

نمایش فضای حالت

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = CX(t) + Du(t)$$

نمایش فضای حالت

- نمایش با استفاده از n معادله مرتبه اول کوپل شده

$$\frac{dx_i}{dt} = \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m b_{ij} u_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

نمایش فضای حالت

• نمایش با استفاده از n معادله مرتبه اول کوپل شده

n متغیر حالت

m ورودی

$$\frac{dx_i}{dt} = \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m b_{ij} u_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

نمایش فضای حالت

• نمایش با استفاده از n معادله مرتبه اول کوپل شده

n متغیر حالت

m ورودی

$$\frac{dx_i}{dt} = \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m b_{ij} u_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix}$$

نمایش فضای حالت

• نمایش با استفاده از n معادله مرتبه اول کوپل شده

n متغیر حالت

m ورودی

$$\frac{dx_i}{dt} = \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m b_{ij} u_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\underline{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}, \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{a_{11}} & a_{12} & \cdots & \underline{a_{1n}} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \quad y(t) = CX(t) + Du(t)$$

نمایش فضای حالت

• نمایش با استفاده از n معادله مرتبه اول کوپل شده

n متغیر حالت

m ورودی

$$\frac{dx_i}{dt} = \dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^m b_{ij} u_j(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

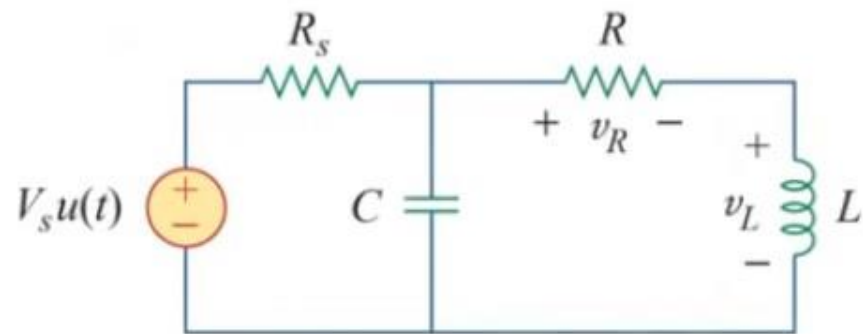
$$\underline{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}, \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{a_{11}} & a_{12} & \cdots & \underline{a_{1n}} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\left[\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \quad y(t) = CX(t) + Du(t) \right]$$

خطی

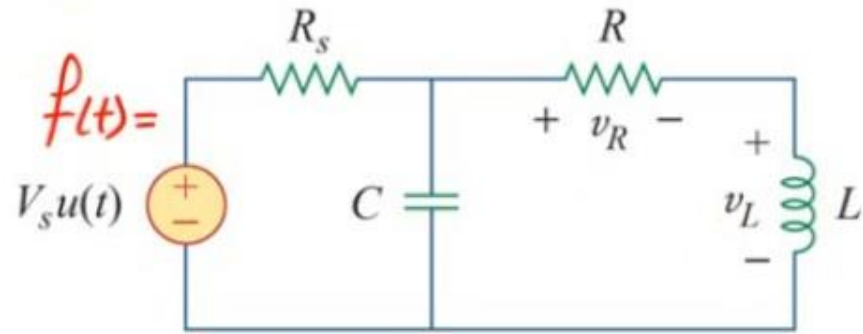
$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned}$$

