} = V$$

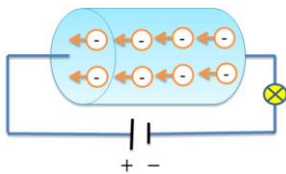
شدت جریان الکتریکی: به سرعت حرکت بارهای الکتریکی در یک مدار بسته جریان می‌گویند. اگر دو سر یک رسانا اختلاف پتانسیل به مقدار کافی ایجاد شود در آن جریان الکتریکی ایجاد می‌شود. معمولاً به جای عبارت شدت جریان الکتریکی، به اختصار جریان الکتریکی گفته می‌شود.

واحد جریان الکتریکی: از آن جایی که بار با واحد کولمب اندازه‌گیری می‌شود واحد اندازه‌گیری سرعت حرکت بارها کولمب بر ثانیه خواهد بود. یک کولمب بر ثانیه را یک آمپر می‌نامیم. به عبارت دیگر:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \text{یا} \quad \left(\frac{dq}{dt} \right)$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

مثال: اگر 3 کولمب بار از سطح مقطع شکل زیر در زمان دو ثانیه عبور کند شدت جریان الکتریکی چند آمپر خواهد بود؟



$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{3}{2} \text{ (A)}$$

پاسخ:

حالا مساله این است که جهت جریان را چگونه تشخیص بدهیم؟ جالب است بدانید در ابتدا دانشمندان بر این باور بودند که جریان ناشی از حرکت بارهای مثبت است و جهت جریان از سر مثبت به سر منفی باتری است و بر همین مبنا تمام تئوری و فرمول‌های مدار شکل گرفت. اما بعد از کشف اتم متوجه شدند که این الکترون‌ها هستند که جهت جریان را تعیین می‌کنند.

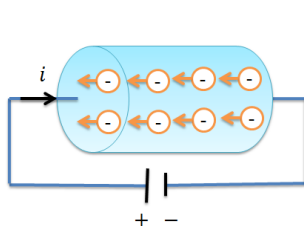
عجب اوضاعیه !!! پس تکلیف ما چیه این وسط؟؟؟



ما به غلط می‌پذیریم که جهت جریان از ولتاژ مثبت به سمت ولتاژ منفی برقرار می‌شود. این جهت جریان خلاف جهت واقعی الکترون‌هاست به این جهت جریان، جهت مرسوم جریان گفته می‌شود. ما نیز از روش جریان مرسوم استفاده می‌کنیم اما نگران نباشید هیچ مشکلی به وجود نمی‌آید و



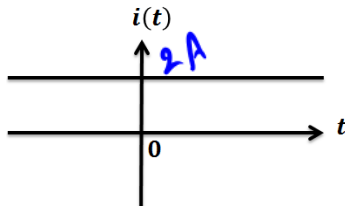
جواب‌ها هیچ تغییری نخواهند کرد.



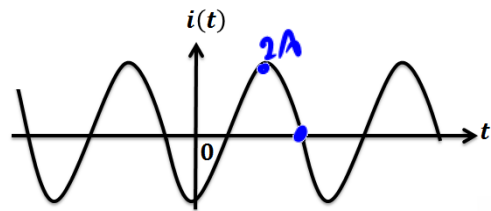
انواع جریان الکتریکی

جریان الکتریکی مستقیم^۱: جریان مستقیم جریانی است که مقدار آن با گذشت زمان تغییر نمی‌کند.

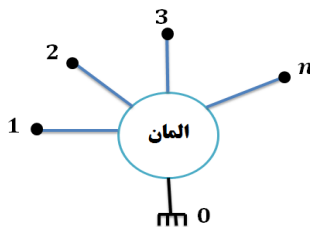
جریان متناوب^۲: جریان متناوب جریانی است که در طول زمان اندازه یا جهت آن تغییر می‌کند.



جریان مستقیم: DC



جریان متناوب: AC



المان ها: اجزای مدار هستند که به وسیله ارتباطی که با دنیای اطراف دارند توصیف می‌شوند. المان های مدار می‌توانند در سر، سه سر و حتی n سر باشند.



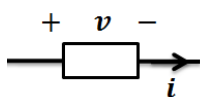
المان های دو سر (تک قطبی): المانی است که فقط با دو سر یا یک قطب تعریف می‌شود.

تک پورته

المان ایده آل: المانی است که فقط با دو کمیت اصلی مستقل از هم مشخص می‌شود.

کمیت هایی مستقل مثل: {ولتاژ، جریان} و {پار الکتریکی، شار}، در مدار با چهار المان ایده آل سر و کار داریم که با ترکیب چپری از این کمیت ها توصیف می‌شوند.

مقاومت: هر المانی که به کمک رابطه ای بین ولتاژ و جریان بیان شود مقاومت نامیده می‌شود، که لزوماً مقاومت ایده آل نیست. به عنوان مثال تمام روابط زیر می‌توانند بیانگر مقاومت الکتریکی باشند، چون رابطه بین ولتاژ و جریان برای آن ها تعریف شده است.



$$v(t) = 2 \frac{di}{dt}, v(t) = (1 + \cos \omega t)i(t), i(t) = 3 \frac{dv}{dt}$$

مقاومت ایده آل: هر مقاومتی که به وسیله رابطه چپری (رابطه ای بدون مشتق و انتگرال) از ولتاژ و جریان خودش توصیف شود مقاومت ایده آل نامیده می‌شود.

¹ Direct current

² Alternative current

$$v(t) = 2i(t), i(t) = v(t) + v^2(t)$$

نماد مداری مقاومت :



خازن ایده آل: هر المانی که به وسیله رابطه چپری بین پار و ولتاژ دو سرش مشخص شود، خازن ایده آل نامیده می‌شود. به عنوان مثال تمام روابط زیر می‌توانند بیانگر خازن ایده آل باشند، چون رابطه بین پار و ولتاژ به صورت چپری برای آن‌ها تعریف شده است.

$$q(t) = 7v(t), q(t) = v(t) + v^2(t)$$

نماد مداری خازن :



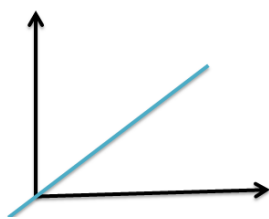
سلف ایده آل: هر المانی که به وسیله رابطه چپری بین شار و چریان الکتریکی خودش مشخص شود، سلف ایده آل نامیده می‌شود. به عنوان مثال تمام روابط زیر می‌توانند بیانگر سلف ایده آل باشند، چون رابطه بین شار و چریان به صورت چپری برای آن‌ها تعریف شده است.

$$\phi(t) = 9i(t), \phi(t) = 2i(t) + i^2(t)$$

نماد مداری سلف :



المان‌های ایده آل خطی:



اگر منحنی مشخصه المان (رابطه بین کمیت‌های اصلی آن) خطی باشد، المان ایده آل خطی است.
مثال:

$$v(t) = 2i(t), q(t) = 7v(t), \phi(t) = 9i(t)$$

المان تغییر پذیر با زمان^۳: اگر مشخصه یک المان بر حسب زمان تغییر کند، المان تغییر پذیر با زمان است.

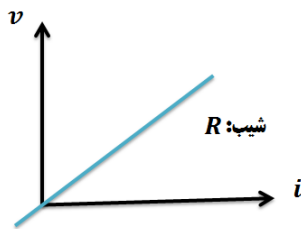
به عنوان مثال معادله $v(t) = (1 + \sin t)i(t)$ بیانگر یک مقاومت تغییر پذیر با زمان است.

المان خطی تغییر ناپذیر با زمان^۴: اگر مشخصه یک المان خطی و بر حسب زمان ثابت باشد، آن المان تغییر ناپذیر با زمان یا LTI است. تمرکز اصلی درس مدارهای الکتریکی روی این نوع المان‌ها است.

مقاومت LTI: رابطه ولتاژ و چریان یک مقاومت LTI به صورت زیر است.

³ Time varying element

⁴ Linear time invariant element

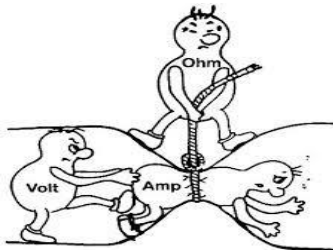


$$v(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{R} v(t) = Gv(t)$$

که در آن R مقدار مقاومت است که واحد آن ohm می‌باشد و G هدایت یا رسانایی است که واحد آن mho است.

قانون اهم LTI ص

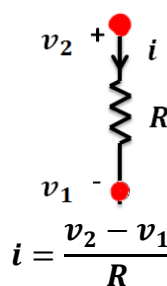
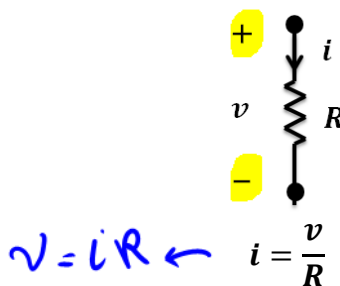


با این بحث‌هایی که داشتیم فکر می‌کنم الان آماده شدید که ساده‌ترین ولی مهم‌ترین قانون مدار را به شما معرفی کنم و این قانون چیزی نیست جز قانون اهم. این قانون می‌گوید که عامل ایجاد جریان الکتریکی بین دو نقطه اختلاف پتانسیل بین آن دو نقطه است و هرچه قدر این اختلاف پتانسیل بیشتر باشد

جریان بیشتر می‌شود. اما یک عاملی وجود دارد در مدار که در مقابل ایجاد جریان از خودش مقاومت نشان می‌دهد و آن چیزی نیست جز مقاومت مدار! !! این قانون ساده اما کاربردی مدار به قانون اهم معروف است.

فرمول بندی قانون اهم

مقاومت‌های زیر را در نظر بگیرید طبق قانون اهم جریان این مقاومت‌ها از تقسیم اختلاف ولتاژ دو سر آن‌ها بر مقدار مقاومت بدست می‌آید.



$$v_2 = v_1 + 2v$$

توجه داشته باشید که جهت جریان همیشه از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.

معرفی شاخه اتصال کوتاه^۶ و شاخه مدار باز^۷

شاخه مدار باز: اگر اتصال یک شاخه از مدار قطع شود جریان آن شاخه صفر می‌شود.

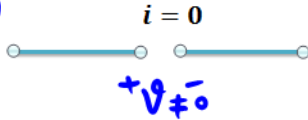
^۵ Ohm's Law

^۶ Short circuit

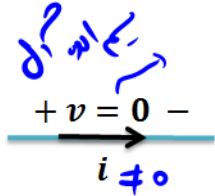
^۷ Open circuit



شاخه مدار باز را به صورت مقابل نشان می‌دهیم:



شاخه اتصال کوتاه: اگر بین دو نقطه از مدار هیچ المانی نباشد و سیم ایده‌آل باشد اختلاف پتانسیل دو سر اتصال کوتاه صفر است.



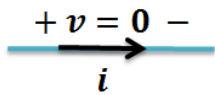
شاخه اتصال کوتاه را به صورت مقابل نشان می‌دهیم:

حالا بریم سراغ یک سوال اگر قسمتی از مدار اتصال کوتاه شده باشد، مقاومت آن چند اهم می‌شود؟



اگر شاخه‌ای اتصال کوتاه شود ولتاژ دو سر آن صفر می‌شود بنابراین مقاومت آن صفر است و اگر یک شاخه از یک مدار الکتریکی مدار باز شود چون جریانش صفر می‌شود مقاومت آن شاخه بی نهایت می‌شود.

آفرین کاملاً درسته!!! در مورد شاخه اتصال کوتاه نیز باید بدانید که:



$$R = 0 - \textcircled{i} = \frac{v}{R} = \frac{0}{0} = \text{مبهم}$$

همانطور که می‌بینید با یک حد مبهم مواجهیم، بنابراین جریان شاخه اتصال کوتاه را با توجه به مدار تعیین می‌کنیم.

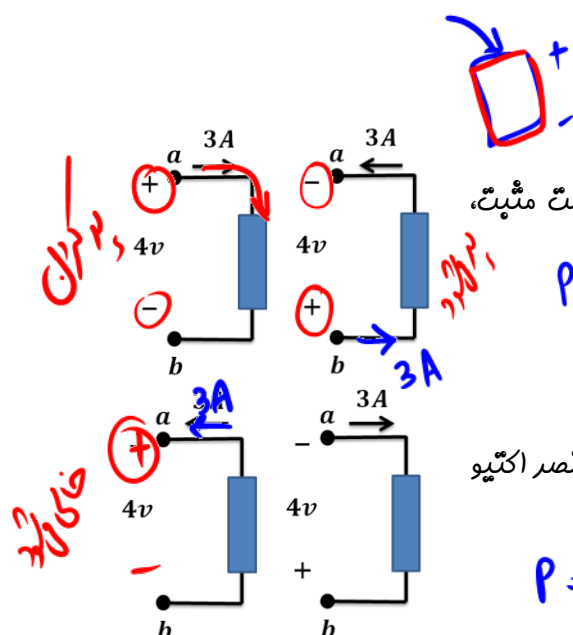
حواستون باشه: جریان شاخه اتصال کوتاه و ولتاژ دو سر مدار باز صفر نیست و هر مقداری می‌تواند داشته باشد که با توجه به مدار تعیین می‌گردند.

توان لحظه‌ای

هر المان یا دستگاه برای عملکرد خود نیاز به جریان و ولتاژ دارد. حاصل ضرب این دو کمیت انرژی مصرفی در لحظه یا توان دستگاه است.

$$P(t) = \underline{v(t)} \underline{i(t)}$$

ممکن است یک المان مصرف کننده یا تولید کننده توان باشد که با توجه به جهت جریان و پلاریته ولتاژ، مصرف کننده یا تولید کننده بودن آن مشخص می‌شود.



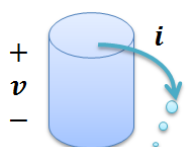
اگر جریان از پلاریته منفی خارج شود المان مصرف کننده توان است.
 عنصر پسیو یا غیر فعال^۸: المانی که توان مصرف می کند مانند مقاومت مثبت،
 عنصر پسیو یا غیر فعال نامیده می شود.

$$P = 3A \times 4V = 12W \quad \text{تولید} = -12W \quad \text{مصرف}$$

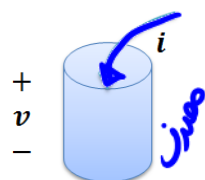
اگر جریان از پلاریته مثبت خارج شود المان تولید کننده توان است.
 عنصر اکتیو یا فعال^۹: المانی که توان تولید می کند مانند مقاومت منفی عنصر اکتیو
 یا فعال نامیده می شود. در ادامه با مقاومت منفی آشنا خواهید شد.

$$P = 3 \times 4 = 12W \quad \text{تولید} = -12W \quad \text{مصرف}$$

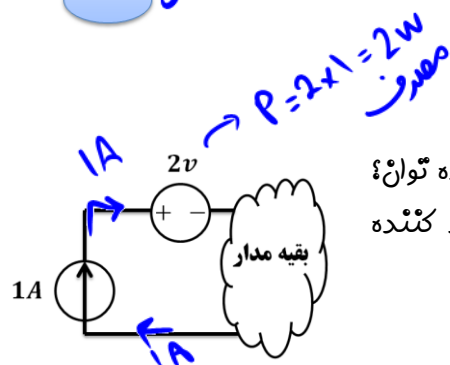
استاد !!! اگر همیشه تولید کننده و مصرف کننده بودن توان را به چوری توضیح دهید که فراموش نکنیم.



حتما همیشه، یک طرف آب را در نظر بگیرید، وقتی طرف آب در حال خالی شدن است توان تولید می کند. همانطور که می بینید در این حالت جریان آب از سر مثبت خارج می شود.



همچنین وقتی طرف آب در حال پر شدن است توان مصرف می کند. همانطور که می بینید در این حالت جریان آب از سر مثبت وارد می شود.
 عالی بود استاد !!! با تصور این طرف آب محاله مصرف کننده و تولید کننده بودن توان رو قاطی کنیم.



مثال ۲: در مدار مقابل منبع ولتاژ مصرف کننده توان است یا تولید کننده توان؟
 استاد!!! خوب این سوال که واضحه منابع همیشه تولید کننده توان هستند.

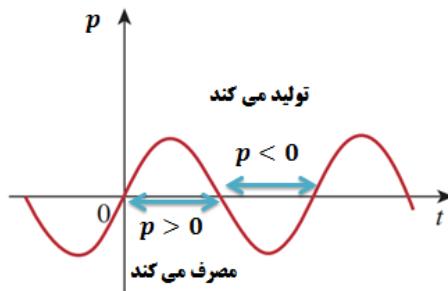
کاملا غلطه !!!! بچه ها منابع لزوما تولید کننده توان نیستند یک منبع ولتاژ و جریان با توجه به پلاریته ولتاژ و جهت جریان آن ممکن است مصرف کننده توان باشد. به عنوان مثال یک باتری هنگام شارژ شدن مصرف کننده است و هنگامی که داخل مداری قرار می گیرد و از انرژی آن

⁸ Passive element

⁹ Active element

استفاده می‌شود تولید کننده توان است. بنابراین یک المان می‌تواند گاهی تولید کننده توان باشد و گاهی مصرف کننده توان. منحنی زیر منحنی توان بر حسب زمان یک المان را نشان می‌دهد در بازه‌هایی که توان منفی است المان تولید کننده توان است و در بازه‌هایی که توان مثبت است مصرف کننده توان است.

بنابراین در مورد مثال ۲ داریم:



$$P_{\text{منبع ولتاژ}} = 2 \times 1 = 2 \text{ watt}$$

چون جریان از سرمنفی منبع ولتاژ خارج می‌شود منبع ولتاژ مصرف کننده توان است.

