

۱

فیزیک الکترونیک

۱-۱ چکیده

- عامل هدایت الکتریکی در فلزات، الکترونهای آزاد هستند که با اعمال میدان الکتریکی به آنها با سرعت v متناسب با شدت میدان اعمال شده به حرکت در می آیند و باعث ایجاد یک جریان الکتریکی می گردند. ضریب این تناسب قابلیت تحرک الکترون (μ_e) نام دارد و برای هر فلز مقداری معین است.

$$v = \mu_e E$$

- چگالی جریان الکتریکی هدایتی در یک هادی را می توان با استفاده از نمایش نقطه ای قانون اهم به صورت زیر نوشت:

$$J = (nq\mu_e) E = \sigma E$$

که در آن n چگالی الکترونهای آزاد، q بار الکتریکی الکترون و E شدت میدان الکتریکی است. همچنین $\sigma = nq\mu_e$ بر حسب $(\Omega\text{-cm})^{-1}$ را رسانایی هادی گویند.

- در نیمه هادیها جریان الکتریکی ناشی از حرکت دو نوع حامل بار، یکی حاملهای بار منفی (الکترونهای آزاد) و دیگری حاملهای بار مثبت (حفره ها) می باشد.

- انواع نیمه هادیها: بسته به مقدار چگالی حاملهای بار، سه نوع نیمه هادی به صورت زیر تعریف می شود:

۱. نیمه هادی ذاتی یا خالص: چگالی حفره ها و الکترونهای آزاد یکسان بوده و برابر چگالی ذاتی (n_i) است. n_i به جنس نیمه هادی و دما بستگی دارد. سیلیکن (Si) و ژرمانیم (Ge) از عناصر مهمی هستند که معمولاً به عنوان نیمه هادی به کار می روند و چهار ظرفیتی هستند.

۲. نیمه هادی نوع N: با افزودن ناخالصی بخشنده (پنج ظرفیتی) به نیمه هادی خالص، نیمه هادی نوع N حاصل می شود و در آن الکترونها، حاملهای اکثریت و حفره ها، حاملهای اقلیت را تشکیل می دهند.

۳. نیمه‌هادی نوع P: با افزودن ناخالصی پذیرنده (سه ظرفیتی) به نیمه‌هادی خالص، نیمه‌هادی نوع P حاصل می‌شود و در آن حفره‌ها، حامل‌های اکثریت و الکترون‌ها، حامل‌های اقلیت را تشکیل می‌دهند.

● اتم ناخالصی بخشنده بلافاصله پس از تزریق در نیمه‌هادی، یونیزه شده و با از دست دادن یک الکترون به یون مثبت ساکن تبدیل می‌گردد. اتم ناخالصی پذیرنده نیز بلافاصله پس از تزریق در نیمه‌هادی یونیزه شده و با گرفتن یک الکترون به یون منفی ساکن تبدیل می‌شود. بنابراین چگالی یون‌های مثبت و منفی به ترتیب برابر چگالی اتم‌های ناخالصی بخشنده (N_D) و ناخالصی پذیرنده (N_A) است.

● در هر نیمه‌هادی اعم از خالص و ناخالص دو قانون زیر همواره برقرار است:

۱. قانون اثر جرم: حاصل ضرب چگالی الکترون‌ها (n) و چگالی حفره‌ها (p) همواره برابر مربع چگالی ذاتی

$$np = n_i^2 \quad \text{نیمه‌هادی است. یعنی}$$

۲. خنثی بودن بارهای الکتریکی: جمع جبری بارهای مثبت و منفی در یک قطعه نیمه‌هادی صفر است یعنی

$$n + N_A = p + N_D$$

● در نیمه‌هادی نوع N، چگالی الکترون‌های آزاد تقریباً برابر N_D بوده و بنابراین با توجه به قانون اثر جرم، چگالی حامل‌های اقلیت برابر است با

$$n \approx N_D \Rightarrow p_N = \frac{n_i^2}{N_D}$$

به همین ترتیب برای نیمه‌هادی نوع P داریم

$$p \approx N_A \Rightarrow n_P = \frac{n_i^2}{N_A}$$

● مؤلفه‌های جریان در نیمه‌هادیها: در نیمه‌هادیها جریان الکتریکی دارای دو مؤلفه «جریان هدایتی» و «جریان انتشاری» است.