نمایش فضای حالت



• مدارهای الکتریکی

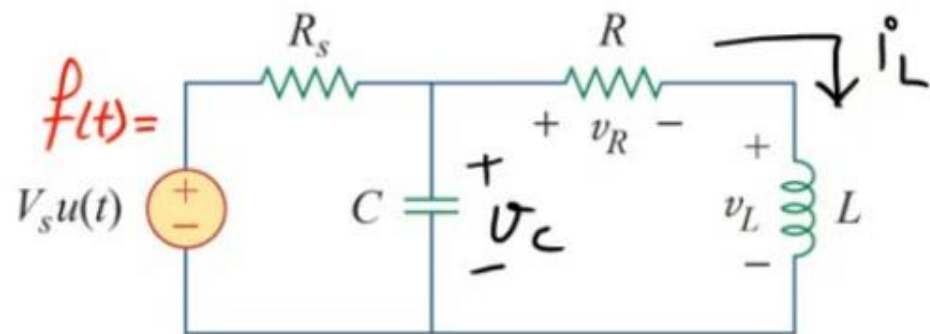
نمایش فضای حالت



$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

• مدارهای الکتریکی

نمایش فضای حالت

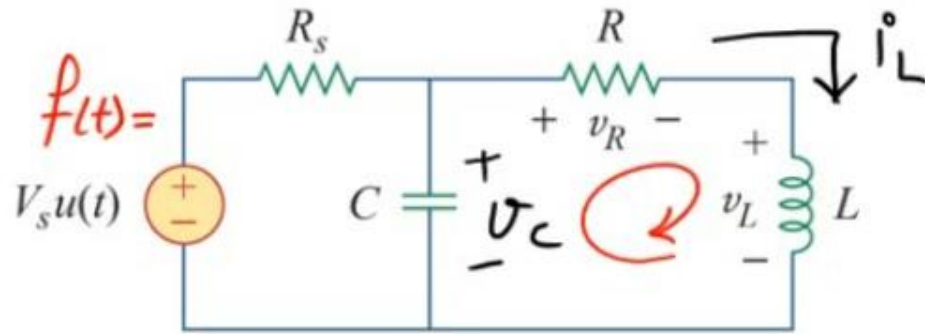


$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

• مدارهای الکتریکی

* مرتبه دوم

نمایش فضای حالت



$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

• مدارهای الکتریکی

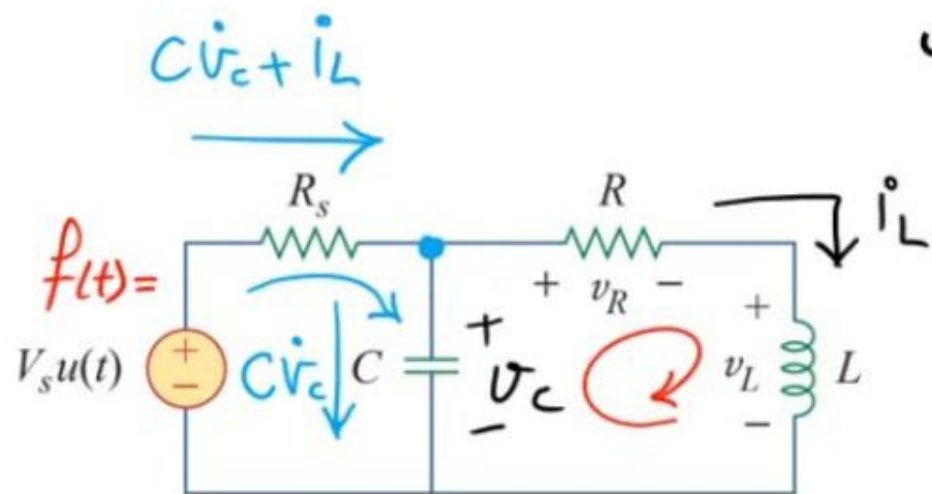
$$x_1 = v_C \quad x_2 = i_L$$

* مرتبه دوم

$$v_C = v_R + v_L = R i_L + L \frac{d}{dt} i_L$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} x_2 = \frac{1}{L} x_1 - \frac{R}{L} x_2$$

نمایش فضای حالت



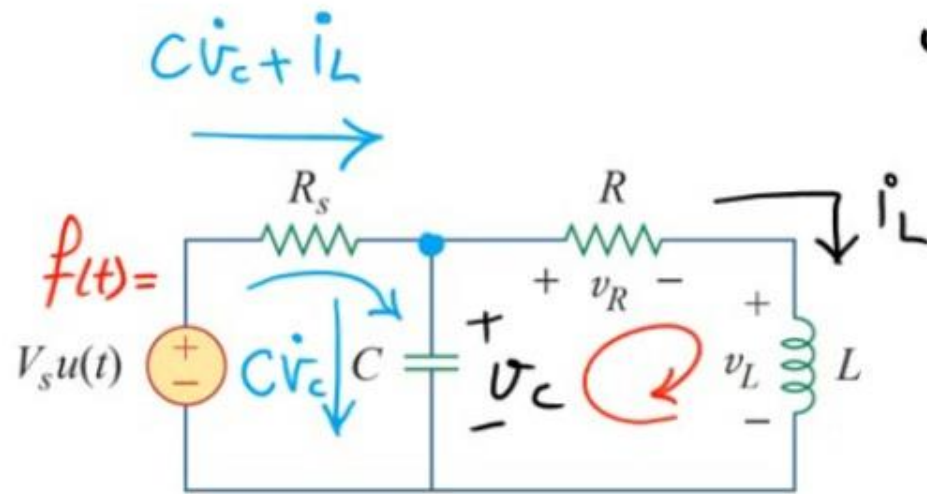
$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