نکته: اگر المانی $-P$ وات توان تولید کند می‌توان گفت این المان مصرف کننده $+P$ وات توان است. و اگر المانی $+P$ وات توان مصرف کند می‌توان گفت این المان تولید کننده $-P$ وات توان است.

فهمیدن این نکته خیلی ساده است وقتی شما منفی یک میلیون پس انداز داشته باشید معادل این است که یک میلیون بدهی دارید!!!

محاسبه توان مقاومت

برای محاسبه توان یک مقاومت دو حالت مقاومت مثبت و مقاومت منفی را در نظر می‌گیریم:

(الف) مقاومت مثبت: **با کمک قانون اهم:**

$$P = V \cdot I = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}$$

$$P = V \cdot I = I \cdot R \cdot I = RI^2$$

مصرف کننده $R > 0 \rightarrow P > 0$

یا $-|P|$ - تولید کننده

چون رابطه بالا برای یک مقاومت مثبت همواره مقدار مثبتی بدست می‌آید و دیاکرام توان هم مصرفی است یعنی جریان از پایانه منفی خارج می‌شود مقاومت مثبت همواره مصرف کننده توان است.

(ب) مقاومت منفی

$$R \angle \rightarrow G = \frac{1}{R} \angle$$

$$P = V \cdot i = \frac{V^2}{R}$$

$$P = V \cdot i = R i^2$$

$$R \angle \rightarrow P_{Lo}$$

مصرف -5w
↓
+5w تولید یا +1A تولید کند

چون رابطه بالا برای یک مقاومت منفی همواره مقدار منفی بدست می آید و دیاکرام توان هم مصرفی است یعنی جریان از پایانه منفی خارج می شود مقاومت منفی همواره تولید کننده توان است. به عبارت دیگر این مقاومت توان منفی مصرف می کند و توان مثبت تولید می کند.

مثال ۳: مقاومت منفی زیر را در نظر بگیرید با توجه به قانون اهم جریان را از پایانه مثبت به سمت پایانه منفی در نظر می گیریم.

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{10^2}{-2} = -50w$$

تولید +50w یا مصرف -50w

تولید کننده توان

تولید +50w یا مصرف -50w

10v -2Ω
↓ -5A ↑ 5A

با توجه به این که جریان از پایانه منفی خارج می شود، المان مصرف کننده 50w - توان است، یا می توانیم بگوییم المان تولید کننده 50w + توان است.

همانطور که در این مثال مشاهده کردید جریان با علامت منفی بدست آمد که نشان می دهد جهت جریان خلاف جهتی است که ما در نظر گرفتیم یعنی از پایانه منفی به پایانه مثبت به عبارت دیگر می توانیم بگوییم که مقاومت منفی جهت قانون اهم را برعکس می کند.

کاربرد مقاومت منفی: برای کاهش مقاومت کلی مدار می توان مقاومت منفی را با مقاومت ها سری کرد. همچنین از مقاومت منفی برای ایجاد اختلاف فاز ۱۸۰ درجه بین ولتاژ و جریان استفاده می شود.

قانون بقای توان

یک قانون خیلی مهم و البته کاربردی دیگر در مدارهای الکتریکی قانون بقای توان است. این قانون بیان می کند: در یک مدار الکتریکی مجموع توان مصرفی و تولیدی برابر است. این قانون هیچ ارتباطی به توپولوژی مدار ندارد و برای هر مداری صادق است با توجه به این که انرژی پایسته است توان که به نوعی تغییرات انرژی در واحد زمان است هم باید پایسته باشد. حالا نوبت فرمول بندی این قانون است.



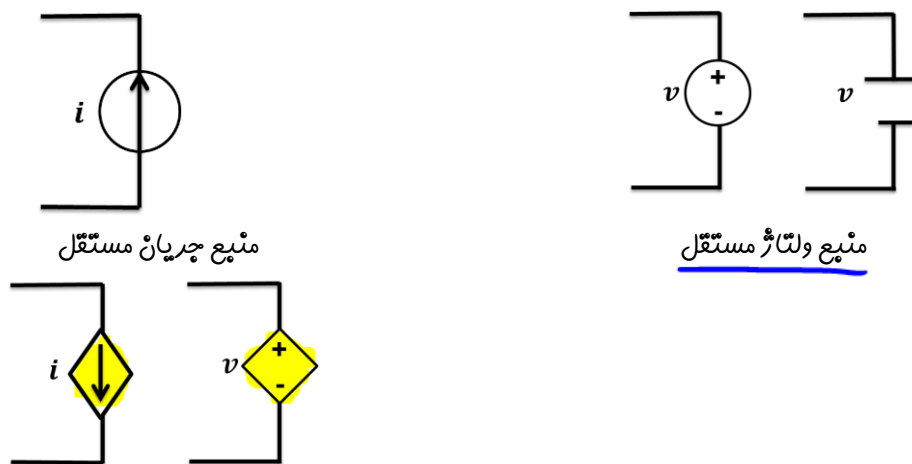
$$\sum P_{\text{تولیدی}} = \sum P_{\text{مصرفی}}$$

منابع مستقل و وابسته

منبع ولتاژ مستقل منبع ولتاژی است که ولتاژ دو سرش به ولتاژ یا جریان المان دیگری در مدار وابسته نباشد و ولتاژ و جریان المان دیگری در مدار نتواند ولتاژ آن را تحت تأثیر قرار دهد. به طور مشابه منبع جریان مستقل منبع جریانی است که جریان آن به ولتاژ یا جریان المان دیگری در مدار وابسته نباشد. با توجه به این تعریف ها مفهوم منبع های وابسته هم کاملاً مشخص می شود.

منبع ولتاژ وابسته: منبع ولتاژی است که ولتاژ دو سرش به ولتاژ یا جریان المان دیگری در مدار وابسته است.

منبع جریان وابسته: منبع جریانی است که جریان آن به ولتاژ یا جریان المان دیگری در مدار وابسته است.



منبع جریان و ولتاژ وابسته

باید بدانید که از این منابع برای مدل سازی مدارات ترانزیستوری و ترانسفورماتورها استفاده می شود و وجود خارجی ندارند.

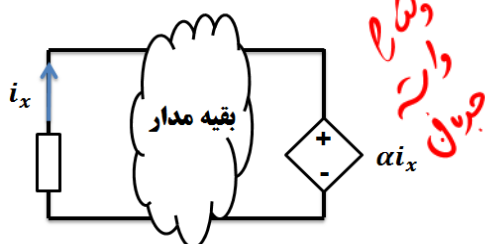


پس با این حساب می توانیم نتیجه بگیریم که برای هر یک از منابع ولتاژ و جریان وابسته دو حالت به وجود می آید: ۱. منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ ۲. منبع ولتاژ وابسته به جریان ۳. منبع جریان وابسته به جریان ۴. منبع جریان وابسته به ولتاژ.

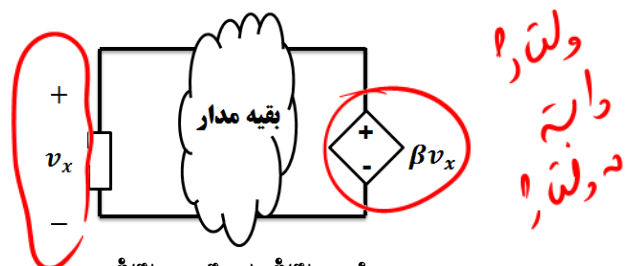
آفرین خیلی عالی بود. این چا می توانید چهار حالتی که گفته شد را ببینید.



$$\beta i_x = \frac{\beta i_x}{i_x} \times i_x$$



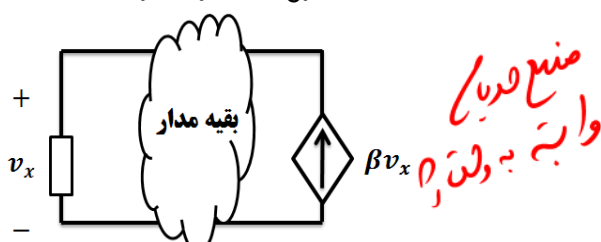
منبع ولتاژ وابسته به جریان



منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ



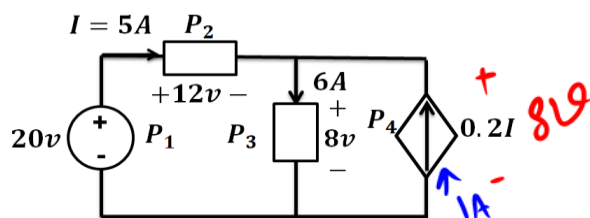
منبع جریان وابسته به جریان



منبع جریان وابسته به ولتاژ

به عنوان مهندسین برق آینده باید بدانید که العانی به عنوان منبع جریان در بازار برای فروش وجود ندارد و شما برای داشتن یک منبع جریان باید آن را با مدارات الکترونیکی طراحی کنید.

مثال ۴: کدام یک از العان های زیر توان تولید و کدام یک دریافت می کند توان هر العان را محاسبه کنید.



تولید $P_1 = 20 \times 5 = 100W$
 مصرف $P_2 = 12 \times 5 = 60W$
 مصرف $P_3 = 6 \times 8 = 48W$
 تولید $P_4 = 1 \times 8 = 8W$

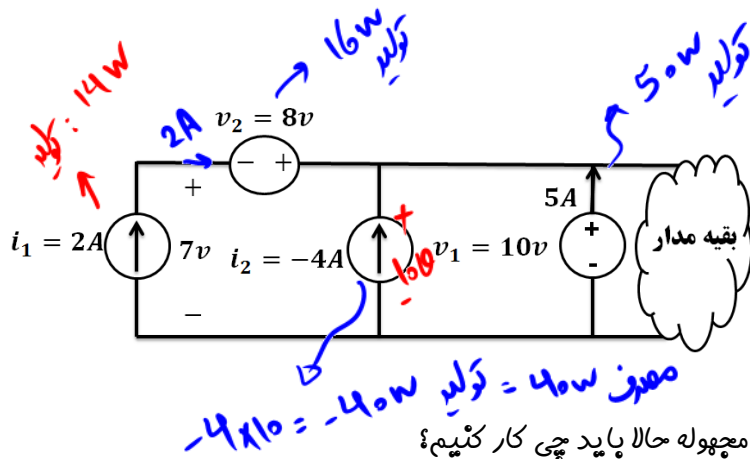
تولید = مصرف
 $100 + 8 = 48 + 60$
 بقای توان

پاسخ: ولتاژ و جریان تمام العان ها مشخصه، کافیه ولتاژ و جریان را در هم ضرب کنیم و توان را بدست آوریم.

البته باید حواسمون به تولید کننده یا مصرف کننده بودن توان باشد.

- P_1 جریان از سر مثبت خارج می شود بنابراین تولید کننده توان است
- P_2 جریان از سر منفی خارج می شود بنابراین مصرف کننده توان است
- P_3 جریان از سر منفی خارج می شود بنابراین مصرف کننده توان است
- P_4 جریان از سر مثبت خارج می شود بنابراین تولید کننده توان است

مثال ۵: کدام یک از چهار منبع در شکل زیر توان جذب می کنند؟ (مهندسی برق - ۸)



- ۱. i_2 ✓
- ۲. i_1
- ۳. v_2
- ۴. v_1



نگران نباشید از این به بعد با این نماد زیاد مواجه می‌شوید. بقیه مدار می‌تواند هر چیزی باشد مقاومت، خازن، سلف، دیود، ترانزیستور و یا مجموعه‌ای از این‌ها (اما مطمئن باشید که برای حل سوال نیازی به بقیه مدار ندارید در این سوال توان مجهول است، که برای محاسبه آن فقط جریان و ولتاژ همان‌ها مورد نیاز است که برای تک‌تک همان‌ها این مقادیر مشخص است. حالا پریم سراغ حل سوال:

بنابراین گزینه صحیح است.

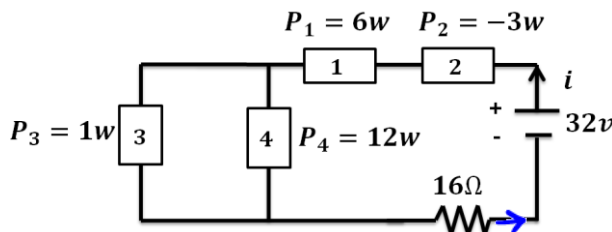
مثال ۶: در مثال قبل بقیه مدار توان مصرف می‌کند یا تولید؟ چقدر؟

پاسخ: توان مصرفی و تولیدی کل قسمت معلوم مدار را محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از قانون پایستگی توان، توان بقیه مدار قابل محاسبه است. طبق این قانون باید مجموع توان تولیدی یک مدار با مجموع توان مصرفی همان مدار برابر باشد.

چون تا این‌جا توان تولیدی بیشتر بوده باید بقیه مدار توان تولیدی اضافی را مصرف کند، بنابراین بقیه مدار 40 وات توان مصرف می‌کند.

نکته: اگر در صورت سوال نوع توان ذکر نشود پیش فرض توان مصرفی است.

مثال ۷: در مدار مقاومتی زیر توان هر یک از همان‌ها داده شده است جریان i چقدر است؟ (مهندسی برق - ۸۵)



2A

۲.

1A

۱.

$\frac{1}{4}A$

۴.

$\frac{1}{2}A$

۳.

پاسخ:



استاد!!! مثل این که این المان‌های جعبه‌ای رو از قلم انداختید، میشه معرفی شون کنید؟

باکس‌ها یا به قول شما المان‌های جعبه‌ای هر چیزی می‌توانند باشند مقاومت، منبع جریان، منبع ولتاژ سلف، خازن و... که ما هیچ اطلاعاتی درموردشون نداریم. یه جور جعبه سیاه اند!!! و برای ما اهمیتی نداره که چی هستند ما فقط باید با استفاده از اطلاعات داده شده سوال را حل کنیم.

اگر بتوانیم توان مصرفی مقاومت 16Ω را محاسبه کنیم با استفاده از رابطه $P = Ri^2$ می‌توان i را بدست آورد. برای بدست آوردن توان مصرفی مقاومت 16Ω از قانون بقای توان استفاده می‌کنیم. در اولین قدم نوع هر المان را از نظر تولید کننده یا مصرف کننده بودن توان مشخص می‌کنیم. تکلیف مقاومت مثبت که معلوم است همواره مصرف کننده توان است و چون در صورت سوال اشاره‌ای به مصرفی یا تولیدی بودن نشده است توان ارائه شده برای بقیه المان‌های مدار توان مصرفی آن‌هاست بنابراین المان شماره 2 توان $3W$ - مصرف یا $3W$ توان تولید می‌کند. منبع ولتاژ هم که جریان از سر مثبت آن خارج می‌شود تولید کننده توان است.

$$\sum P_{\text{مصرفی}} = \sum P_{\text{تولیدی}} \rightarrow P_1 + P_3 + P_4 + 16i^2 = 32i + P_2 \rightarrow 6 + 1 + 12 + 16i^2 = 32i + 3$$

بنابر این با یک معادله درجه دوم طرف هستیم که با حل آن جریان مجهول بدست می‌آید.

$$i^2 - 2i + 1 = 0 \rightarrow (i-1)^2 = 0 \rightarrow i = 1A$$

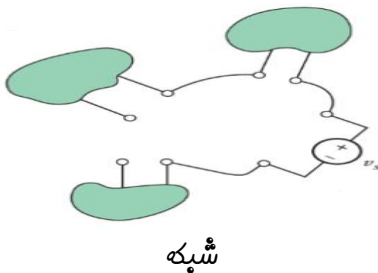
چند تا مفهوم دیگه رو اینجا با هم بررسی می‌کنیم:

گره: نقطه اتصال دو یا چند شاخه را گره می‌نامند.

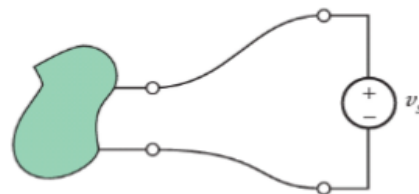
شاخه: هر المانی تشکیل یک شاخه می‌دهد. این شاخه می‌تواند منبع ولتاژ، جریان، مقاومت و... باشد. باید بدانید که جریان ورودی به هر شاخه با جریان خروجی آن برابر است.

تفاوت شبکه و مدار

چند المان که بهم متصل باشند تشکیل شبکه می دهند. اگر این شبکه تشکیل یک حلقه بسته دهد مدار نامیده می شود.



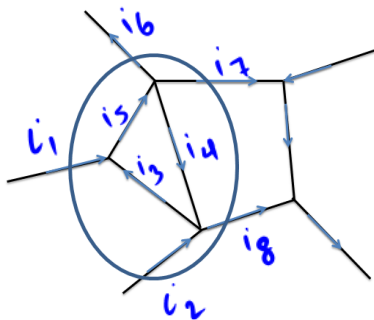
شبکه



مدار

قوانین کیرشهف^{۱۱}

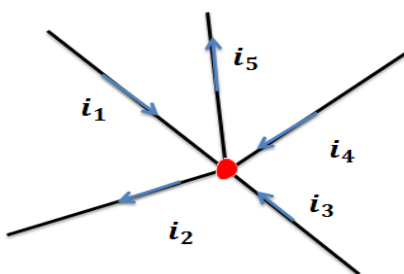
با قانون اهم به تنهایی نمی توان، مدارهای الکتریکی را تحلیل کرد. کیرشهف یک فیزیکدان آلمانی بود که دو قانون مهم برای آنالیز مدارهای الکتریکی ارائه کرد. در این بخش با این قوانین آشنا می شویم.