۱. جریان هدایتی: این جریان ناشی از حرکت حامل‌های بار (الکترون‌های آزاد و حفره‌ها) تحت تأثیر میدان الکتریکی خارجی است. چگالی جریان هدایتی دارای رابطه زیر می‌باشد:

$$J = (nq\mu_n + pq\mu_p)E = \sigma E$$

که σ رسانایی ویژه نیمه‌هادی و $\rho = \sigma^{-1}$ بر حسب $\Omega\text{-cm}$ را مقاومت ویژه نیمه‌هادی گویند. μ_n و μ_p به ترتیب قابلیت تحرک الکترون و حفره است.

در نیمه‌هادی نوع N، چگالی جریان الکتریکی با صرف نظر از اثر حامل‌های اقلیت از رابطه زیر

حاصل می‌شود:

$$J_N = (N_D\mu_n + p_N\mu_p)qE \approx N_Dq\mu_nE = \sigma_N E$$

به همین ترتیب برای نیمه‌هادی نوع P، چگالی جریان الکتریکی برابر است با

$$J_p = (N_A \mu_p + n_p \mu_n) q E \approx N_A q \mu_p E = \sigma_p E$$

در نیمه‌هادی ذاتی $n = p = n_i$ بوده و رسانایی ویژه آن برابر است با

$$\sigma_i = n_i q (\mu_n + \mu_p)$$

μ_n ، μ_p و n_i از مشخصات بلور به کار رفته هستند. در جدول ۱-۱ بعضی پارامترهای مهم بلورهای سیلیکن و ژرمانیم آورده شده است.

۲. جریان انتشاری: این جریان در اثر توزیع غیر یکنواخت حاملهای بار الکتریکی در نیمه‌هادی به وجود می‌آید، به این ترتیب که حاملها بدون اعمال میدان الکتریکی خارجی، از محل با تجمع بیشتر به محل با تجمع کمتر انتشار می‌یابند. بدیهی است که این جریان نمی‌تواند دائمی باشد و توسط میدان الکتریکی داخلی که ناشی از عدم توزیع یکنواخت یونهای ناخالصی است، خنثی می‌گردد. فرض کنید که چگالی حفره‌ها برحسب مکان به صورت $p(x)$ تغییر می‌کند. طبق قانون انتشار، چگالی جریان انتشاری برابر است با

جدول ۱-۱: پارامترهای سیلیکن و ژرمانیم

پارامتر	سیلیکن	ژرمانیم
عدد اتمی	۱۴	۳۲
وزن اتمی (g)	۲۸٫۱	۷۲٫۶
چگالی (g/cm^3)	۲٫۳۳	۵٫۳۲
ثابت نسبی دی‌الکتریک (ϵ_r)	۱۲	۱۶
$\text{cm}^3/\text{اتم}$	5×10^{-22}	$4,4 \times 10^{-22}$
E_G در صفر درجه کلوین (eV)	۱٫۲۱	۰٫۷۸۵
E_G در ۳۰۰ درجه کلوین (eV)	۱٫۱	۰٫۷۲
n_i در ۳۰۰ درجه کلوین (cm^{-3})	$1,5 \times 10^{10}$	$2,5 \times 10^{13}$
ρ مقاومت ویژه در ۳۰۰ درجه کلوین ($\Omega\text{-cm}$)	۲۳۰۰۰۰	۴۵
μ_n در ۳۰۰ درجه کلوین ($\text{cm}^2/\text{V-sec}$)	۱۳۰۰	۳۸۰۰
μ_p در ۳۰۰ درجه کلوین ($\text{cm}^2/\text{V-sec}$)	۵۰۰	۱۸۰۰
$D_n = \mu_n V_T$ (cm^2/sec)	۳۴	۹۹
$D_p = \mu_p V_T$ (cm^2/sec)	۱۳	۴۷

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-14} \text{ F/cm}, \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0, \quad q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$J_p(x) = -q D_p \frac{dp(x)}{dx}$$

که در آن D_p ثابت انتشار حفره است.