• مدارهای الکتریکی

$$x_1 = v_c \quad x_2 = i_L$$

* مرتبه دوم

نمایش فضای حالت



$$u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

• مدارهای الکتریکی

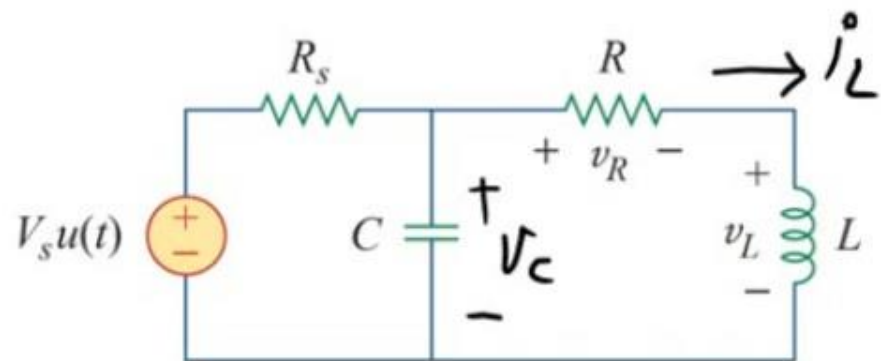
$$x_1 = v_c \quad x_2 = i_L$$

* مرتبه دوم

$$f(t) = V_s u(t) = R_s C \dot{v}_c + R_s i_L + v_c$$

$$\frac{d}{dt} x_1(t) = \frac{-1}{R_s C} x_1 - \frac{1}{C} x_2 + \frac{1}{R_s C} f(t)$$

نمایش فضای حالت



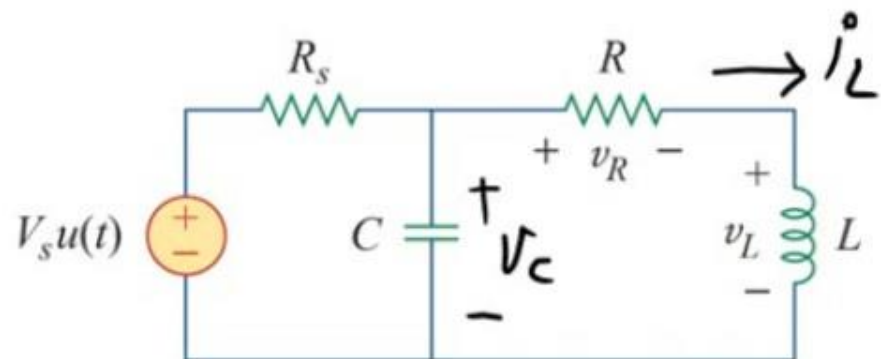
• مدارهای الکتریکی

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} f(t)$$

نمایش فضای حالت



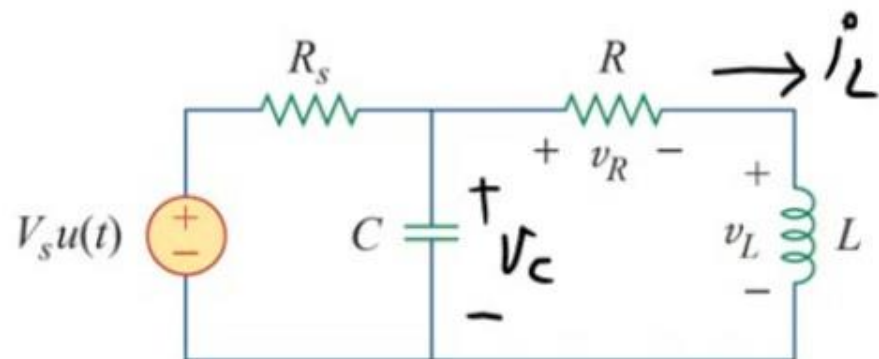
• مدارهای الکتریکی

$$X(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_s C} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{C} \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_s C} \end{bmatrix} f(t)$$

نمایش فضای حالت



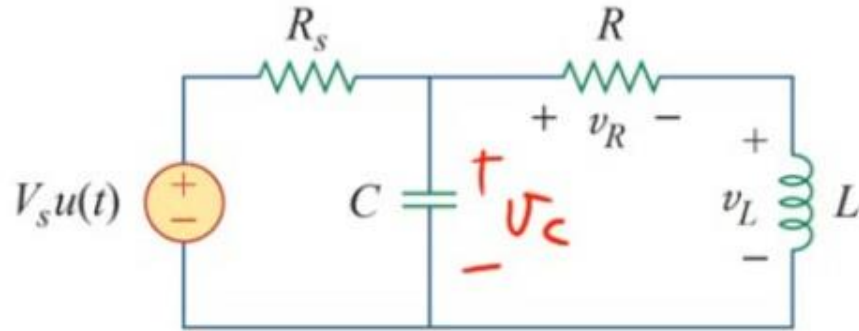
• مدارهای الکتریکی

$$X(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_s C} \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

$$X(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_s C} \\ 0 \end{bmatrix} f(t)$$