قانون جریان KCL: جریان ورودی به هر سطح بسته برابر با مجموع جریان های خروجی از آن سطح بسته است. به عبارت دیگر جمع جبری جریان های وارد شده به یک سطح بسته برابر با صفر است. به معادله مجموع جریان ها در یک سطح بسته KCL می گویند.

$$i_1 + i_2 = i_6 + i_7 + i_8$$

$$i_1 + i_2 - i_6 - i_7 - i_8 = 0$$

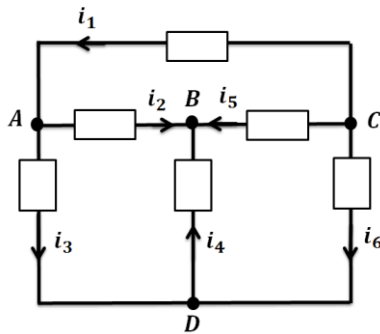


$$i_1 + i_4 + i_3 = i_2 + i_5$$

قرار داد: جریان های ورودی را مثبت و جریان خروجی را منفی در نظر گرفته ایم.

توجه کنید که این صرفاً یک قرار داد است و در کتب و مراجع دیگر می تواند متفاوت باشد.

به عنوان مثال اگر جریان شاخه های مدار روی مدار تعریف شده باشد معادلات KCL را می توان به صورت زیر نوشت:



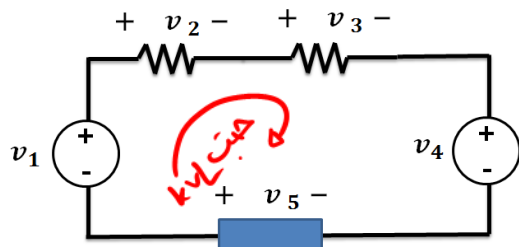
$$KCL A: i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad \text{یا} \quad i_1 = i_2 + i_3$$

$$KCL B: i_2 + i_5 + i_4 = 0$$

$$KCL C: i_1 + i_5 + i_6 = 0$$

$$KCL D: i_3 + i_6 = i_4$$

قانون جریان کیرشهف در واقع همان، قانون پایستگی بار الکتریکی است، چون بار الکتریکی پایسته است جریان هم که تغییرات بار الکتریکی در واحد زمان است پایسته خواهد بود.



قانون ولتاژ یا KVL : در هر مسیر بسته مجموع ولتاژها صفر

است. به معادله مجموع ولتاژها در یک مسیر بسته KVL

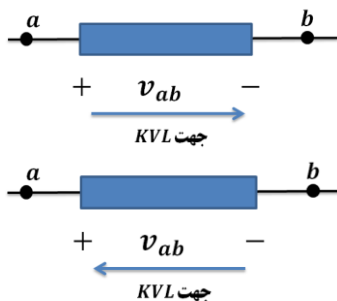
می گویند.

$$KVL: -v_1 + v_2 + v_3 + v_4 - v_5 = 0$$

برای نوشتن معادله KVL از یک نقطه از حلقه شروع می کنیم و ولتاژ دو سر هر المان را به صورت چپری یا هم جمع می کنیم. اگر از سر منفی به مثبت حرکت کنیم ولتاژ المان را با علامت منفی و اگر از سر مثبت به منفی حرکت کنیم ولتاژ المان را با علامت مثبت جمع می کنیم.

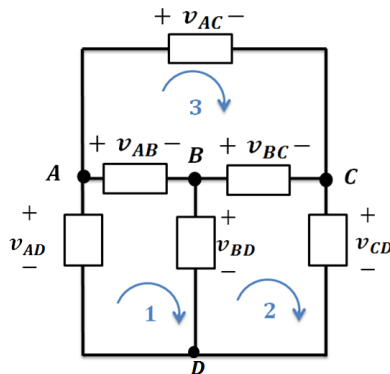
قرار داد: اگر در مسیر حرکت از سر منفی المان وارد شویم ولتاژ را منفی و اگر از سر مثبت وارد شویم ولتاژ را مثبت در نظر می گیریم.

توجه کنید که این صرفاً یک قرار داد است و در کتب و مراجع دیگر می تواند متفاوت باشد.



$$+v_{ab}$$

$$-v_{ab}$$



به عنوان مثال برای مدار زیر معادلات KVL را می‌نویسیم:

معادلات مثل

$$\left\{ \begin{array}{l} KVL1: -v_{AD} + v_{AB} + v_{BD} = 0 \\ KVL2: -v_{BD} + v_{BC} + v_{CD} = 0 \\ KVL3: +v_{AC} - v_{BC} - v_{AB} = 0 \end{array} \right.$$

استاد یک KVL از قلم اقتاد!!! در حلقه بیرونی را ننوشتیم.



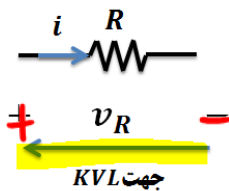
$$KVL4: +v_{AC} + v_{CD} - v_{AD} = 0 \rightarrow$$

وابه

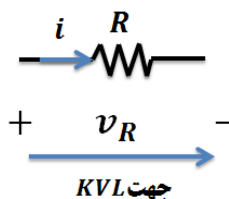
آفرین سوال خیلی خوبی بود. اگر کمی دقت کنید متوجه می‌شوید که معادله KVL در حلقه بیرونی برابر با مجموع KVL حلقه های درونی است. بنابراین معادله مستقلی به ما نمی‌دهد و کمکی به حل مساله نمی‌کند. البته این به این معنا نیست که هیچ وقت از KVL در حلقه بیرونی استفاده نمی‌کنیم. اما زمانی که در همه حلقه‌ها KVL زده باشیم KVL در حلقه بیرونی کمکی به ما نمی‌کند. در ادامه درس این تکنیک‌ها را به طور کامل یاد می‌گیرید.



افت ولتاژ دو سر مقاومت



هنگام عبور از مقاومت اگر جریان مقاومت خلاف جهت KVL باشد در معادله افت ولتاژ دو سر مقاومت را به صورت $-Ri$ لحاظ می‌کنیم چون از سر منفی مقاومت وارد و از سر مثبت آن خارج شده ایم.

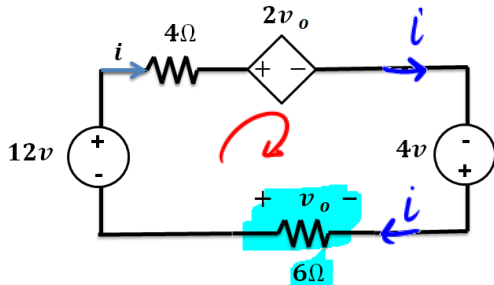


هنگام عبور از مقاومت اگر جریان مقاومت هم جهت KVL باشد در معادله افت ولتاژ دو سر مقاومت را به صورت $+Ri$ لحاظ می‌کنیم. چون از سر مثبت مقاومت وارد و از سر منفی آن خارج شده ایم.

از حالا به بعد تصمیم می‌گیریم که همیشه در جهت جریان KVL بنویسیم و اگر در مسیر KVL نویسی چند جریان مختلف وجود داشت در جهتی KVL می‌نویسیم که بیشتر جریان‌های مسیر هم جهت با آن باشند چون با این کار مجبور نیستیم برای هر مقاومت علامت منفی بگذاریم.

نکته:

مثال ۸: در مدار زیر جریان i و ولتاژ v_o را بدست آورید.



پاسخ: با اعمال قانون KVL در جهت جریان مدار داریم:

$$-12 + 4i + 2v_o - 4 + 6i = 0$$

از طرفی با استفاده از قانون اهم می‌توانیم نتیجه بگیریم:

$$v_o = -6i \text{ است. با جایگذاری در معادله قبل داریم:}$$

$$-16 + 10i - 12i = 0 \rightarrow \underline{i = -8A} \rightarrow v_o = 48V$$

تا مایل احم

استاد!!! اگر پادساعتگرد KVL می‌زدیم جواب تغییر می‌کرد!

نه اصلاً جهت KVL زدن هیچ تاثیری در جواب نهایی نداره، تو این مثال اگر خلاف جهت جریان

حرکت می‌کردیم معادله KVL به این صورت بود:

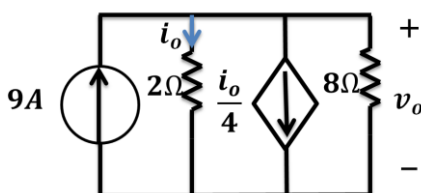
$$+12 - 6i + 4 - 2v_o - 4i = 0 \rightarrow 16 - 10i - 2v_o = 0$$

از طرفی با استفاده از قانون اهم داریم: $v_o = -6i$ پناپراین با جایگذاری در معادله قبل می‌توان نوشت:

$$16 - 10i + 12i = 0 \rightarrow i = -8A \rightarrow v_o = 48V$$



مثال ۹: در مدار زیر جریان i و ولتاژ v_o را بدست آورید.



پاسخ: در شاخه مقاومت 8Ω با استفاده از قانون اهم جریان شاخه برابر

است با:

$$i_{8\Omega} = \frac{v_o}{8}$$

حالا با اعمال قانون KCL داریم:

$$i_o + \frac{i_o}{4} + \frac{v_o}{8} = 9$$

با جایگذاری $2i_o = v_o$ در معادله قبل داریم:

$$\frac{3i_o}{2} = 9 \rightarrow i_o = 6A \rightarrow v_o = 12V$$

استاد!!! من که نفهمیدم کجا باید از قانون KVL و کجا باید از قانون KCL استفاده کنم؟



کمی صبر داشته باشید این مثال‌ها را زدم تا با کاربرد قوانین KVL و KCL آشنا بشوید. در ادامه روش‌های تحلیل مدار را به طور کامل به شما آموزش می‌دهم.



روش‌های کلاسیک تحلیل مدار

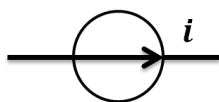
برای تحلیل مدارهای الکتریکی دو روش کلاسیک وجود دارد روش مش^{۱۲} و روش گره^{۱۳}. این دو روش در تحلیل مدارهای الکتریکی بسیار رایج اند ولی برای کنکور و تست زنی سریع روش مناسب تری به نام پخش چریان وجود دارد که ما با استفاده از این روش مسائل را حل خواهیم کرد. اما برای امتحانات دانشگاه باید به این روش‌ها کاملاً مسلط باشید به همین دلیل ما در اینجا ابتدا به معرفی روش‌های کلاسیک می‌پردازیم و سپس سراغ روش تکنیکی پخش چریان می‌رویم.

روش مش

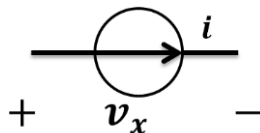
برای استفاده از روش مش باید در اولین گام مش را تعریف کنیم، به ساده‌ترین حلقه‌ای که هیچ شاخه‌ای درون آن نباشد مش گفته می‌شود. برای تحلیل مدار به روش مش به شیوه زیر عمل می‌کنیم.

(۱- مش‌های مناسب (حلقه‌های مناسب) مدار را انتخاب می‌کنیم.

مش مناسب مشی است که شامل منبع چریان نباشد و اگر هم منبع چریان داشت ولتاژ دو سر آن مشخص باشد.



منبع چریان نامناسب برای KVL زدن



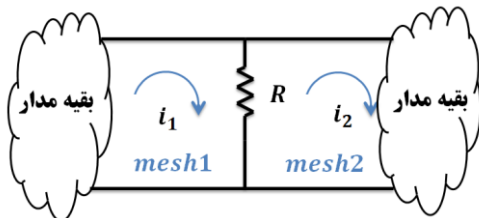
منبع چریان مناسب برای KVL زدن

۲- برای هر مش چرانی با جهت دلخواه در نظر می‌گیریم سپس در مش‌های مناسب مدار KVL می‌زنیم. هنگام عبور از شاخه مشترک دو مش اگر چریان دو مش هم جهت بود چریان شاخه مورد نظر برابر با مجموع دو چریان می‌شود و اگر مخالف جهت هم بود چریان آن دو شاخه از هم کم می‌شود. به عنوان مثال در مدار زیر

¹² Mesh analysis

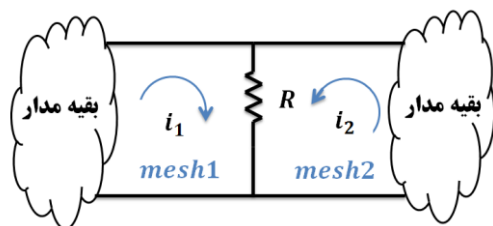
¹³ Node analysis

هنگام KVL نویسی در مش اول و در لحظه عبور از شاخه مقاومتی بین دو مش با توجه به این که جریان دو مش در شاخه مقاومتی خلاف جهت هم اند برای محاسبه افت ولتاژ دو سر مقاومت جریان ها را از هم کم می کنیم.



$$V_R = R(i_1 - i_2)$$

توجه کنید اگر چه جریان هر دو مش ساعتگرد است اما جریان مش ۱ در جهت پایین از مقاومت عبور می کند و جریان مش ۲ به سمت بالا از مقاومت عبور می کند. بنابراین این از هم کم می شوند. همچنین در مدار زیر هنگام KVL نویسی در مش اول و در لحظه عبور از شاخه مقاومتی بین دو مش با توجه به این که جریان دو مش در شاخه مقاومتی هم جهت است برای محاسبه افت ولتاژ دو سر مقاومت جریان ها را با هم جمع می کنیم.

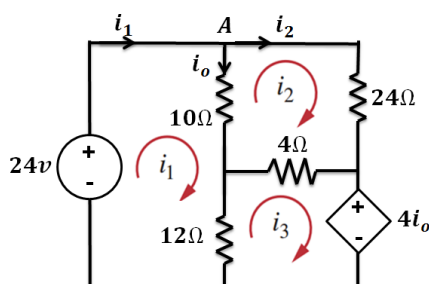


$$V_R = R(i_1 + i_2)$$

توجه کنید اگر چه جریان مش ۱ ساعتگرد و جریان مش ۲ پادساعتگرد است اما هر دو به سمت پایین از شاخه مقاومتی عبور می کنند بنابراین این با هم جمع می شوند. تاکید می کنم که KVL ها در مش (نوشته شده است).

۳- رابطه جریان را در مرز مش ها می نویسیم.

نکته: به خاطر داشته باشید که هنگام تحلیل مدار به روش مش به جهت جریان های معلوم دست نزنید و نامعلوم ها را دلخواه در نظر بگیرید.



مثال ۱۰: در مدار زیر جریان هر شاخه را حساب کنید.

پاسخ: ابتدا جهت جریان مش ها را به صورت دلخواه انتخاب می کنیم. حالا در مش های مناسب مدار KVL می زنیم.

KVL در مش ۱: $-24 + 10(i_1 - i_2) + 12(i_1 - i_3) = 0 \rightarrow 11i_1 - 5i_2 - 6i_3 = 12$ (1)

KVL در مش ۲: $24i_2 + 4(i_2 - i_3) + 10(i_2 - i_1) = 0 \rightarrow -5i_1 + 19i_2 - 2i_3 = 0$ (2)

KVL در مش ۳: $4i_0 + 12(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) = 0$

$$i_0 = i_1 - i_2$$

از طرفی در مرکز مش ۱ و ۲ با استفاده از قانون KCL داریم:

با جایگذاری در معادله اخیر داریم:

$$4(i_1 - i_2) + 12(i_3 - i_1) + 4(i_3 - i_2) = 0 \rightarrow -i_1 - i_2 + 2i_3 = 0$$
 (3)

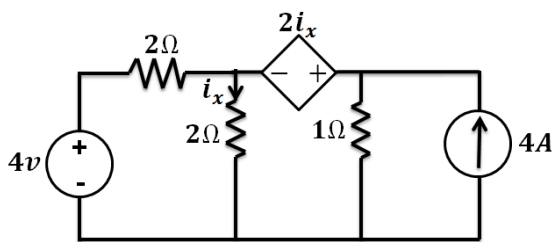
از جمع (2) و (3) داریم:

$$-6i_1 + 18i_2 = 0 \rightarrow i_1 = 3i_2$$

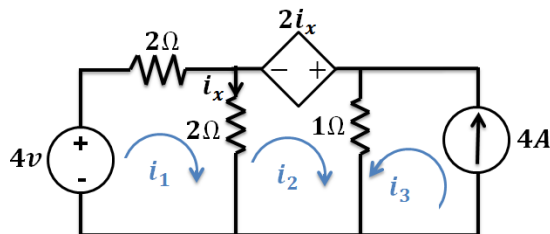
از جمع (1) و سه برابر (3) داریم:

$$8i_1 - 8i_2 = 12, \rightarrow i_2 = 0.75A, i_1 = 2.25A, i_3 = 1.5A$$

مثال ۱۱: در مدار زیر شدت جریان i_x کدام است. (مهندسی کامپیوتر - گرایش سخت افزار - ۸۰)



۱.	$\frac{1}{2}$
۲.	۲
۳.	$\frac{3}{2}$



پاسخ: ابتدا برای هر مش جریانی در جهت دلخواه تعریف می کنیم. توجه کنید که جریان مش سوم مشخص است $i_3 = 4$. حالا نوبت به KVL نویسی می رسد:

KVL1: $-4 + 2i_1 + 2i_x = 0$

KVL2: $-2i_x - 2i_x + (i_2 + i_3) = 0$

رابطه جریان را در مرکز مش ها می نویسیم:

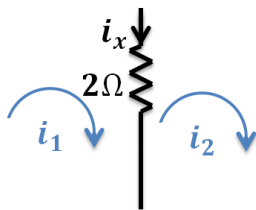
$$i_x = i_1 - i_2$$

معادلات را مرتب می کنیم.

$$-4 + 2i_1 + 2(i_1 - i_2) = 0 \rightarrow 4i_1 - 2i_2 = 4$$

$$-4(i_1 - i_2) + (4 + i_2) = 0 \rightarrow -4i_1 + 5i_2 = -4$$

می توان معادلات را از روش کرامر حل کرد.