اگر میدان الکتریکی داخلی را $E(x)$ بنامیم، چگالی جریان هدایتی ناشی از آن برابر $p(x) q \mu_p E(x)$ است. حال با توجه به اینکه هیچ منبع خارجی به نیمه هادی وصل نگردیده است، چگالی کل جریان حفره ها برابر صفر خواهد بود. بنابراین

$$J_{p,tot} = p(x) q \mu_p E(x) - q D_p \frac{dp(x)}{dx} = 0$$

در نتیجه میدان الکتریکی داخلی ناشی از گرادیان حفره ها برابر است با

$$E(x) = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx} = \frac{V_T}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}$$

که با توجه به رابطه $E(x) = -dV/dx$ رابطه زیر برای پتانسیل الکتریکی حاصل می شود:

$$dV = -V_T \frac{dp(x)}{p(x)}$$

مقدار ولتاژ V_T در دمای معمولی (۳۰۰ درجه کلوین) برابر 26 mV است.

به همین ترتیب برای توزیع غیر یکنواخت الکترون های آزاد $n(x)$ ، روابط چگالی جریان انتشاری، میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی برابر است با

$$J_n(x) = +q D_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$E(x) = -\frac{D_n}{\mu_n} \frac{1}{n(x)} \frac{dn(x)}{dx} = \frac{-V_T}{n(x)} \frac{dn(x)}{dx}$$

$$dV(x) = V_T \frac{dn(x)}{n(x)}$$

● پیوند P-N: در یک پیوند P-N و در حالت مدار باز، حامل های اکثریت به دلیل تغییر ناگهانی چگالی حامل در محل پیوند، از یک طرف به سوی دیگر انتشار می یابند که در نتیجه حامل های بار در طرفین پیوند خنثی شده و یک ناحیه تهی ایجاد می شود. یون های مثبت و منفی ساکن در ناحیه تهی با ایجاد یک سد پتانسیل از انتشار بیشتر حامل ها جلوگیری می کنند.

● اختلاف پتانسیل مدار باز دو سر پیوند P-N را اختلاف پتانسیل تماس گویند و از رابطه زیر به دست می آید:

$$V_0 = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$$

ولتاژ V_0 یک اختلاف پتانسیل داخلی است و با ولت متر قابل اندازه گیری نیست.

- منظور از بایاس مستقیم یک پیوند P-N، این است که ناحیه P به قطب مثبت و ناحیه N به قطب منفی یک منبع ولتاژ وصل گردد و منظور از بایاس معکوس، عکس ترتیب اخیر است.
- در بایاس مستقیم پیوند P-N، ولتاژ خارجی در خلاف جهت اختلاف پتانسیل تماس عمل کرده و باعث کاهش پهنای ناحیه تهی می گردد و چنانچه ولتاژ خارجی بزرگ تر از V_0 شود، ناحیه تهی از بین رفته و پیوند P-N هدایت می کند. در بایاس معکوس پیوند P-N، ولتاژ خارجی در جهت اختلاف پتانسیل تماس قرار گرفته و به افزایش پهنای ناحیه تهی و در نتیجه سد پتانسیل کمک می کند.
- برای یک پیوند P-N در حالت مدار باز، پیشرفتگی ناحیه تهی در نواحی N و P و عرض ناحیه تهی W از روابط زیر قابل محاسبه اند:

$$x_N = \left[\frac{\epsilon V_0}{q N_D (1 + N_D/N_A)} \right]^{1/2}, \quad x_P = \left[\frac{\epsilon V_0}{q N_A (1 + N_A/N_D)} \right]^{1/2}$$

$$W = x_N + x_P$$

در این روابط، ϵ ضریب دی الکتریک ناحیه تهی است.