نمایش فضای حالت

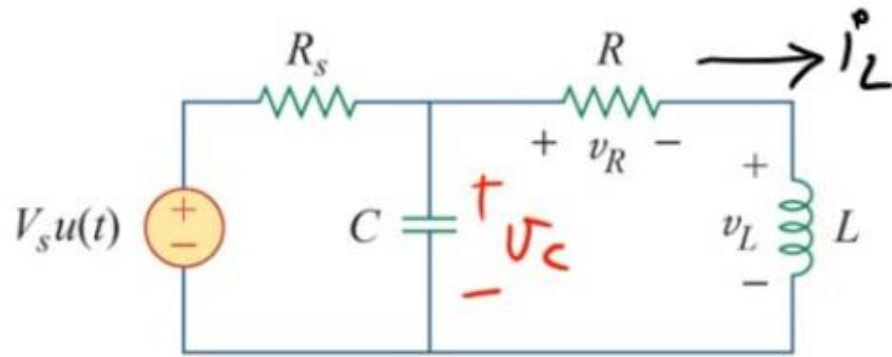


$$y_1 = v_C = [1 \quad 0] x(t) + 0 \cdot f(t)$$

• مدارهای الکتریکی

* خروجی

نمایش فضای حالت

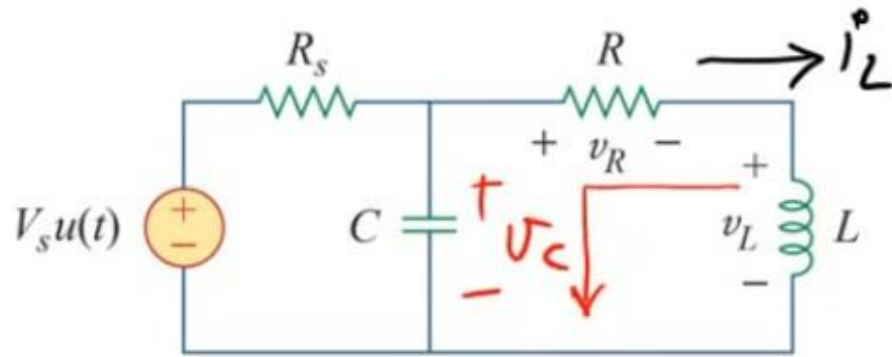


• مدارهای الکتریکی

* خروجی

$$y_1 = v_C = [1 \ 0] x(t) + 0 \cdot f(t) \rightarrow C_1 = [1 \ 0], D_1 = 0$$

نمایش فضای حالت



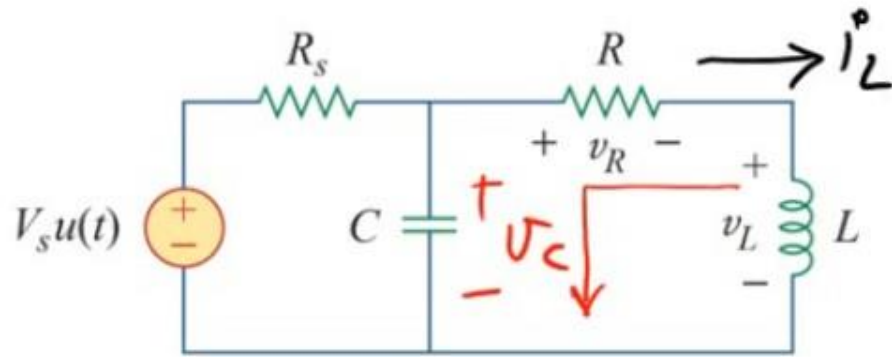
• مدارهای الکتریکی

* خروجی

$$y_1 = v_C = [1 \ 0] x(t) + 0 \cdot f(t) \rightarrow C_1 = [1 \ 0], D_1 = 0$$

$$y_2 = v_L = L \frac{d}{dt} i_L =$$

نمایش فضای حالت



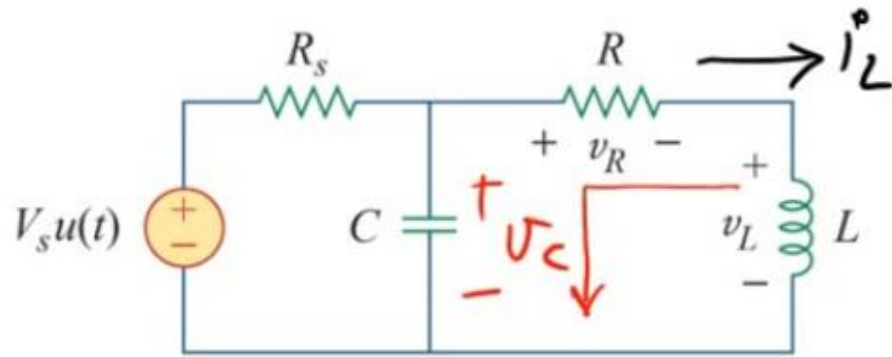
• مدارهای الکتریکی

* خروجی

$$y_1 = v_C = [1 \ 0] x(t) + 0 \cdot f(t) \rightarrow C_1 = [1 \ 0], D_1 = 0$$

$$y_2 = v_L = L \frac{d}{dt} i_L = -v_R + v_C = v_C - R i_L$$

نمایش فضای حالت



• مدارهای الکتریکی

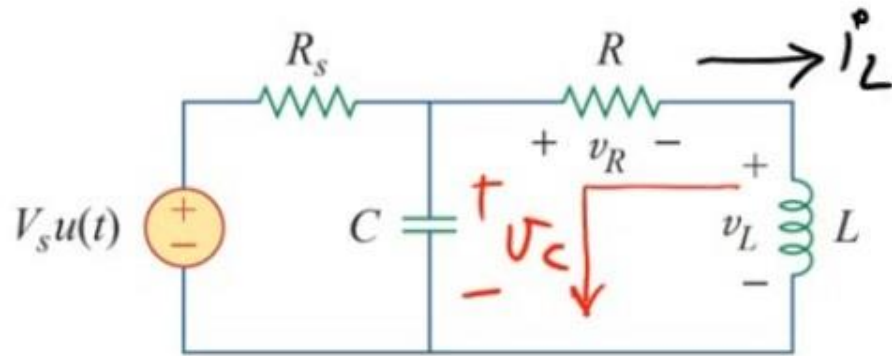
* خروجی

$$y_1 = v_C = [1 \ 0] x(t) + 0 \cdot f(t) \rightarrow C_1 = [1 \ 0], D_1 = 0$$

$$y_2 = v_L = L \frac{d}{dt} i_L = -v_R + v_C = v_C - R i_L$$

$$= [1 \ -R] x(t) + 0 \cdot f(t)$$

نمایش فضای حالت



• مدارهای الکتریکی

* خروجی

$$y_1 = v_C = [1 \ 0] x(t) + 0 \cdot f(t) \rightarrow C_1 = [1 \ 0], D_1 = 0$$

$$y_2 = v_L = L \frac{d}{dt} i_L = -v_R + v_C = v_C - R i_L$$

$$= [1 \ -R] x(t) + 0 \cdot f(t)$$

$\nearrow C_2$
 $\nwarrow D_2 = 0$

نمایش فضای حالت

- تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t) + 2f'(t)$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t) + 2f'(t) \quad \leftarrow$$

* مرتبه ۳

$$x_1 = y$$

$$x_2 = \dot{y}$$

$$x_3 = \ddot{y}$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t) + 2f'(t) \quad \leftarrow$$

* مرتبه ۳

$$x_1 = y \longrightarrow$$

$$x_2 = \dot{y} \longrightarrow$$

$$x_3 = \ddot{y} \longrightarrow$$

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = x_3$$

$$\dot{x}_3 = y'''$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\rightarrow y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t) + 2f'(t) \quad \leftarrow$$

* مرتبه ۳

$$x_1 = y \rightarrow$$

$$x_2 = \dot{y} \rightarrow$$

$$x_3 = \ddot{y} \rightarrow$$

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = x_3$$

$$\dot{x}_3 = y''' = f(t) + 2f'(t) - 3x_3 - 2x_2 - x_1$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\rightarrow y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t) + 2f'(t) \quad \leftarrow$$

* مرتبه ۳

$$x_1 = y \rightarrow$$

$$x_2 = \dot{y} \rightarrow$$

$$x_3 = \ddot{y} \rightarrow$$

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = x_3$$

$$\dot{x}_3 = y''' = f(t) + 2f'(t) - 3x_3 - 2x_2 - x_1$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\rightarrow y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t) + 2f'(t) \quad \leftarrow$$