استاد!!! من روش کرامر رو فراموش کردم.



اشکالی نداره من سر کلاس سیر تا پیاز مسائلی که باید برای کنکور بلد باشید رو به شما آموزش می‌دهم از این بابت خیال تون راحت باشه. برای حل دستگاه معادلات به روش کرامر ابتدا دستگاه معادلات را مرتب می‌کنیم یعنی ترتیب متغیرها در هر دو معادله باید یکسان باشد مثلاً ما اول متغیر x و سپس متغیر y را قرار داده ایم و بعد از علامت تساوی اعداد ثابت قرار می‌گیرند.

$$\begin{cases} 4x - 2y = 4 \\ -4x + 5y = -4 \end{cases}$$

حالا چند دترمینان را محاسبه می‌کنیم. دترمینان اول دترمینان ماتریس ضرایب متغیرهای مجهول:

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} = 4 \times 5 - (-2) \times (-4) = 12$$

برای هر یک از متغیرهای مساله یک دترمینان باید محاسبه شود که این دترمینان از حذف ستون مربوط به ضرایب آن متغیر در ماتریس D و جایگذاری ستون اعداد ثابت معادله بدست می‌آید. بنابراین برای محاسبه دترمینان D_x ستون اول D را که مربوط به ضرایب x است حذف می‌کنیم و به جای آن بردار ستونی اعداد ثابت معادله را که در طرف دوم تساوی قرار دارد جایگزین می‌کنیم.

$$D_x = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} = 4 \times 5 - (-2) \times (-4) = 12$$

به همین ترتیب برای محاسبه دترمینان D_y ستون دوم D را که مربوط به ضرایب y است حذف می‌کنیم و به جای آن بردار ستونی اعداد ثابت معادله را که در طرف دوم تساوی قرار دارد جایگزین می‌کنیم.

$$D_y = \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -4 & -4 \end{vmatrix} = 4 \times (-4) - 4 \times (-4) = 0$$

حالا مجهول‌ها از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{12}{12} = 1, \quad y = \frac{D_y}{D} = 0$$

بنابراین در مثال قبل داریم:

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = 1, \quad i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -4 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = 0$$

$$i_x = i_1 - i_2 = 1$$

در نتیجه گزینه ۲ صحیح است.

روش گره

در این روش با تعریف ولتاژ برای گره‌های مجهول مدار و اعمال قانون KCL ، ولتاژها و در نتیجه جریان‌های مدار را محاسبه می‌کنیم.

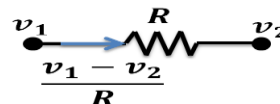
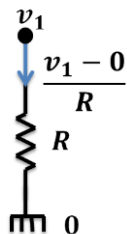
مراحل انجام روش گره

۱- ابتدا گره‌ای را به عنوان گره زمین یا مرجع تعیین می‌کنیم. بهتر است گره‌ای که بیشترین شاخه به آن متصل است را به عنوان زمین مدار در نظر بگیریم. ولتاژ گره زمین صفر ولت در نظر گرفته می‌شود.

۲- ولتاژ گره‌ها را نسبت به گره زمین مشخص می‌کنیم.

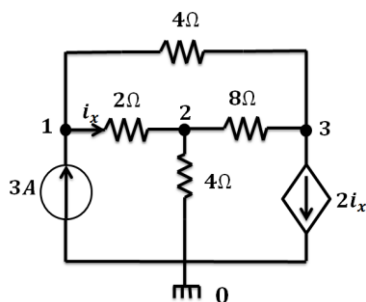
۳- با استفاده از قانون اهم جریان شاخه‌ها را بر حسب ولتاژ گره‌ها بدست می‌آوریم.

به عنوان نمونه در شاخه‌های زیر به این صورت عمل می‌کنیم:

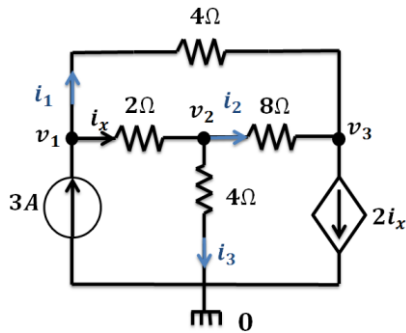


۴- معادلات KCL را برای گره‌های مدار می‌نویسیم.

از حل معادلات ولتاژ گره‌ها بدست می‌آید. با داشتن ولتاژ هر گره جریان شاخه‌های مدار قابل محاسبه است.



مثال ۲: در مدار زیر ولتاژ گره‌ها و جریان شاخه‌ها را محاسبه کنید.



پاسخ: زمين مدار را مطابق شکل مقابل در نظر بگيريد، حالا تک تک گره‌های مدار را نامگذاری می‌کنيم، سپس معادلات KCL را برای گره‌های مدار می‌نويسيم.

$$\text{KCL1: } 3 = i_1 + i_x \rightarrow 3 = \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_1 - v_2}{2} \rightarrow 3v_1 - 2v_2 - v_3 = 12 \quad (1)$$

$$\text{KCL2: } i_x = i_2 + i_3 \rightarrow \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_2 - v_3}{8} + \frac{v_2 - 0}{4} \rightarrow -4v_1 + 7v_2 - v_3 = 0 \quad (2)$$

$$\text{KCL3: } i_1 + i_2 = 2i_x \rightarrow \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_2 - v_3}{8} = 2 \frac{v_1 - v_2}{2} \rightarrow 2v_1 - 3v_2 + v_3 = 0 \quad (3)$$

با جمع (1) و (3) متغیر v_3 حذف می‌شود.

$$5v_1 - 5v_2 = 12 \rightarrow v_1 - v_2 = \frac{12}{5} = 2.4 \rightarrow i_x = \frac{v_1 - v_2}{2} = 1.2$$

با جمع (2) و (3) داریم:

$$-2v_1 + 4v_2 = 0 \rightarrow v_1 = 2v_2 \rightarrow v_2 = 2.4, v_1 = 4.8, v_3 = -2.4$$

$$i_x = \frac{4.8 - 2.4}{2} = 1.2, i_2 = \frac{2.4 + 2.4}{8} = 0.6, i_1 = \frac{4.8 + 2.4}{4} = 1.8$$

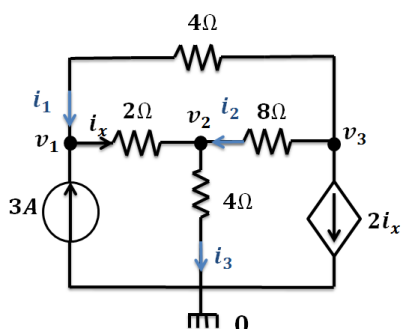
استاد اگر جهت جریان‌های i_2 و i_1 را برعکس در نظر می‌گرفتیم حتماً جواب‌ها تغییر می‌کردند!!!



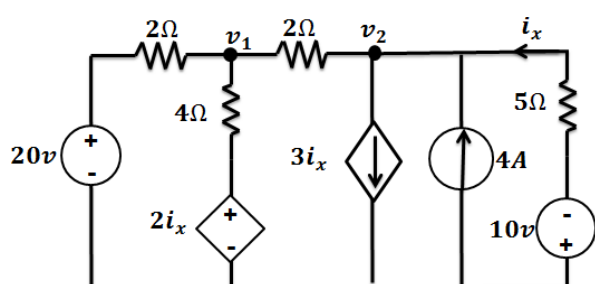
نه اصلاً اینطوری نیست اگه جهت جریان‌های i_1 و i_2 رو برعکس کنیم معادله جریان i_1 و i_2 هم تغییر می‌کند و دقیقاً قرینه حالت قبل می‌شوند پس جواب نهایی تغییری نمی‌کند.

$$i_1 = \frac{v_3 - v_1}{4}, i_2 = \frac{v_3 - v_2}{8}$$





مثال ۱۳: در مدار زیر v_2 کدام است؟

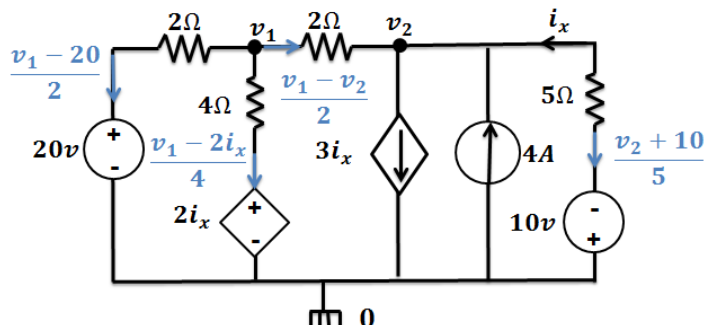


۱. $\frac{580}{3}$ ۲. $\frac{-164}{3}$

۳. $\frac{164}{3}$ ۴. $\frac{-580}{3}$

پاسخ: جریان تک تک شاخه‌ها را بر حسب ولتاژ گره‌ها می‌نویسیم سپس در گره‌هایی که ولتاژشان نامعلوم

است KCL می‌زنیم:



KCL1: $\frac{v_1 - v_2}{2} + 4 + i_x = 3i_x \rightarrow v_1 - v_2 + 8 - 4i_x = 0 \quad (1)$

KCL2: $\frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 - 2i_x}{4} + \frac{v_1 - 20}{2} = 0 \rightarrow 5v_1 - 2v_2 - 2i_x = 40 \quad (2)$

از طرفی با توجه به این که جریان i_x خلاف جهت جریان $\frac{v_2 + 10}{5}$ است داریم:

$i_x = -\left(\frac{v_2 + 10}{5}\right) \quad (3)$

حالا سه معادله داریم و سه مجهول با جایگذاری معادله (3) در (1) و (2) داریم

$\begin{cases} (1): \rightarrow 5v_1 - v_2 + 80 = 0 \\ (2): \rightarrow 25v_1 - 8v_2 = 180 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 25v_1 - 5v_2 = -400 \\ 25v_1 - 8v_2 = 180 \end{cases} \rightarrow 3v_2 = -580 \rightarrow v_2 = \frac{-580}{3}$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

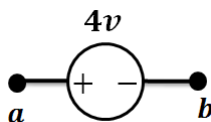


استاد در مثال ۱۳ گره زمین مشخص نشده و خودتون گره زمین رو انتخاب کردید. اگه نقطه‌ی دیگه‌ای رو به عنوان گره زمین در نظر بگیرید، حتماً جواب‌ها تغییر می‌کنند!!!

به مساله خوبی اشاره کردید، چیزی که در مدار اهمیت دارد اختلاف ولتاژ بین دو نقطه است و گره زمین به عنوان مبدأ پتانسیل در نظر گرفته می‌شود تا معیاری برای سنجش پتانسیل داشته باشیم. اگر نقطه‌ی دیگری را به



عنوان گره زمین انتخاب کنید، پتانسیل نقاط ممکن است تغییر کند اما اختلاف پتانسیل آن‌ها تغییر نمی‌کند و جریان که به اختلاف پتانسیل بین دو نقطه وابسته است بدون تغییر خواهد ماند. بذارید راحت تون کنم در شکل زیر پتانسیل نقطه a به اندازه چهار ولت از پتانسیل نقطه b بیشتر است و این مساله اصلاً ربطی به مبدأ پتانسیل ندارد. اگر هزاران مبدأ پتانسیل متفاوت در نظر بگیرید باز هم اختلاف پتانسیل این دو نقطه چهار ولت می‌شود.



استاد!!!! از کجا تشخیص بدهیم که چه زمانی از روش مش استفاده کنیم و چه زمانی از روش گره؟



خیلی ساده است برای تشخیص روش مناسب تعداد مش‌های مناسب مدار را با تعداد گره‌های مناسب مدار مقایسه می‌کنیم مشخص است که اگر تعداد گره‌های مناسب کمتر بود باید از روش گره استفاده کرد چون تعداد معادلات روش گره کمتر می‌شود و به همین ترتیب اگر تعداد



مش‌های مناسب کمتر بود از روش مش استفاده می‌کنیم. اما اگر تعداد گره‌های مناسب و مش‌های مناسب مساوی بود، باید به خواسته مساله توجه کنیم اگر در صورت سوال جریان از ما خواسته شده باشد روش مش و اگر ولتاژ مورد سوال باشد روش گره مناسب است.

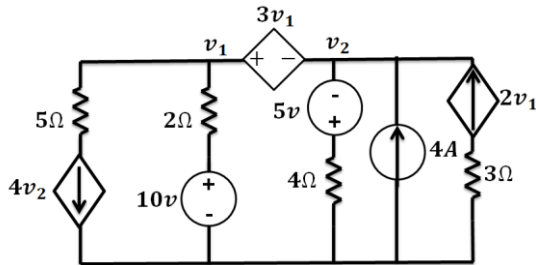
همانطور که دیدید حل این سوال با روش مش و گره خیلی طولانی و وقت‌گیر شد در ادامه فصل با روش ترکیبی پخش جریان، این سوالات را خیلی راحت‌تر حل می‌کنیم.

اپر گره^{۱۴}

مبحث جدید را با یک مثال شروع می‌کنم.

¹⁴Super node

مثال ۱۴: مدار زیر را در نظر بگیرید. در این مدار حاصل $v_1 - v_2$ را با استفاده از روش گره پیابید.



پاسخ: اولین کاری که باید انجام بدهیم این است که گره زمین را مشخص کنیم. مشابه مثال‌های قبل گره پایین مدار که بیشترین شاخه به آن وارد می‌شود گره زمین است حالا نوپت KCL نویسی است با گره شروع می‌کنم:

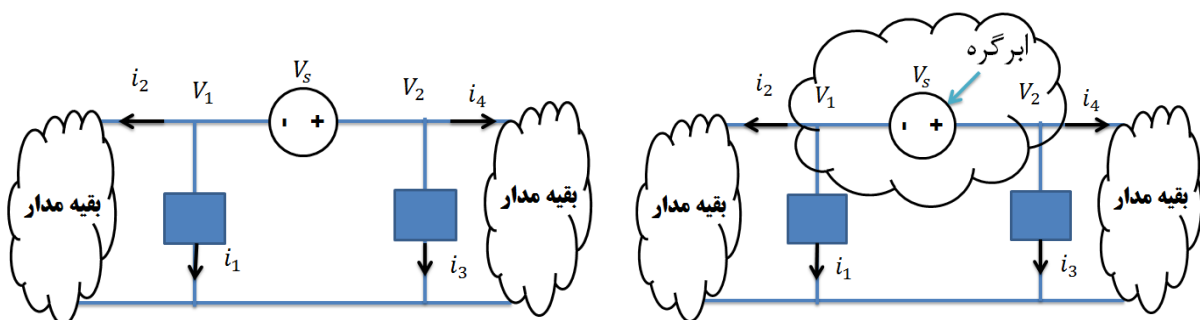
$$\frac{v_1 + 10}{2} + 4v_2 + ???$$

گیر کردم شاخه ای که فقط منبع ولتاژ دارد چیرانش را نمی‌توان نوشت اصلا این مدار را نباید از روش گره حل کرد.

از اولش معلوم بود تو حل مدار گیر می‌کنی اما باید بدانید که در برخی موارد برای تحلیل با استفاده از روش گره یک شاخه که فقط دارای منبع ولتاژ است بین دو گره قرار می‌گیرد و چون نمی‌توانیم جریان شاخه ای که فقط متشکل از منبع ولتاژ است را بنویسیم دچار مشکل می‌شویم بنابراین دو گره دو سر شاخه به همراه منبع ولتاژ را یک گره در نظر می‌گیریم به این گره ابر گره



یا $super\ node$ می‌گویند.



بنابراین معادله KCL در ابر گره به این صورت است:

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

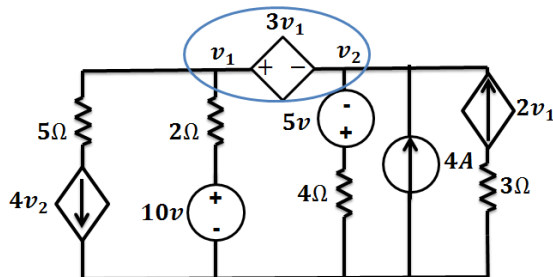
همین طور که حتما متوجه شدید ما دو تا گره را یک گره در نظر گرفتیم بنابراین این یک معادله از تعداد معادلات کم شده و نمی توانیم مجهول های مدار را محاسبه کنیم بنابراین این از یک معادله کمکی استفاده می کنیم و آن چپری نیست جز معادله ولتاژ ابر گره:

$$V_2 - V_1 = V_s$$



استاد این ابری که کشیدید همان سطح کوسی است درسته؟؟؟

آفرین کاملا درسته. اصلا بگذارید راحت تان کنم شما هر سطح بسته ای که رو مدار بکشید می توانید برای جریان های وارد شونده و خارج شونده از آن KCL بنویسید. حالا نوبت تحلیل مدار سوال قبل می رسد:



پاسخ: در ابر گره KCL می نویسیم:

$$4v_2 + \frac{v_1 - 10}{2} + \frac{v_2 + 5 - 0}{4} = 4 + 2v_1 \rightarrow \frac{3}{2}v_1 - \frac{15}{4}v_2 = -\frac{31}{4}$$

معادله ولتاژ ابر گره:

$$v_1 - v_2 = 3v_1 \rightarrow 2v_1 + v_2 = 0$$

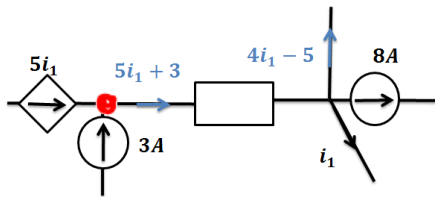
با استفاده از روش کرامر:

$$v_2 = \frac{\frac{31}{2}}{9} = \frac{31}{18}, v_1 = \frac{-\frac{31}{4}}{9} = \frac{-31}{36} \rightarrow v_1 - v_2 = \frac{-93}{36}$$

روش ترکیبی یا پخش جریان

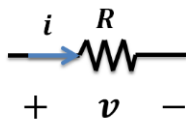
در بسیاری از مسائل استفاده از روش مش یا روش گره محاسبات را پیچیده و طولانی می کند و باعث ایجاد مجهولات زیادی در مدار می شود برای حل این مشکل از یک روش ترکیبی به نام پخش جریان استفاده می کنیم. همانطور که از نام این روش مشخص است در این روش با استفاده از KCL جریان های هر شاخه را برحسب جریان های واقعی مدار می نویسیم.