- حداکثر مقدار شدت میدان الکتریکی در ناحیه تهی از رابطه زیر به دست می آید که مربوط به محل پیوند است:

$$E_0 = -\frac{q N_A x_P}{\epsilon} = -\frac{q N_D x_N}{\epsilon}$$

از معادله فوق رابطه زیر به دست می آید که بیان می کند پیشرفتگی ناحیه تهی در طرفی که دارای چگالی ناخالصی کمتری است، بیشتر می باشد:

$$x_P N_A = x_N N_D$$

۲-۱ مسائل نمونه

۱. برای فلز مس با مقاومت ویژه $\rho = 1.742 \times 10^{-8} \Omega\text{-cm}$ و جرم اتمی 63.54 گرم بر مول، قابلیت تحرک الکترون را محاسبه کنید. جرم حجمی مس برابر 8.92 g/cm^3 است.

حل: مقاومت ویژه برابر است با

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{nq\mu_e}$$

که در آن n چگالی الکترونهاى آزاد مس و q بار الکتریکی الکترون است. فلز مس یک ظرفیتی است پس تعداد الکترونها در واحد حجم برابر تعداد اتمهای مس در واحد حجم است. از این رو با توجه به اینکه عدد آووگادرو برابر 6.023×10^{23} است، مقدار n برابر است با

$$n = \frac{8.92 \times 6.023 \times 10^{23}}{63.54} = 8.45 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$$\mu_e = \frac{1}{nq\rho} = 4245.9 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

۲. مقاومت یک سیم مسی به قطر 1.03 mm برابر $2.14 \times 10^{-4} \Omega/\text{cm}$ است. در صورتی که بدانیم چگالی الکترونهای آزاد در مس برابر $8.4 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ است و با فرض اینکه چگالی جریان برابر $2 \times 10^6 \text{ A/m}^2$ باشد، مطلوبست محاسبه:

(الف) مقدار جریان (ب) رسانایی ویژه سیم (ج) سرعت حرکت الکترونهای آزاد (د) قابلیت تحرک الکترونهای آزاد

حل: (الف) جریان برابر است با $I = J A = J \left(\frac{\pi D^2}{4} \right)$ که در آن J چگالی جریان، A سطح مقطع سیم و D قطر سیم می باشد. با جایگذاری مقادیر، $I = 1.67 \text{ A}$ حاصل می شود.

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{RA} = 56.818 (\Omega \cdot \text{cm})^{-1} \quad (\text{ب})$$

$$J = nq\mu_e E = nqv \Rightarrow v = \frac{J}{nq} = 1.49 \times 10^{-4} \text{ m/s} \quad (\text{ج})$$

$$\sigma = nq\mu_e \Rightarrow \mu_e = \frac{\sigma}{nq} = 41.7 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{sec} \quad (\text{د})$$

۳. ثابت کنید که تعداد الکترونهای آزاد در یک متر مکعب یک فلز برابر است با

$$n = \frac{dv}{AM} = \frac{1000 A_0 dv}{A}$$

که در آن d جرم حجمی (Kg/m^3)، v ظرفیت (تعداد الکترونهای آزاد در هر اتم)، A وزن اتمی (g/mol)، M وزن یک اتم با وزن اتمی واحد (Kg) و A_0 عدد آووگادرو است.

حل: وزن هر اتم برابر AM و در نتیجه تعداد اتمهای موجود در یک متر مکعب برابر با $\frac{d}{AM}$ است. بنابراین تعداد الکترونهای آزاد موجود در یک متر مکعب با توجه به اینکه هر اتم به تعداد v الکترون آزاد ارائه می کند، برابر است با

$$n = \left(\frac{d}{AM} \right) v$$

تعریف عدد آووگادرو عبارت است از

$$A_0 = \frac{A}{AM} \Rightarrow AM = \frac{A}{A_0}$$

A بر حسب گرم است و برای اینکه تبدیل به Kg شود، بر 1000 تقسیم می کنیم. بنابراین با جایگذاری در رابطه n داریم

$$n = \frac{dv}{A/1000 A_0} = \frac{1000 A_0 dv}{A}$$

۴. مقاومت یک میله از جنس سیلیکن به طول ۵ cm و سطح مقطع 8 mm^2 را به دست آورید.

$$\sigma = nq\mu_n + pq\mu_p \quad \text{حل:}$$

$$n = p = n_i \Rightarrow \sigma = n_i q (\mu_n + \mu_p) = 43.2 \times 10^{-7} (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 23.148 \times 10^4 \Omega \cdot \text{cm} \Rightarrow R = \rho \frac{L}{A} = 14.47 \text{ M}\Omega$$