* مرتبه ۳

$$x_1 = y \rightarrow$$

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2$$

$$x_2 = \dot{y} \rightarrow$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = x_3$$

$$x_3 = \ddot{y} - 2f \rightarrow$$

$$\dot{x}_3 = y''' - 2f'$$

$$= (f + 2f' - 3y'' - 2x_2 - x_1) - 2f'$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\rightarrow y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t) + 2f'(t) \quad \leftarrow$$

* مرتبه ۳

$$x_1 = y \rightarrow$$

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2$$

$$x_2 = \dot{y} \rightarrow$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = x_3$$

$$x_3 = \ddot{y} - 2f \rightarrow$$

$$\dot{x}_3 = y''' - 2f'$$

$$\downarrow$$

$$y'' = x_3 + 2f$$

$$= (f + \cancel{2f'} - 3y'' - 2x_2 - x_1) - \cancel{2f'}$$

$$= f - 2x_3 - x_1 - 3($$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\rightarrow y'''(t) + 3y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f(t) + 2f'(t) \quad \leftarrow$$

* مرتبه ۳

$$x_1 = y \rightarrow$$

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2$$

$$x_2 = \dot{y} \rightarrow$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = x_3$$

$$x_3 = \ddot{y} - 2f \rightarrow$$

$$\dot{x}_3 = y''' - 2f'$$

$$\downarrow$$

$$y'' = x_3 + 2f$$

$$\begin{aligned} &= (f + \cancel{2f'} - 3y'' - 2x_2 - x_1) - \cancel{2f'} \\ &= f - 2x_3 - x_1 - 3(x_3 + 2f) \end{aligned}$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - \delta f$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - \delta f$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} \quad \quad \quad \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} \quad \quad \quad \end{bmatrix} f(t)$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - \delta f$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} f(t)$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - \delta f$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(t)$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\rightarrow \dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - \delta f$$
$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(t)$$

نمایش فضای حالت

• تبدیل معادلات دیفرانسیل به فضای حالت

$$\rightarrow \dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - \delta f$$
$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\delta \end{bmatrix} f(t)$$

نمایش تابع تبدیل

$$T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

نمایش تابع تبدیل

- نمایش رابطه بین ورودی و خروجی توسط **نسبت تبدیل لاپلاس خروجی به ورودی**
- این نمایش فقط برای سیستم‌های **LTI** کاربرد دارد.

$$T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

نمایش تابع تبدیل

- نمایش رابطه بین ورودی و خروجی توسط **نسبت تبدیل لاپلاس خروجی به ورودی**
- این نمایش فقط برای سیستم‌های **LTI** کاربرد دارد.
- تابع تبدیل در **شرایط اولیه صفر** محاسبه می‌شود.

$$T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

نمایش تابع تبدیل

- نمایش رابطه بین ورودی و خروجی توسط **نسبت تبدیل لاپلاس خروجی به ورودی**

- این نمایش فقط برای سیستم‌های **LTI** کاربرد دارد.

$$T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \rightarrow T(s) = Y(s)$$

- تابع تبدیل در **شرایط اولیه صفر** محاسبه می‌شود.

- تابع تبدیل همان **تبدیل لاپلاس پاسخ ضربه** سیستم است.

$$u(t) = \delta(t) \rightarrow U(s) = 1$$



نمایش تابع تبدیل

- نمایش رابطه بین ورودی و خروجی توسط **نسبت تبدیل لاپلاس خروجی به ورودی**

- این نمایش فقط برای سیستم‌های **LTI** کاربرد دارد.

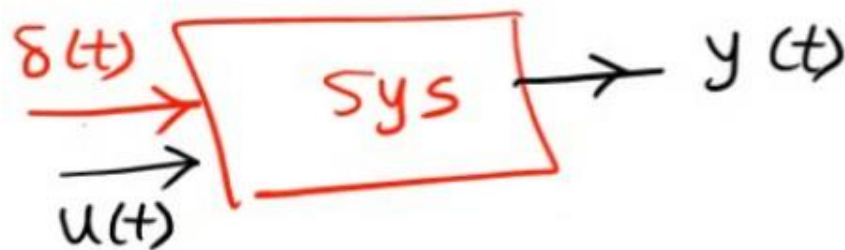
- تابع تبدیل در **شرایط اولیه صفر** محاسبه می‌شود.