مثال: در مدار زیر می‌توانید پخش جریان را مشاهده کنید.



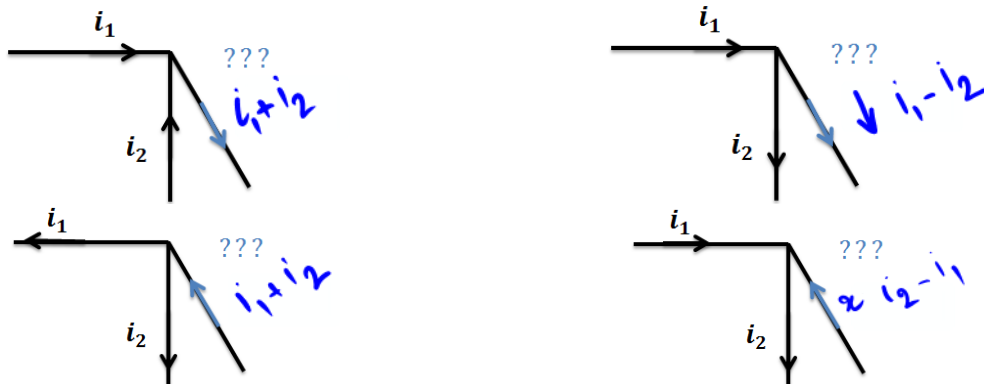
با این روش از ایجاد مجهولات متعدد و اضافی در مدار جلوگیری می‌کنیم و نیازی نیست به صورت جداگانه KCL بنویسیم چون KCL ها روی شکل اعمال شده است. استفاده از این روش کمی ریزه کاری و جزئیات دارد که در قالب چند نکته آن‌ها را بیان می‌کنیم.

۱. اگر ولتاژ دو سر مقاومت تعریف شده باشد (ولتاژ دو سر مقاومت خیلی تأیید مشخص باشد) با استفاده از قانون اهم جریان آن را می‌نویسیم:



$$i = \frac{v}{R}$$

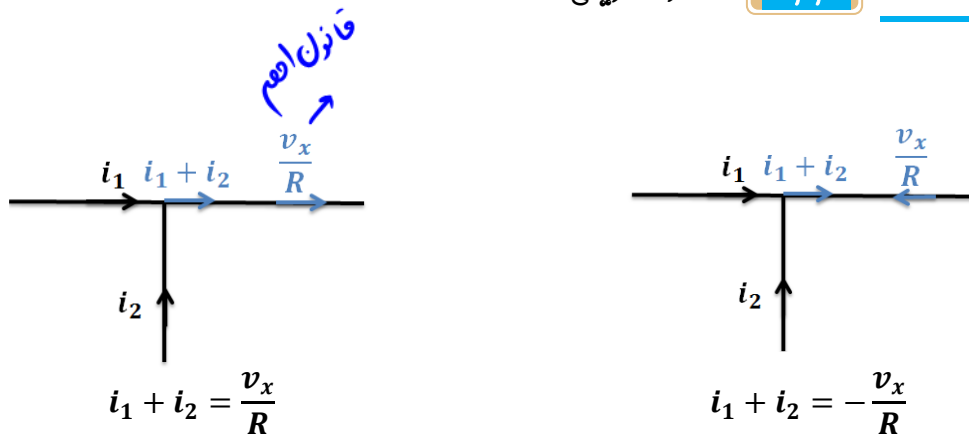
۲. جریان‌های هر شاخه را بر حسب جریان‌های واقعی مدار می‌نویسیم:



۳. اگر جریان دو شاخه مجهول بود و نمی‌توانستیم بر حسب متغیرهای مدار بنویسیم به ناچار خودمان یک جریان اضافه می‌کنیم. جهت جریانی که ما اضافه می‌کنیم کاملاً دلخواه و اختیاری است.



۴. اگر پس از پخش جریان در یک شاخه دو عبارت برای جریان بدست آمد قوانین زیر را اعمال کنید.

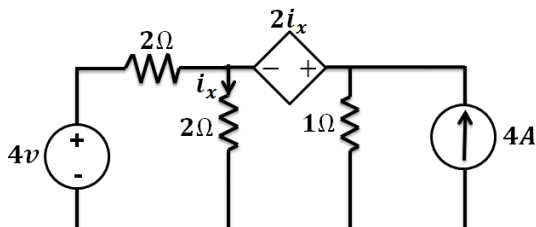


این مساله خیلی ساده است چون روی یک شاخه نمی‌توانیم دو جریان داشته باشیم بنابراین اگر دو جریان روی شاخه‌ای داشتیم که هم جهت بودند حتماً با هم مساوی اند و اگر مختلف جهت بودند حتماً با هم قرینه اند.

۵. در حلقه‌های مناسب KVL بنویسید. (حلقه‌ای که ولتاژ دو سر المان‌های آن مشخص باشد و شامل منبع جریانی نباشد که ولتاژ دو سرش تعریف نشده است)

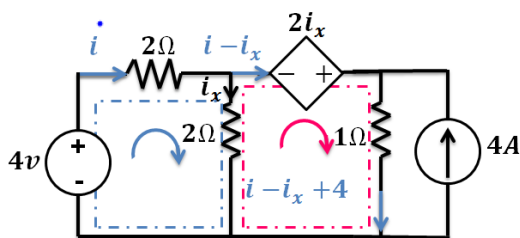
حالا با ارائه مثال‌ها و تست‌های متنوع این روش حرفه‌ای را به شما آموزش می‌دهیم.

مثال ۵-۱: در مدار زیر شدت جریان i_x کدام است؟ (مهندسی کامپیوتر - گرایش سخت افزار - ۸۰)



- | | |
|------------------|------------------|
| ۱. $\frac{1}{2}$ | ۲. ۱ |
| ۳. ۲ | ۴. $\frac{3}{2}$ |

پاسخ: می‌خواهیم با استفاده از روش پخش جریان مساله را حل کنیم. اولاً در این مدار خبری از قانون اهم نیست یعنی مقاومتی نداریم که ولتاژ دو سر آن به وضوح مشخص باشد. حالا باید برویم سراغ گره‌ای که فقط یک شاخه با جریان مجهول دارد و جریان آن شاخه را بر حسب جریان‌های دیگر شاخه‌های متصل به گره بنویسیم. چون چنین گره‌ای وجود ندارد مجبوریم یک جریان جدید مثلاً i تعریف کنیم.



حالا جریان بقیه شاخه‌ها را بر اساس اطلاعات و متغیرهای موجود تعریف می‌کنیم. بعد از آن نوبت به KVL نویسی می‌رسد پس می‌رویم سراغ حلقه‌های فاقد منبع جریان یا حلقه‌ای که اگر منبع جریان داشت ولتاژ دو سر آن مشخص باشد. در حلقه‌های مشخص شده KVL می‌زنیم.

$$\text{KVL 1: } -4 + 2i + 2i_x = 0 \quad \text{KVL 2: } -2i_x - 2i_x + 4 + i - i_x = 0$$

معادلات را مرتب و با استفاده از روش کرامر حل می کنیم:

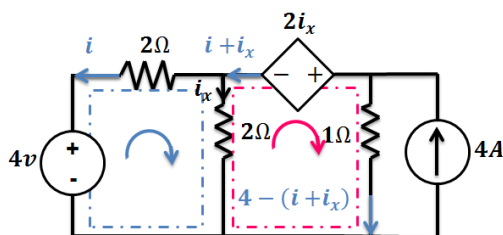
$$\begin{cases} 2i + 2i_x = 4 \\ i - 5i_x = -4 \end{cases} \rightarrow i = \frac{-12}{-12} = 1A, \quad i_x = \frac{+(-12)}{-12} = 1A,$$

استاد!!! اگر جهت جریان i را به سمت دیگه ای می گرفتیم جواب مساله جور دیگه ای می شد. از کجا فهمیدید به کدام سمت جهت جریان را بگیرید؟

همانطور که قبلاً گفتیم جهت جریان های مجهول را دلخواه در نظر بگیرید این مساله تاثیری در جواب نهایی ندارد. برای این که پاور تون بشه این پار جهت جریان i را تغییر می دهیم و مساله را حل می کنیم.



مخوب این که کاری نداره اگر جهت جریان i رو به سمت دیگه ای بگیریم جریان شاخه های دیگه مدار به این صورت بدست می آید:



حالا در حلقه های مشخص شده KVL می زنیم.

$$\text{KVL 1: } -4 - 2i + 2i_x = 0 \quad \text{KVL 2: } -2i_x + 4 - i - i_x - 2i_x = 0$$

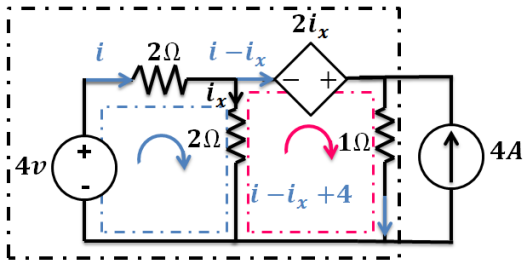
معادلات را مرتب و با استفاده از روش کرامر حل می کنیم:

$$\begin{cases} -2i + 2i_x = 4 \\ -i - 5i_x = -4 \end{cases} \rightarrow i = \frac{-12}{12} = -1A, \quad i_x = \frac{+12}{12} = 1A$$

همچنین می توانستیم در شاخه منبع ولتاژ وابسته جریان جدید را تعریف کنیم و مساله را حل کنیم.

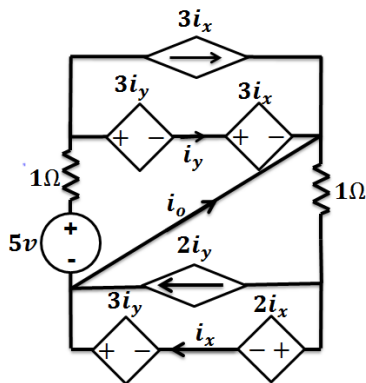
حواستون باشه: علامت جریان i در اینجا نسبت به حالت قبل تغییر کرده و $-1A$ شده است به این دلیل که جهت آن را خلاف حالت قبل در نظر گرفتیم.

حواستون باشه: نوشتن KVL در حلقه بزرگتر که متشکل از دو حلقه است هیچ فایده ای ندارد چون برابر با مجموع دو KVL ای است که قبلاً نوشتیم و معادله مستقلی در اختیار ما قرار نمی دهد.



این مثال در چند صفحه قبل با استفاده از روش مش حل شد که دیدید چقدر زمان پر و طولانی بود.

مثال ۱۶: جریان i_o در مدار شکل مقابل چند آمپر است؟ (مهندسی کامپیوتر - گرایش هوش مصنوعی - ۸۰)



۲. $3A$

۱. $2A$

۴. $\frac{6}{5}A$

۳. $\frac{5}{18}A$

پاسخ:



استاد ما رو گرفتید !!! شاخه i_o اتصال کوتاه و جریانش صفره ؟
اولا که شاخه اتصال کوتاه ولتاژ دو سرش صفره و جریانش الزما صفر نیست
هرچیزی می تونه باشه اون مقاومت اتصال کوتاه شده است که جریانش
صفره در مورد شاخه های اتصال کوتاه شده که مقاومتی نیستند چنین ادعایی
نمی توان کرد باید دست از راحت طلبی برداریم و جریانش رو حساب کنیم.

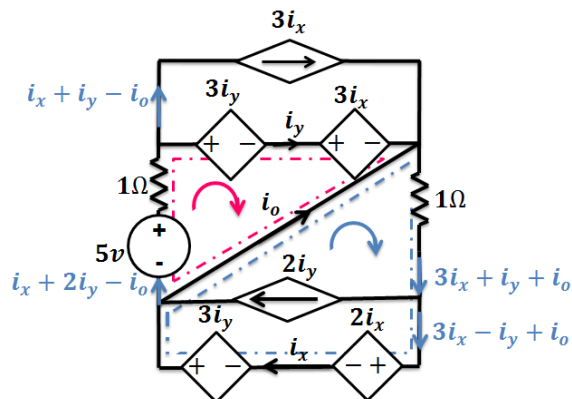


دوما شما اصلا تو گزینه ها صفر می بینید آیا؟؟؟

خیلی خوبه که شما دوتا خودتون کلاس رو اداره می کنید. همونطور که گفتید جریان شاخه اتصال کوتاه الزما صفر نیست و باید محاسبه بشه. حالا بهتره پریم سراغ حل سوال، از گره بالا سمت راست شروع می کنیم به پخش جریان. در این مدار آنقدر جریان های مختلف تعریف شده که



نیازی نیست نام گذاری جدیدی انجام بدهیم. همانطور که در شکل می بینید جریان های تمام شاخه ها را برحسب متغیرهای موجود می نویسیم. ابتدا رابطه جریان های روی یک شاخه را می نویسیم، دو جریان روی یک



شاخه داریم پس باهم برابرند:

$$\rightarrow 3i_x = i_x + i_y - i_o \rightarrow$$

$$i_y = 2i_x + i_o \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -5 + i_x + 2i_y - i_o + 3i_y + 3i_x = 0 \quad (2)$$

$$\text{KVL: } 3i_x + i_y + i_o + 2i_x - 3i_y = 0 \quad (3)$$

$$\begin{cases} (2) \rightarrow 4i_x + 5(2i_x + i_o) - i_o = 5 \\ (3) \rightarrow 5i_x - 2(2i_x + i_o) + i_o = 0 \end{cases} \rightarrow i_o = \frac{5}{18}$$

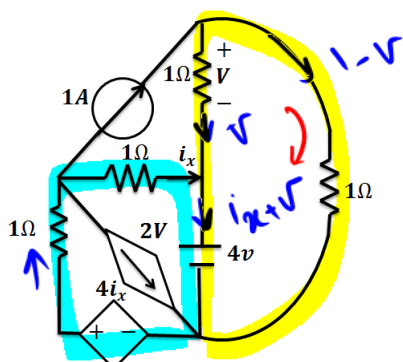
با جایگذاری (1) در (2) و (3) داریم:

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

قرار داد: علامت $\rightarrow$ بیانگر این مساله است که بعد از پخش جریان، دو جریان هم جهت روی یک شاخه قرار گرفته اند.

قرار داد: علامت $\leftarrow$ بیانگر این مساله است که بعد از پخش جریان، دو جریان در راستای مخالف هم روی یک شاخه قرار گرفته اند.

مثال ۱۷: جریان i_x در شکل مقابل چند آمپر است؟ (مهندسی کامپیوتر - گرایش هوش مصنوعی ۸۳)



۱. ۱

۲. ۲

۳. ۳

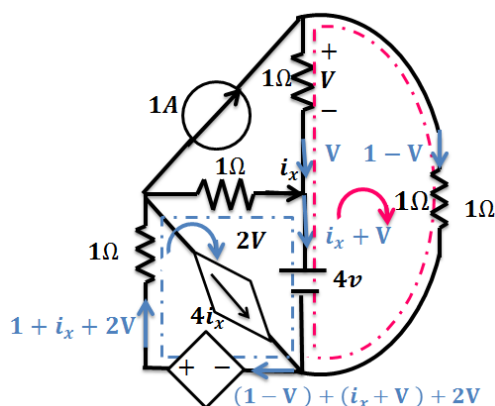
۴. -2

$$1 - V - 4 - V = 0 \rightarrow V = -\frac{3}{2}$$

$$i_x + 4 - 4i_x + i_x + 2V + 1 = 0$$

$$-i_x + 2V + 5 = 0$$

$$i_x + V + 2V + 1 - V = i_x + 2V + 1$$



$$2i_x = 5 - 3 \rightarrow i_x = 1A$$

پاسخ: با استفاده از قانون اهم جریان مقاومت 1Ω را می‌نویسیم و با استفاده از پخش جریان، جریان تک تک شاخه‌ها را برحسب متغیرهای موجود بدست می‌آوریم. حلقه‌های مشخص شده فاقد منبع جریان‌اند و برای KVL نویسی مناسب هستند.

$$KVL: 1 - V - 4 - V = 0 \rightarrow V = \frac{-3}{2}$$

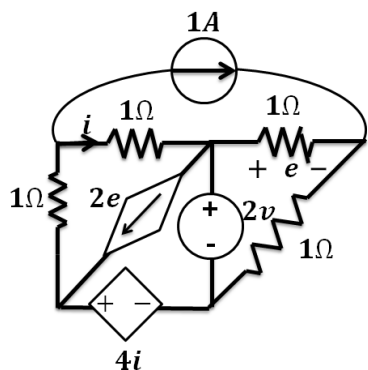
$$KVL: 1 + i_x + 2V + i_x + 4 - 4i_x = 0 \rightarrow$$

بنابراین گزینه صحیح است.

در این جا نوشتن رابطه جریان‌ها کمکی به حل مساله نمی‌کند و به رابطه‌ای پدیده می‌شود:

$$\uparrow \quad \leftarrow 1 + i_x + 2V = (1 - V) + (i_x + V) + 2V \rightarrow 0 = 0$$

مثال ۸: در مدار زیر شدت جریان i کدام است. (مهندسی برق-۷۲)



$$۱. 1.5A$$

$$۲. 2A$$

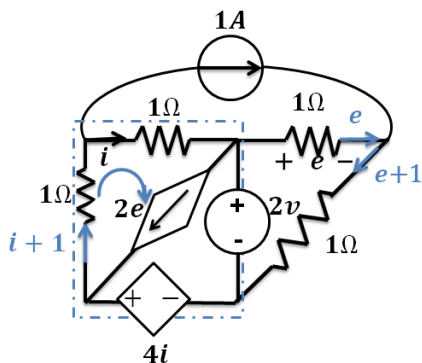
$$۳. 2.5A$$

$$۴. -0.5A$$

پاسخ: در این مدار یک مقاومت با ولتاژ معلوم داریم با استفاده از قانون اهم جریان آن را بدست می‌آوریم. با اعمال قانون KVL در حلقه مشخص شده داریم:

$$+2 - 4i + i + 1 + i = 0 \rightarrow i = \frac{3}{2}A$$

بنابراین گزینه صحیح است.

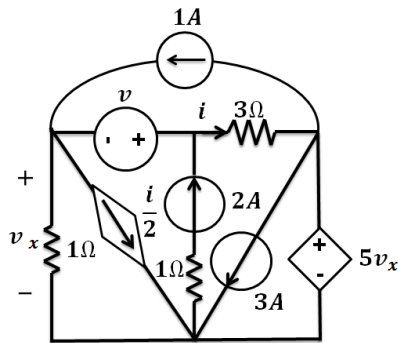


اگر در صورت سوال e را از ما می‌خواست باید در حلقه مثلثی شکل

KVL می‌زدیم:

$$+e + e + 1 - 2 = 0 \rightarrow e = \frac{1}{2}$$

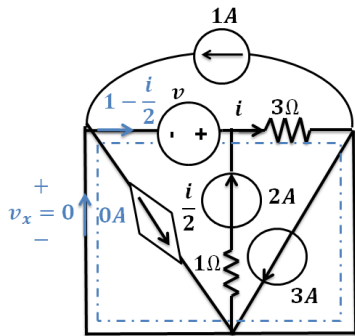
مثال ۹: در مدار زیر مقدار v چقدر باشد تا $v_x = 0$ شود؟ (مهندسی برق-۷۳)



۱. 3A ۲. 6A

۳. 12A ۴. 18A

پاسخ: اگر در صورت سوال گفته بود چنان کنید که فلان پلا سر مدار پیایند شما از ابتدا برای حل مساله آن پلا را سر مدار پیاده کنید. بنابراین این در این جا فرض می‌کنیم که $v_x = 0$ است پس منبع ولتاژ وابسته به v_x اتصال کوتاه می‌شود. حالا در حلقه مشخص شده KVL می‌زنیم:



$$KVL: -v + 3i = 0$$

از طرفی:

$$KCL: 1 - \frac{i}{2} + 2 = i \rightarrow i = 2A$$

در نتیجه:

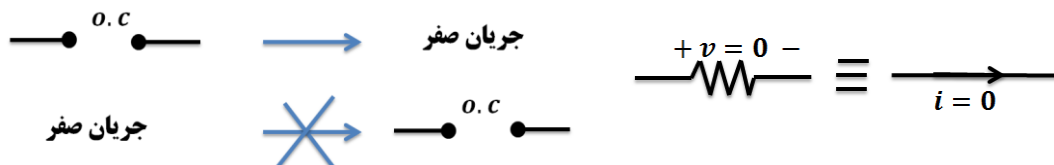
$$v = 6$$

توجه کنید شاخه مقاومت 1Ω هیچ جریانی نمی‌کشد چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 1Ω صفر است ولی این مساله به معنای این نیست که می‌توان شاخه مربوط به این مقاومت را مدار باز کرد.

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

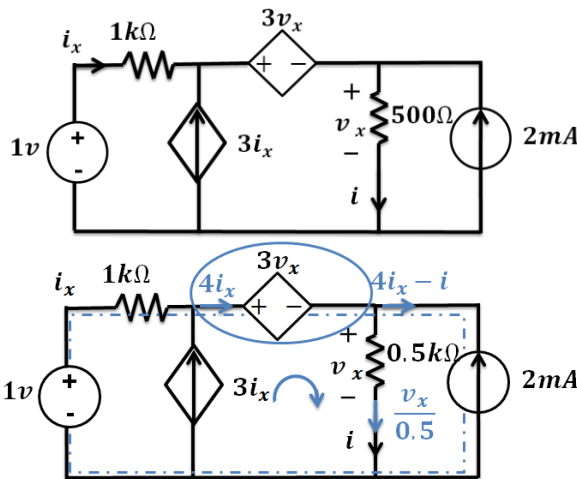
اگر ولتاژ دو سر مقاومت صفر شود جریان آن حتما صفر می‌شود ولی حق نداریم آن را مدار باز کنیم. به طور کلی در یک مدار صفر شدن جریان همیشه معادل مدار باز بودن نیست اما مدار باز بودن همیشه معادل صفر بودن جریان است. اگر مقاومتی ولتاژ دو سرش صفر شد می‌توانید آن را با شاخه اتصال کوتاه با جریان صفر مدل کنید.

نکته:



نکته: اگر در صورت سوال گفته بود چنان کنید که فلان بلا سر مدار پیاید شما از ابتدا برای حل مساله آن بلا را سر مدار پیاده کنید.

مثال ۲۰: در مدار زیر شدت جریان i را حساب کنید. (مهندسی برق - ۷۴)



۱. $\frac{1}{3}A$ ۲. $\frac{2}{3}mA$
 ۳. $\frac{2}{3}A$ ۴. $\frac{4}{3}mA$

پاسخ: اولاً که واحدهای مقاومت‌ها یکسان نیست چون عدد 500Ω بزرگ است آن را به $K\Omega$ تبدیل می‌کنیم تا از شر اعداد بزرگ خلاص شویم با اعمال قانون KVL در حلقه مشخص شده داریم:

$$KVL: -1 + i_x + 3v_x + v_x = 0 \rightarrow -1 + i_x + 4v_x = 0 \quad (1)$$

حالا معادله مربوط به جریان‌های روی یک شاخه را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \downarrow i = \frac{v_x}{0.5} \rightarrow v_x = \frac{1}{2}i & (2) \\ \rightarrow 4i_x - i = -2 \rightarrow i_x = \frac{i-2}{4} & (3) \end{cases}$$

$$-1 + \frac{i-2}{4} + 4\left(\frac{1}{2}i\right) = 0 \rightarrow i = \frac{2}{3}mA$$

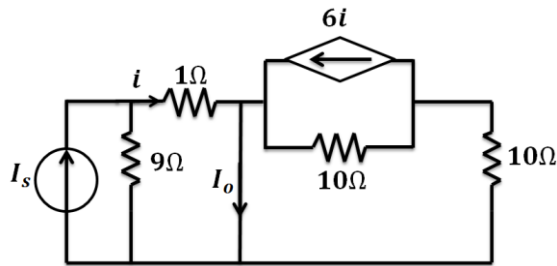
با جایگذاری معادله (2) و (3) در (1) داریم:

در مدارات الکترونیکی وقتی ولتاژ بر حسب ولت و مقاومت بر حسب کیلو اهم باشد جریان بر حسب میلی آمپر بدست می‌آید.

ولتاژ: v
 مقاومت: $K\Omega$
 جریان: mA

در چنین مسائلی، واحد کیلو اهم را به اهم تبدیل نکنید زیرا باعث ایجاد اعداد بزرگ می‌شود و محاسبات را دشوار می‌کند.

مثال ۲۱: در مدار زیر نسبت I_o/I_s چقدر است؟ (مهندسی برق - ۷۵)



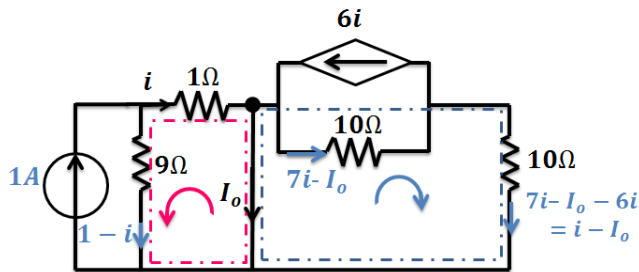
۱.۸- .

۲. ۰.۹

۳. ۲.۷

۴. ۳.۶

پاسخ: هر وقت نسبت دو متغیر x و y یعنی x/y را از ما خواستند، برای راحتی کار می‌توانید y را مساوی یک قرار دهید و x را بدست آورید که برابر با نسبت x/y است. بنابراین در این جا I_s را یک در نظر می‌گیریم و مقدار I_o را حساب می‌کنیم. با اعمال قانون KVL در حلقه‌های مشخص شده داریم:

**KVL:**

$$9(1 - i) - i = 0 \rightarrow i = 0.9$$

KVL:

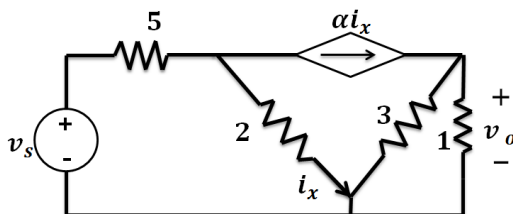
$$10(7i - I_o) + 10(i - I_o) = 0$$

$$\rightarrow I_o = \frac{80 \times 0.9}{20} = 3.6A$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

نکته: هر وقت نسبت دو متغیر x و y یعنی x/y را از ما خواستند، y را مساوی یک قرار می‌دهیم و x را بدست آوریم، نسبت همان x است.

مثال ۲۲: در مدار شکل مقابل مقاومت‌ها بر حسب مهو داده شده‌اند. حداقل مقدار α که به ازای آن مدار برای خروجی v_o مانند یک تقویت کننده عمل می‌کند، چیست؟ (مهندسی برق - ۷۸)



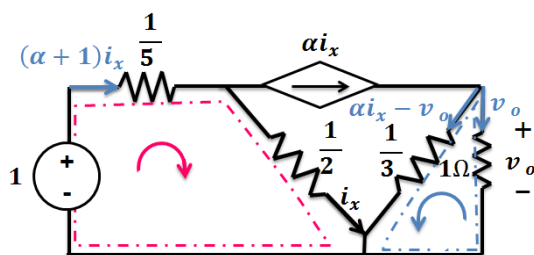
۱. ۱۰

۲. ۱۲

۳. ۱۴

۴. به علت وجود منبع وابسته این مدار همیشه مانند تقویت کننده عمل می‌کند.

پاسخ: اولاً چون گفته مقاومت‌ها بر حسب مهو هستند مقادیر داده شده رسانایی هستند بنابراین برای بدست آوردن مقاومت مربوطه باید مقدار رسانایی را وارون کنیم. ثانیاً برای این که مدار تقویت کننده باشد باید نسبت ورودی به خروجی بزرگتر از یک باشد یعنی $v_o/v_s > 1$. بنابراین مقدار v_o/v_s را بدست می‌آوریم و شرط بزرگتر از یک بودن را اعمال می‌کنیم. برای این کار در حلقه‌های مشخص شده KVL می‌زنیم. در ضمن قرار شد هر وقت نسبت x/y را از ما خواستند، y را مساوی یک قرار دهیم و x را بدست آوریم بنابراین $v_s = 1$ قرار می‌دهیم.



$$KVL: -1 + \frac{1}{5}((1 + \alpha)i_x) + 0.5i_x = 0 \rightarrow$$

$$i_x = \frac{1}{0.5 + \frac{1}{5}(1 + \alpha)} *$$

$$KVL: -v_o + \frac{1}{3}(\alpha i_x - v_o) = 0 **$$

با استفاده از رابطه * و ** داریم:

$$v_o = \frac{\frac{\frac{1}{3}\alpha}{0.5 + \frac{1}{5}(1 + \alpha)}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{\frac{1}{4}\alpha}{0.5 + \frac{1}{5}(1 + \alpha)}}{1} > 1 \rightarrow \alpha > 2 + \frac{4}{5}(1 + \alpha) \rightarrow \alpha > 14$$

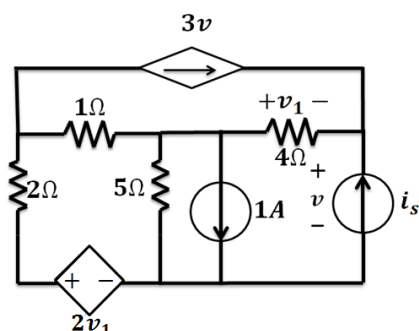
بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

نکته:

۱. برای این که مدار تقویت کننده باشد باید نسبت $v_o/v_s > 1$ باشد. به عبارت دیگر در یک مدار تقویت کننده سیگنال خروجی از سیگنال ورودی بزرگتر است و نسبت سیگنال خروجی به ورودی یا همان بهره یا کین مدار باید از یک بیشتر باشد.

۲. برای این که مدار کاهنده باشد باید نسبت $v_o/v_s < 1$ باشد. به عبارت دیگر در یک مدار کاهنده سیگنال خروجی از سیگنال ورودی کوچکتر است و نسبت سیگنال خروجی به ورودی یا همان بهره یا کین مدار باید از یک کمتر باشد.

مثال ۲۳: در مدار زیر شدت جریان i_s را چنان تعیین کنید که جریان منبع ولتاژ وابسته صفر شود.



$$۲. \frac{-25}{23}$$

$$۴. \frac{-10}{23}$$

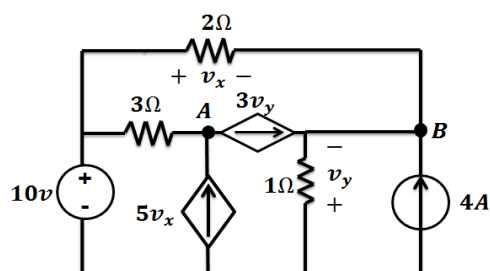
$$۱. \frac{25}{23}$$

$$۳. \frac{20}{23}$$

پاسخ: اولاً در مدار یک مقاومت با ولتاژ معلوم داریم، با استفاده از قانون اهم جریان این مقاومت را محاسبه می‌کنیم. دوماً سوال از ما خواسته جریان i_s را چنان تعیین کنید که جریان منبع ولتاژ وابسته صفر شود، ما هم همین پلا را سر مدار می‌آوریم و جریان منبع ولتاژ وابسته را صفر می‌کنیم. در این صورت منبع جریان وابسته با مقاومت 1Ω سری می‌شود و جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌کند. بعد از پخشش جریان در مدار معادلات KVL را می‌نویسیم.

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

مثال ۲۴: مقادیر v_x و v_y در مدار شکل مقابل بر حسب ولت کدام است؟ (مهندسی کامپیوتر - سخت افزار - ۷۹)

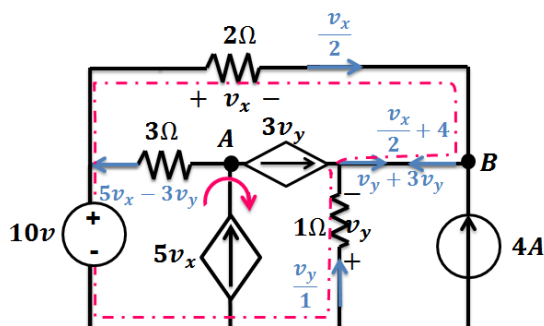


$$۱. \quad v_y = 2 \text{ و } v_x = 8$$

$$۲. \quad v_y = 2 \text{ و } v_x = -8$$

$$۳. \quad v_y = -2 \text{ و } v_x = 8$$

$$۴. \quad v_y = -2 \text{ و } v_x = -8$$



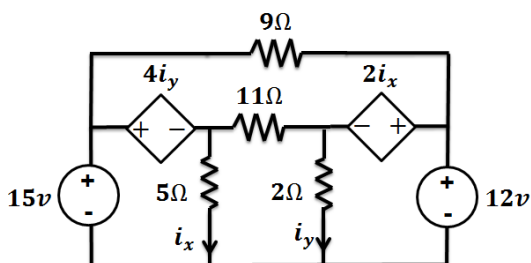
پاسخ: در مدار دو مقاومت با ولتاژ معلوم داریم در این مقاومت‌ها جریان را با استفاده از قانون اهم بدست می‌آوریم. بعد از پخش جریان می‌ریم سراغ نوشتن معادلات مدار:

$$\begin{cases} \rightarrow & \frac{v_x}{2} + 4 = -4v_y \\ \leftarrow & \frac{v_x}{2} + 4v_y = -4 \\ \text{KVL} & -10 + v_x - v_y = 0 \end{cases} \rightarrow v_y = \frac{\frac{10}{2} + 4}{-\frac{1}{2} - 4} = \frac{9}{-\frac{9}{2}} = -2, v_x = 8$$

توجه: علامت $\rightarrow$ بیانگر این مساله است که بعد از پخش جریان، دو جریان در راستای مخالف هم روی یک شاخه قرار گرفته‌اند.