- تابع تبدیل همان **تبدیل لاپلاس پاسخ ضربه** سیستم است.

$$T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \rightarrow T(s) = Y(s)$$

$$u(t) = \delta(t) \rightarrow U(s) = +1$$

$$\rightarrow Y(s) = T(s) U(s)$$



$$y(t) = \ell^{-1}(T(s)U(s))$$

نمایش تابع تبدیل

• تبدیل معادله دیفرانسیل به تابع تبدیل

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_mu^{(m)}(t) + b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t)$$

نمایش تابع تبدیل

مرتبه n

• تبدیل معادله دیفرانسیل به تابع تبدیل

$$\Rightarrow y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_mu^{(m)}(t) + b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t)$$

$$\ell(y^{(n)}(t)) = s^n Y(s) - s^{n-1}y(0) - s^{n-2}y'(0) - \dots - sy^{(n-2)}(0) - y^{(n-1)}(0)$$

نمایش تابع تبدیل

مرتبه n

• تبدیل معادله دیفرانسیل به تابع تبدیل

$$\Rightarrow y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t)$$

$$\ell(y^{(n)}(t)) = s^n Y(s) - \left(s^{n-1}y(0) - s^{n-2}y'(0) - \dots - sy^{(n-2)}(0) - y^{(n-1)}(0) \right)^0$$

$$[s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0]Y(s) = [b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0]U(s)$$

نمایش تابع تبدیل

مرتبه n

• تبدیل معادله دیفرانسیل به تابع تبدیل

$$\Rightarrow y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1\dot{u}(t) + b_0u(t)$$

$$\ell(y^{(n)}(t)) = s^n Y(s) - \left(s^{n-1}y(0) - s^{n-2}y'(0) - \dots - sy^{(n-2)}(0) - y^{(n-1)}(0) \right)^0$$

$$[s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0]Y(s) = [b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0]U(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$

نمایش تابع تبدیل

- تبدیل فرم فضای حالت به تابع تبدیل

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = CX(t) + Du(t)$$

نمایش تابع تبدیل

• تبدیل فرم فضای حالت به تابع تبدیل

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = CX(t) + Du(t)$$

$$sX(s) - X(0) = AX(s) + BU(s)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s)$$

نمایش تابع تبدیل

• تبدیل فرم فضای حالت به تابع تبدیل

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = CX(t) + Du(t)$$

$$sX(s) - \cancel{X(0)} = AX(s) + BU(s) \rightarrow X(s) = (sI - A)^{-1}B U(s)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s)$$

نمایش تابع تبدیل

• تبدیل فرم فضای حالت به تابع تبدیل

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = CX(t) + Du(t)$$

$$sX(s) - \cancel{X(0)} = AX(s) + BU(s) \rightarrow X(s) = (sI - A)^{-1}B U(s)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s)$$

$$= [C(sI - A)^{-1}B + D] U(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = T(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

نمایش تابع تبدیل

- **مثال اول:** تابع تبدیل یک سیستم بصورت زیر داده شده است. خروجی سیستم به ازای ورودی داده شده را محاسبه کنید.

$$T(s) = \frac{s^2 + 1}{s(s+1)^2(s+2)} \quad u(t) = \begin{cases} \cos(t) & t \geq 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

نمایش تابع تبدیل

• **مثال اول:** تابع تبدیل یک سیستم بصورت زیر داده شده است. خروجی سیستم به ازای ورودی داده شده را محاسبه کنید.

$$T(s) = \frac{s^2 + 1}{s(s+1)^2(s+2)} \quad u(t) = \begin{cases} \cos(t) & t \geq 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

$$Y(s) = T(s) U(s) = \frac{s^2 + 1}{s(s+1)^2(s+2)} \times \frac{s}{s^2 + 1}$$

نمایش تابع تبدیل

- **مثال اول:** تابع تبدیل یک سیستم بصورت زیر داده شده است. خروجی سیستم به ازای ورودی داده شده را محاسبه کنید.

$$T(s) = \frac{s^2 + 1}{s(s+1)^2(s+2)} \quad u(t) = \begin{cases} \cos(t) & t \geq 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

$$Y(s) = T(s) U(s) = \frac{\cancel{s^2+1}}{\cancel{s}(s+1)^2(s+2)} \times \frac{\cancel{s}}{\cancel{s^2+1}}$$

$$= \frac{(s+2) - (s+1)}{(s+1)^2(s+2)} = \frac{1}{(s+1)^2} - \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

نمایش تابع تبدیل

- **مثال اول:** تابع تبدیل یک سیستم بصورت زیر داده شده است. خروجی سیستم به ازای ورودی داده شده را محاسبه کنید.