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

مثال ۲۵: جریان i_x نشان داده شده در شکل مقابل چند آمپر است؟ (مهندسی کامپیوتر - گرایش معماری - ۸۳)

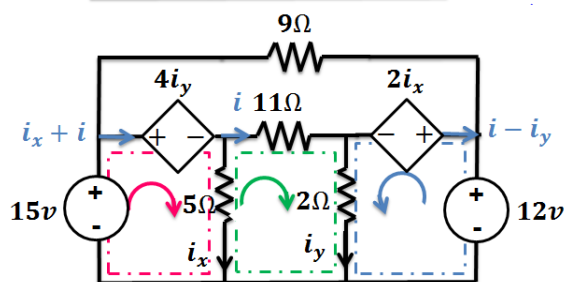


۱. -2

۲. 2

۳. -9

۴. 15



پاسخ: می‌خواهیم سوال را از روش پخش جریان حل کنیم. برای این کار نیاز است یک متغیر جدید مثل i تعریف کنیم. حالا جریان‌ها را در مدار پخش می‌کنیم و در حلقه‌های مشخص شده KVL می‌زنیم:

$$\text{KVL: } -15 + 4i_y + 5i_x = 0 \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -5i_x + 11i + 2i_y = 0 \quad (2)$$

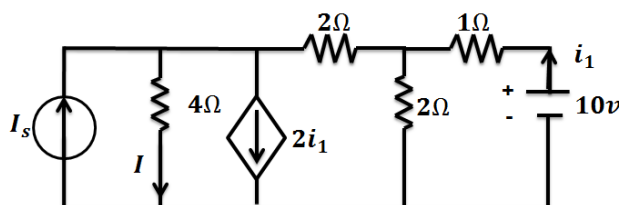
$$\text{KVL: } -12 + 2i_x + 2i_y = 0 \quad (3)$$

$$\begin{cases} (1) \rightarrow 5i_x + 4i_y = 15 \\ (3) \rightarrow 2i_x + 2i_y = 12 \end{cases} \rightarrow i_x = \frac{-(48 - 30)}{2} = -9A$$

با توجه به این که فقط دو مجهول i_x و i_y داریم نیازی به معادله (2) و اضافه کردن پی مورد مجهول به مساله نیست. اگر زرننگ باشید همون اول با نگاه کردن به حلقه‌های مدار متغیرهایی که در معادلات KVL ظاهر می‌شوند را می‌توانید تشخیص بدهید.

مثال ۲۶: در مدار زیر مقدار منبع i_s (برحسب آمپر) در صورتی که $I = 0$ باشد کدام است؟ (مهندسی برق -

(۷۵)



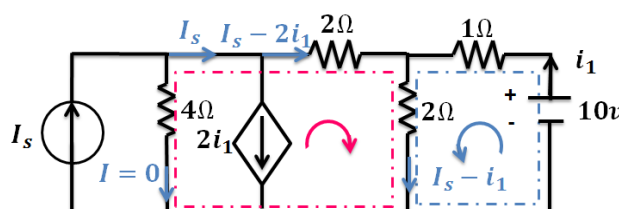
۱. 2.5 A

۲. 7.5 A

۳. 22.5 A

۴. 27.5 A

پاسخ: خواسته مساله را روی مدار پیاده می‌کنیم توجه کنید صفر شدن جریان در شاخه مقاومتی به معنای مدار باز بودن آن نیست و نباید شاخه را اشتباه باز کنیم مقاومتی که جریان از آن عبور نمی‌کند طبق قانون اهم چون اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر می‌شود اتصال کوتاه می‌شود. بعد از پخش جریان، در حلقه‌های مشخص شده KVL می‌زنیم.



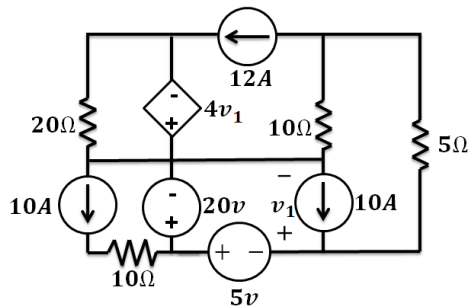
$$\text{KVL: } -0 + 2(I_s - 2i_1) + 2(I_s - i_1) = 0 \rightarrow -6i_1 + 4I_s = 0$$

$$\text{KVL: } -10 + i_1 + 2(I_s - i_1) = 0 \rightarrow -i_1 + 2I_s = 10$$

$$\rightarrow I_s = \frac{-60}{-12 + 4} = 7.5$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

مثال ۲۷: توان منبع وابسته $4v_1$ چند وات است؟ (مهندسی اتوماسیون - (9)

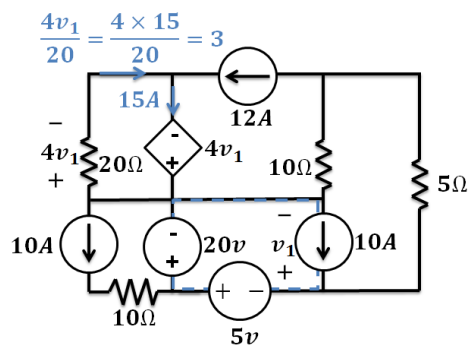


۱. - 900

۲. 540

۳. 1200

۴. 1500



پاسخ: امیدوارم از قیافه مدار نترسیده باشید، این سوال فوق

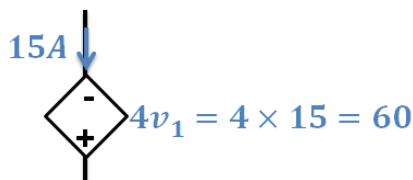
العاده ساده است. برای محاسبه توان منبع وابسته کافیست جریان و

ولتاژ آن را محاسبه کنیم. با یک KVL در حلقه مشخص شده

داریم:

$$KVL: -20 + 5 + v_1 = 0 \rightarrow v_1 = 15$$

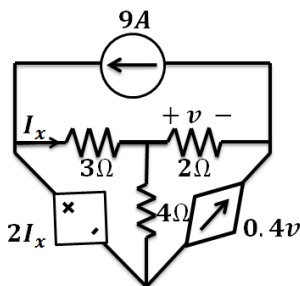
جریان منبع وابسته هم که با پخش جریان مشخص شد برابر با 15A است.



$$P = 15 \times 60 = 900w \rightarrow \text{تولید} -900w \text{ مصرف}$$

بنابراین گزینه صحیح است.

مثال ۲۸: توان منبع وابسته $2I_x$ چند وات است؟ (مهندسی اتوماسیون - ۹)



۲. 20w

۱. 40w

۴. 80w

۳. 60w

پاسخ: برای محاسبه توان منبع وابسته کافیست جریان و ولتاژ آن را محاسبه

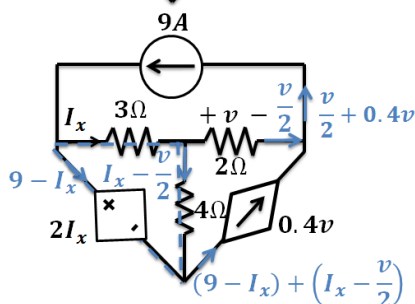
کنیم. ابتدا معادله جریان‌های روی یک شاخه را می‌نویسیم:

$$\leftarrow \frac{v}{2} + 0.4v = 9 \rightarrow v = 10$$

با یک KVL در حلقه مشخص شده داریم:

$$KVL: -2I_x + 3I_x + 4\left(I_x - \frac{10}{2}\right) = 0 \rightarrow$$

$$5I_x - 20 = 0 \rightarrow I_x = 4A$$



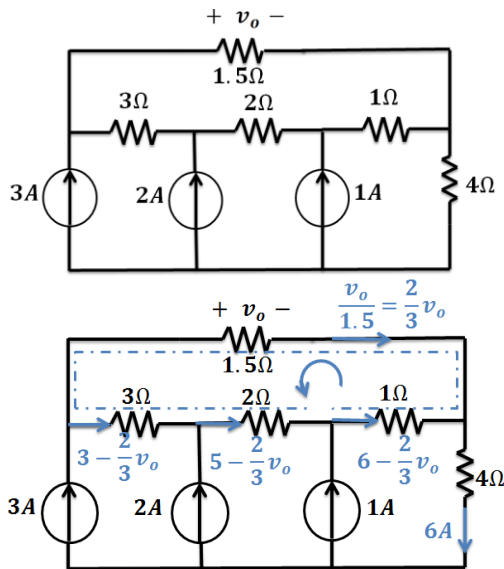
$$9 - I_x = 5A$$

$$2I_x = 8$$

$$P = 8 \times 5 = 40w \text{ مصرف}$$

بنابراین گزینه صحیح است.

مثال ۲۹: ولتاژ v_o در مدار شکل مقابل چند ولت است؟ (مهندسی کامپیوتر - گرایش معماری - ۸۹)



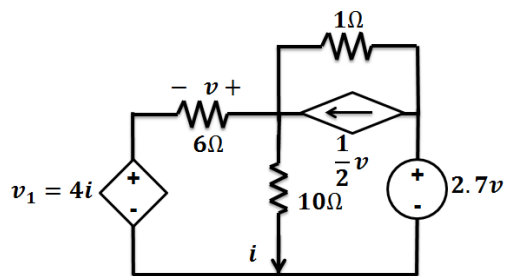
۵	۲	۲۷
۶	۴	۵
		۲۴
		۵

پاسخ: یک شاخه مقاومتی با ولتاژ معلوم داریم، با استفاده از قانون اهم جریان آن را محاسبه می کنیم. سپس جریان ها را در مدار پخش می کنیم. چون اکثر جریان ها پاد ساعتگرد هستند معادله KVL را پادساعتگرد می نویسیم.

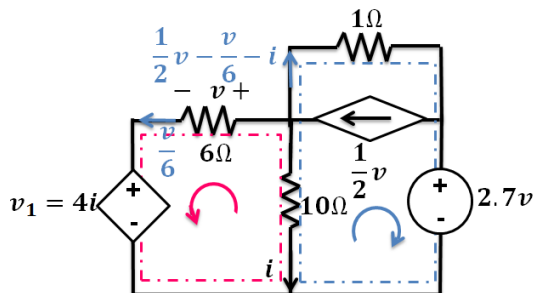
$$KVL: -v_o + 3\left(3 - \frac{2}{3}v_o\right) + 2\left(5 - \frac{2}{3}v_o\right) + 6 - \frac{2}{3}v_o = 0 \rightarrow -5v_o + 25 = 0 \rightarrow v_o = 5$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

مثال ۳۰: در مدار شکل مقابل توان منبع ولتاژ وابسته v_1 چند وات است؟ (مهندسی اتوماسیون - ۹۳)



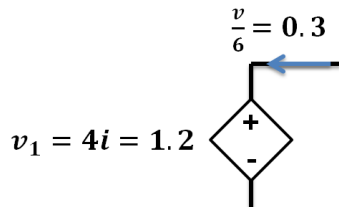
0.36	۲	0.3
3	۴	1.2



پاسخ: برای محاسبه توان منبع وابسته، جریان و ولتاژ آن را باید محاسبه کنیم. در شاخه مقاومتی با ولتاژ معلوم با استفاده از قانون اهم جریان را محاسبه می کنیم. سپس جریان ها را در مدار پخش می کنیم. و میریم سراغ KVL نویسی.

$$\begin{cases} \text{KVL: } -10i + v + 4i = 0 \\ \text{KVL: } -10i + \left(\frac{1}{2}v - \frac{v}{6} - i\right) + 2.7 = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{3}v - 11i = -2.7 \rightarrow i = 0.3, v = 1.8$$

$$v - 6i = 0$$

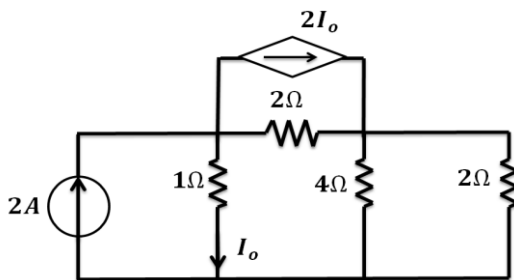


دیاگرام مصرف

$$P = 1.2 \times 0.3 = 0.36 \text{ مصرفی}$$

گزینه ۲ صحیح است.

مثال ۳: در مدار زیر توان منبع وابسته چند وات است؟ (مهندسی کامپیوتر - گرایش هوش مصنوعی - ۹۲)

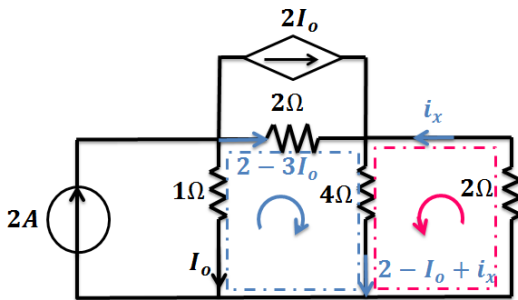


۱. -1.28

۲. 1

۳. 0.64

۴. -0.64

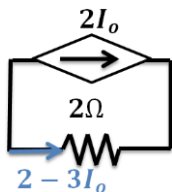


پاسخ: برای محاسبه توان منبع وابسته، جریان و ولتاژ آن را باید محاسبه کنیم. در این سوال یک گره متصل به دو شاخه با جریان مجهول داریم بنابراین باید یک متغیر جریان جدید تعریف کنیم. بعد از پخش جریان در مدار میریم سراغ KVL نویسی.

$$\text{KVL: } -I_o + 2(2 - 3I_o) + 4(2 - I_o + i_x) = 0$$

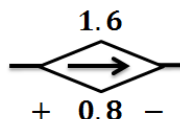
$$\text{KVL: } 2i_x + 4(2 - I_o + i_x) = 0 \quad **$$

$$\begin{cases} 4i_x - 11I_o = -12 \\ 6i_x - 4I_o = -8 \end{cases} \rightarrow I_o = \frac{-32 + 72}{-16 + 66} = \frac{40}{50} = 0.8$$



دیاگرام

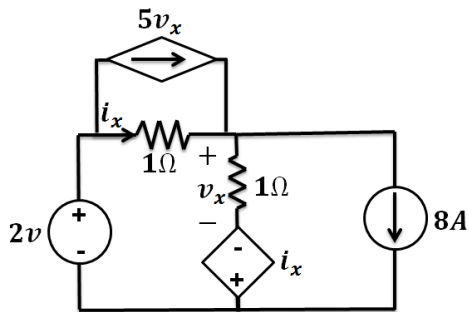
مصرف



$$P = 1.6 \times (-0.8) = -1.28 \text{w} \rightarrow 1.28 \text{w تولید}$$

چون نوع توان در صورت سوال بیان نشده منظور توان مصرفی است. بنابراین گزینه ۳ است.

مثال ۳۲: در مدار زیر توان منبع ولتاژ ۲ ولتی، چند وات است؟ (دکتری مهندسی برق - ۹۵)



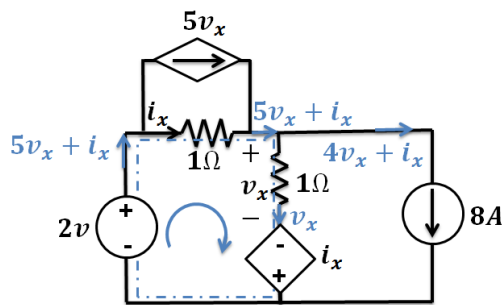
۱. 5

۲. 10

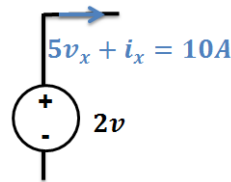
۳. 20

۴. 40

پاسخ: برای محاسبه توان منبع دو ولتی کافیست جریان آن را محاسبه کنیم. در مدار مقاومتی با ولتاژ معلوم داریم با استفاده از قانون اهم جریان آن را محاسبه می‌کنیم، تمام جریان‌های مدار با استفاده از متغیرهای موجود قابل تعریف است و نیازی به تعریف متغیر جدید نیست.



$$\begin{cases} \rightarrow 4v_x + i_x = 8 \\ \downarrow -2 + i_x + v_x - i_x = 0 \end{cases} \rightarrow v_x = 2, i_x = 0$$

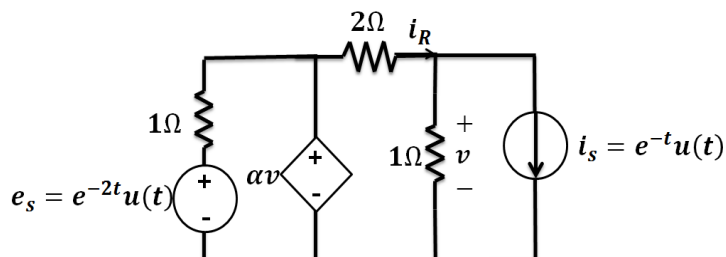


مصرفی $20\text{w} \rightarrow$ تولیدی $P = 2 \times 1 = 20\text{w}$

چون جریان از پلاریته مثبت خارج می‌شود توان تولیدی است. توجه کنید این سوال کمی ايراد دارد چون در صورت سوال نوع توان مطرح نبوده توان مصرفی مورد نظر است. بنابراین اگر در گزینه ها 20 - داشتیم گزینه 20 - مورد قبول بود.

پاسخ گزینه ۳ است.

مثال ۳۳: در مدار شکل زیر α را چنان تعیین کنید که شدت جریان مقاومت ۲ اهمی $i_R = 1/2 e^{-t} u(t)$ باشد؛ (مهندسی برق - ۸۲)



۱. 3 -

۲. 1 -

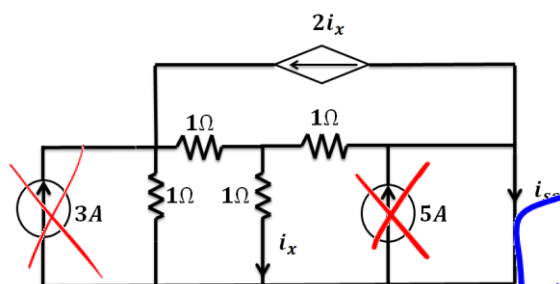
۳. 1

۴. 3

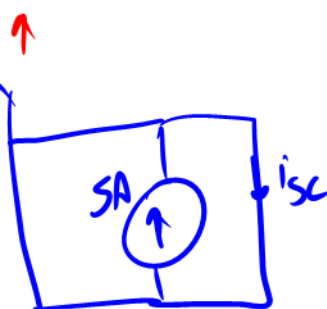
پنابراین گزینه ۲ صحیح است.

نکته: سینوسی و یا ورودی DC باشد. روش تحلیل مدار تغییری نمی کند. این مساله برای مدارهای سلفی و خازنی صادق نیست.

مثال ۳۴: جریان اتصال کوتاه I_{sc} کدام است؟ (مهندسی برق - ۸۳)



مدار معادلی
باید
فایده مند
باشد



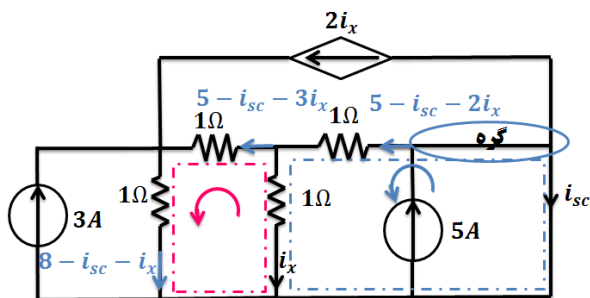
$$I_{sc} = 5A$$

۱. 1A

۲. 2A

۳. 4A

۴. 8A



KVL: $i_x + 5 - i_{sc} - 2i_x = 0$ **

KVL: $5 - i_{sc} - 3i_x + (8 - i_{sc} - i_x) - i_x = 0$ *

$$\begin{cases} i_x + i_{sc} = 5 \\ 5i_x + 2i_{sc} = 13 \end{cases} \rightarrow i_{sc} = \frac{13 - 25}{2 - 5} = \frac{-12}{-3} = 4A$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

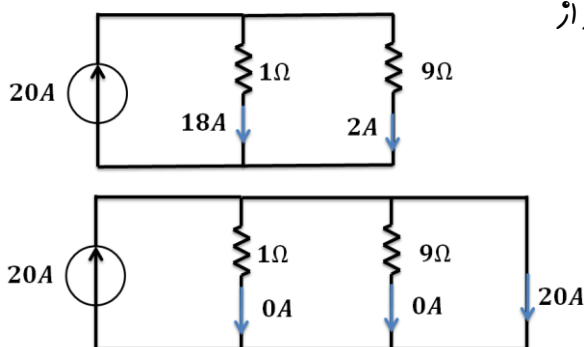
استاد!!! با توجه به این که جریان الکتریکی تمایل دارد از شاخه ای با کمترین مقدار مقاومت عبور کند چرا کل جریان منبع 5A از شاخه اتصال کوتاه عبور نمی کند؟ و مقدار جریان اتصال کوتاه کمتر از 5A شده است؟



عجیب سوال خفنی پرسیدی اصلا بهت نمیاد از این سوال ها پپرسی!!! چون در گره مورد نظر منبع جریان وابسته $2i_x$ وجود دارد که مقداری از جریان را حتما می کشد در ثانی این نکته فقط مربوط تقسیم جریان در چند شاخه مقاومتی است در مورد مدارات پیچیده تر نمی توان چنین

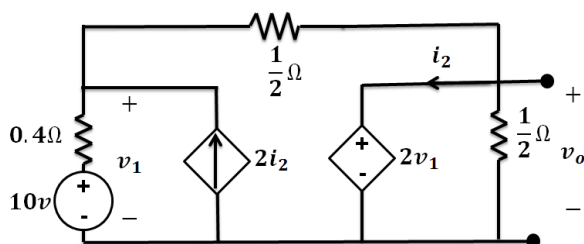


ادعایی کرده به عنوان مثال در مدار مقابل جریان بیشتر از شاخه با مقاومت کمتر یعنی مقاومت 1Ω عبور می کند.



در مدار زیر کل جریان از شاخه اتصال کوتاه شده عبور می کند و مقاومت ها با توجه به این که اختلاف پتانسیل دو سر آن ها صفر است و با توجه به قانون اهم چرایی از خود عبور نمی دهند.

مثال ۳: ولتاژ خروجی v_o در مدار شکل مقابل کدام است؟ (مهندسی برق - ۸۶)

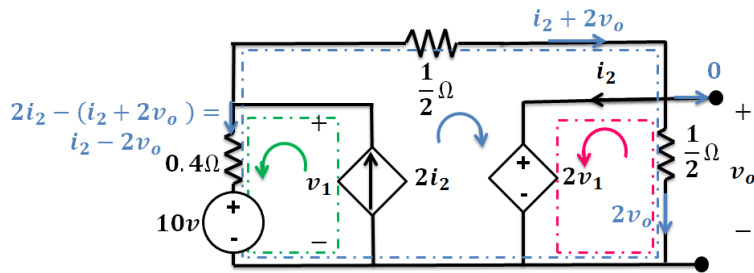


۱. 2

۲. 4

۳. 6

۴. 8



پاسخ: چون گره ای متصل به دو شاخه با جریان نامعلوم وجود ندارد نیازی به تعریف جریان جدید نداریم. چون مدار سه مجهول دارد باید ۳ معادله داشته باشیم بنابراین این در ۳ حلقه مشخص شده KVL می‌زنیم.

$$\text{KVL: } -v_o + 2v_1 = 0 \rightarrow v_1 = \frac{v_o}{2} \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -10 - 0.4(i_2 - 2v_o) + \frac{1}{2}(i_2 + 2v_o) + \frac{1}{2}(2v_o) = 0 \quad (2)$$

$$\text{KVL: } -v_1 + 0.4(i_2 - 2v_o) + 10 = 0 \quad (3)$$

با حذف v_1 از معادله (1)، (2) و (3) داریم:

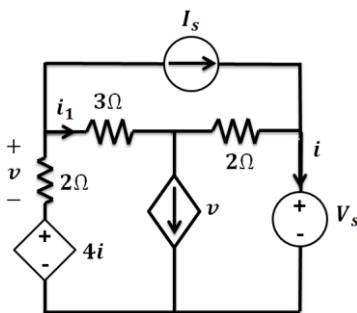
$$\begin{cases} 0.1i_2 + 2.8v_o = 10 \\ 0.4i_2 - 1.3v_o = -10 \end{cases} \rightarrow v_o = 4 \text{ V}$$

استاد!!! چرا جریان خروجی مدار را صفر لحاظ کردید؟

همانطور که می‌بینید دو شاخه مدار باز داریم که جریان نمی‌کشند و برای اندازه‌گیری ولتاژ از آن‌ها استفاده شده است. در واقع در این چا ولتاژ خروجی V_o مثل ولت متر ایده‌آل عمل می‌کند و جریانی نمی‌کشد.



مثال ۳۳: اگر در مدار شکل زیر $i = 2i_1$ باشد مقدار V_s/I_s کدام است؟ (مهندسی برق - ۸۷)



$$\begin{matrix} ۲. & -1 \\ & 2 \\ ۴. & 3 \end{matrix}$$

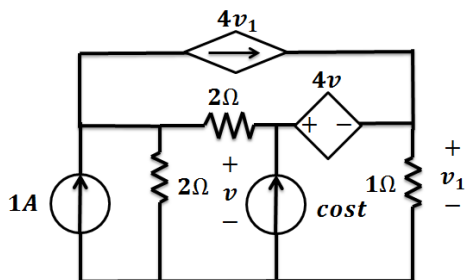
$$\begin{matrix} ۱. & -1 \\ & 3 \\ ۳. & 2 \end{matrix}$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

اشتباه متداول: توجه کنید که در منبع جریان وابسته، جریان وابسته به ولتاژ v است و نباید اشتباه ولتاژ دو سر آن را v در نظر بگیرید. در این شاخه با توجه به این که ولتاژ دو سر منبع جریان وابسته نامشخص است نمی توان KVL زد.

مثال ۳۴: در مدار شکل زیر در چه لحظاتی $v(t) = 0$ است؟ (در گزینه ها k عددی صحیح است) (مهندسی برق

۹۰-



$$\begin{aligned} & 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad .2 \\ & 2k\pi + 2\frac{\pi}{3} \quad .4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad .1 \\ & 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad .3 \end{aligned}$$

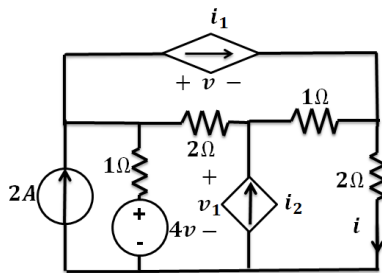


استاد منبع کسینوسی داریم چرا مدار رو به فضای فازور نبردیم؟
عجیب سوالی پرسیدی!!! پسپاری از دانشجویانی که با مبحث فازور آشنایی دارند با دیدن منبع کسینوسی مدار را به فضای فازور می پرند، اما این مدار مقاومتی است (سلف و خازن ندارد) و با همین دانش اندک تحلیل مدارهای مقاومتی قابل حل است.

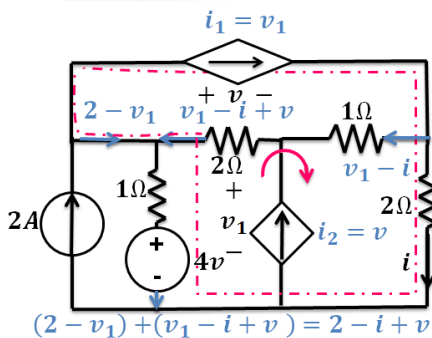


حواستون باشه: در مدارهای مقاومتی، اصلاً نوع منبع اهمیتی ندارد و نیازی به رفتن به حوزه فازور نیست.

مثال ۳: در مدار شکل مقابل $i_1 = v_1$ و $i_2 = v$ است جریان i چند آمپر است؟ (مهندسی برق - ۹)



۲.	2	۴.	-2
۳.	1	۴.	-4

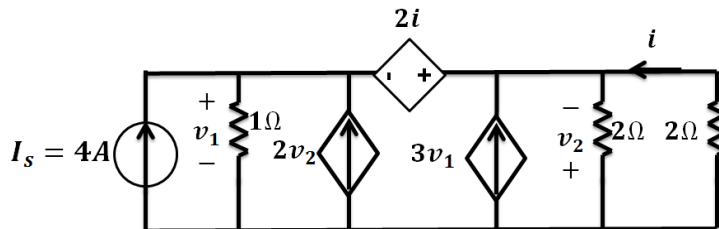


پاسخ: فرض مساله یعنی $i_1 = v_1$ و $i_2 = v$ را روی مدار پیاده می کنیم. جریان همه شاخه ها با متغیرهای تعریف شده قابل بیان است و نیازی به تعریف جریان جدید در مدار نداریم.

$$\text{KVL: } v + 2i - 4 - (2 - i + v) = 0 \rightarrow 3i = 6 \rightarrow$$

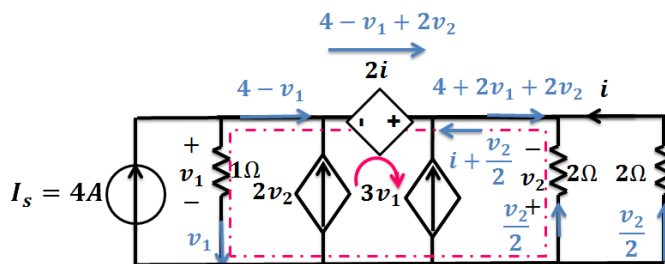
بنابراین گزینه ۲ صحیح است. $i = 2A$

مثال ۳۶: در مدار روپه رو منبع جریان مستقل I_s توانی برابر با چند وات تولید یا مصرف می‌کند؟ (مهندسی اتوماسیون-۹۴)



۱. $32w$ تولید می‌کند
۲. $32w$ مصرف می‌کند
۳. $64w$ تولید می‌کند
۴. $64w$ مصرف می‌کند

پاسخ: با توجه به این که جریان همه شاخه‌ها با متغیرهای تعریف شده قابل بیان است نیازی به تعریف جریان جدید در مدار نداریم. جریان مقاومت‌های ۲ اهمی با توجه به معلوم بودن ولتاژ آن‌ها با استفاده از قانون اهم قابل محاسبه است. بعد از پخش جریان معادلات جریان و KVL مدار را می‌نویسیم:



$$\begin{aligned} \rightarrow & 4 + 2v_1 + 2v_2 = -\left(i + \frac{v_2}{2}\right) \quad (1) \\ \leftarrow & \end{aligned}$$

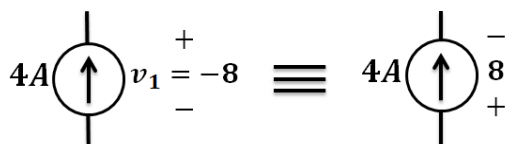
$$\begin{aligned} \leftarrow & i = \frac{v_2}{2} \rightarrow v_2 = 2i \quad (2) \\ \uparrow & \end{aligned}$$

با استفاده از روابط (1)، (2) و (3) داریم:

$$KVL: -v_1 - 2i - v_2 = 0 \quad (3)$$

$$\begin{cases} 2v_1 + 3v_2 = -4 \\ -v_1 - 2v_2 = 0 \end{cases} \rightarrow v_1 = -\frac{-8}{-4+3} = -8 \rightarrow P = 4 \times (-8) = -32w \text{ تولید}$$

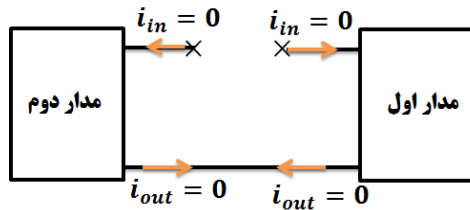
مصرف $32w$



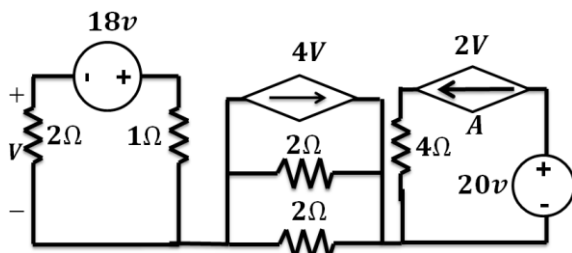
در واقع برای منبع جریان مستقل I_s داریم:

مدارات ایزوله

اگر دو مدار الکتریکی به گونه ای مانند شکل زیر به هم متصل شوند که جریان دو مدار از یکدیگر مستقل باشد و جریان شاخه واسط دو مدار صفر شود، اصطلاحاً می‌گوییم دو مدار از یکدیگر ایزوله هستند.



مثال ۳۷: در مدار شکل زیر المان A توان..... وات را می کند (مهندسی کامپیوتر- هوش مصنوعی- (۹)



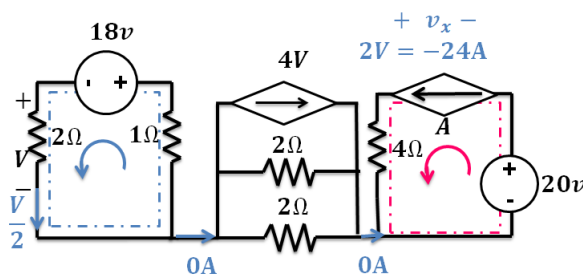
۱. 2784 - مصرف

۲. 2784 - تولید

۳. 96 - مصرف

۴. 96 - تولید

پاسخ: سه قسمت از مدار از هم ایزوله هستند و هر بخش را می توان جداگانه تحلیل کرد. دو مجهول داریم و با نوشتن معادله مدارهای سمت راست و چپ مجهول ها بدست می آید و نیازی به تحلیل مدار وسطی نیست.



$$\text{KVL: } \frac{V}{2} + 18 + V = 0 \rightarrow$$

$$V = -12$$

$$\text{KVL: } -20 - v_x + 4(-24) = 0 \rightarrow$$

$$v_x = -116$$

$$P = -24 \times (-116) = 2784w$$

با توجه به جهت جریان و پلاریته ولتاژ المان A، 2784w توان تولید می کند.

یکتایی جواب

از آن جایی که ما مدل مدار را تحلیل می کنیم نه خود مدار واقعی را، ممکن است هنگام تحلیل مدار و حل معادلات آن با سه حالت کلی زیر رو به رو شویم.

مدار $\left\{ \begin{array}{l} \text{سازگار} \\ \text{بی شمار جواب} \\ \text{بدون جواب، ناسازگار} \end{array} \right\}$ جواب یکتا

در حالی که یک مدار واقعی فقط یک جواب یکتا دارد و این سه حالت فقط روی کاغذ بدست می آید. همیشه به خاطر داشته باشید که جواب یک مدار واقعی با مدل ایده آل آن روی کاغذ متفاوت است چون در مدل سازی از خیلی