$$T(s) = \frac{s^2 + 1}{s(s+1)^2(s+2)} \quad u(t) = \begin{cases} \cos(t) & t \geq 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

$$Y(s) = T(s) U(s) = \frac{\cancel{s^2+1}}{\cancel{s}(s+1)^2(s+2)} \times \frac{\cancel{s}}{\cancel{s^2+1}}$$
$$= \frac{(s+2) - (s+1)}{(s+1)^2(s+2)} = \frac{1}{(s+1)^2} - \frac{(s+2) - (s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

نمایش تابع تبدیل

- **مثال اول:** تابع تبدیل یک سیستم بصورت زیر داده شده است. خروجی سیستم به ازای ورودی داده شده را محاسبه کنید.

$$T(s) = \frac{s^2 + 1}{s(s+1)^2(s+2)} \quad u(t) = \begin{cases} \cos(t) & t \geq 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Y(s) = T(s) U(s) &= \frac{\cancel{s^2+1}}{\cancel{s}(s+1)^2(s+2)} \times \frac{\cancel{s}}{\cancel{s^2+1}} \\ &= \frac{(s+2) - (s+1)}{(s+1)^2(s+2)} = \frac{1}{(s+1)^2} - \frac{(s+2) - (s+1)}{(s+1)(s+2)} \\ &= \frac{1}{(s+1)^2} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2} \end{aligned}$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال اول:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1}(\gamma(s)) \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{(s+1)^2} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2}\right) \\ &= t e^{-t} u(t) - e^{-t} u(t) + e^{-2t} u(t) \end{aligned}$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال اول:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1}(\gamma(s)) \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{(s+1)^2} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2}\right) \\ &= t e^{-t} u(t) - e^{-t} u(t) + e^{-2t} u(t) \\ &= \left((t-1)e^{-t} + e^{-2t} \right) u(t) \end{aligned}$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال دوم: تابع تبدیل سیستم توصیف شده با معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = f(t)$$

$$y(t) = 2x(t) + x'(t)$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال دوم: تابع تبدیل سیستم توصیف شده با معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = f(t) \rightarrow s^2 X(s) + 2s X(s) + 2X(s) = F(s)$$
$$y(t) = 2x(t) + x'(t)$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال دوم: تابع تبدیل سیستم توصیف شده با معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$\begin{cases} x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = f(t) \\ y(t) = 2x(t) + x'(t) \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} & s^2 X(s) + 2s X(s) + 2X(s) = F(s) \\ & Y(s) = 2X(s) + sX(s) \\ & = (s + 2) X(s) \end{aligned}$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال دوم: تابع تبدیل سیستم توصیف شده با معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = f(t) \rightarrow s^2 X(s) + 2sX(s) + 2X(s) = F(s)$$

$$y(t) = 2x(t) + x'(t) \longrightarrow Y(s) = 2X(s) + sX(s)$$

$$= (s + 2) X(s)$$

$$= \frac{s + 2}{s^2 + 2s + 2} F(s)$$

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{s + 2}{s^2 + 2s + 2} = T(s)$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال سوم: تابع تبدیل سیستم توصیف شده با معادلات فضای حالت زیر را بیابید.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} x(t)$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال سوم: تابع تبدیل سیستم توصیف شده با معادلات فضای حالت زیر را بیابید.

$$\dot{x}(t) = \overset{A}{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}} x(t) + \overset{\rightarrow B}{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}} u(t)$$

$$y(t) = \underset{C}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}} x(t) \quad D = 0$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال سوم: تابع تبدیل سیستم توصیف شده با معادلات فضای حالت زیر را بیابید.

$$\dot{x}(t) = \overset{A}{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}} x(t) + \overset{\rightarrow B}{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}} u(t)$$

$$y(t) = \underset{C}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}} x(t) \quad D = 0$$

$$T(s) = C (sI - A)^{-1} B + D$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال سوم: تابع تبدیل سیستم توصیف شده با معادلات فضای حالت زیر را بیابید.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \overset{A}{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}} x(t) + \overset{\rightarrow B}{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}} u(t) \\ y(t) = \underset{C}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}} x(t) \quad \underset{D}{D=0} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} T(s) &= C (sI - A)^{-1} B + D \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ 2 & s+3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 0 \end{aligned}$$

نمایش تابع تبدیل

• مثال سوم:

$$T(s) = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}}{s^2 + 3s + 2} \begin{bmatrix} s+3 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}}{s^2 + 3s + 2} \begin{bmatrix} s+3 \\ -2 \end{bmatrix} = \frac{s+1}{s^2 + 3s + 2}$$