۵. چنانچه می دانید چگالی ذاتی نیمه هادیها با ازدیاد دما افزایش می یابد. برای سیلیکن، n_i با دما برحسب درجه کلوین دارای رابطه ای به صورت زیر است:

$$n_i = 3.87 \times 10^{16} T^{1/5} \exp[-7000/T] \text{ cm}^{-3}$$

همچنین قابلیت تحرک الکترون و حفره نیز به صورت زیر به دما وابسته اند:

$$\mu_n \approx 1300 (T/300)^{2/6} \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

$$\mu_p \approx 500 (T/300)^{2/6} \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

الف) مقادیر فوق را در دمای 400°K محاسبه کنید.

ب) n_i را در دمای 270°K به دست آورید.

حل:

$$n_i = 3.87 \times 10^{16} \times 400^{1/5} \exp[-7000/400] = 7.77 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3} \quad \text{الف)}$$

$$\mu_n = 1300 (400/300)^{2/6} = 2746.5 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

$$\mu_p = 500 (400/300)^{2/6} = 1056.4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

$$n_i = 3.87 \times 10^{16} \times 270^{1/5} \exp[-7000/270] = 9.446 \times 10^8 \text{ cm}^{-3} \quad \text{ب)}$$

۶. برای نیمه هادی نوع N، چگالی حاملهای اقلیت و اکثریت را به صورت دقیق به دست آورید.

حل: از دو قانون اثر جرم و خنثی بودن بارهای الکتریکی استفاده می کنیم.

$$np_N = n_i^2, \quad p_N + N_D = n + N_A$$

در نیمه هادی نوع N، $N_A = 0$ است. بنابراین

$$np_N = n_i^2, \quad p_N + N_D = n$$

$$\Rightarrow n(n - N_D) = n_i^2 \Rightarrow n = \frac{1}{2} \left[N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2} \right]$$

و چگالی حامل‌های اقلیت یعنی حفره‌ها برابر است با

$$p_N = \frac{n_i^2}{n}$$

چنانچه شرط $N_D \gg n_i$ برقرار باشد در این صورت داریم

$$n \approx N_D, \quad p_N \approx n_i^2 / N_D$$

۷. اگر به ازای هر یک میلیون اتم سیلیکن یک اتم ناخالصی بخشنده به آن افزوده گردد، نسبت رسانایی نیمه‌هادی ناخالص به رسانایی نیمه‌هادی خالص را به دست آورید. سیلیکن دارای جرم حجمی 2.33 g/cm^3 و وزن اتمی 28.09 g/mol است.

حل: تعداد اتمهای سیلیکن در واحد حجم با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = \frac{2.33}{28.09} \times 6.023 \times 10^{23} = 5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

چگالی ناخالصی بخشنده نیز با توجه به اینکه به ازای هر 10^6 اتم سیلیکن یک اتم ناخالصی اضافه گردیده چنین به دست می‌آید:

$$N_D = \frac{5 \times 10^{22}}{10^6} = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

بنابراین

$$\sigma_N = N_D q \mu_n = 10.4 (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

$$\sigma_i = n_i q (\mu_n + \mu_p) = 4.32 \times 10^{-6} (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_i} = 2.41 \times 10^6$$

۸. مقاومت ویژه سیلیکن خالص در دمای 300°K را به دست آورید. در صورتی که با افزایش ناخالصی نوع N، مقاومت تا حد $9.6 \Omega\text{-cm}$ کاهش یابد، نسبت چگالی اتمهای ناخالصی به اتمهای سیلیکن در واحد حجم را محاسبه نمایید.

حل:

$$\rho_i = \frac{1}{\sigma_i} = \frac{1}{n_i q (\mu_n + \mu_p)} = 0.23 \text{ M}\Omega\text{-cm}$$

$$\rho_N = \frac{1}{\sigma_N} \Rightarrow \sigma_N = \frac{1}{9.6} (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

بنابراین

$$N_D q \mu_n = \frac{1}{9.6} (\Omega\text{-cm})^{-1} \Rightarrow N_D = 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \frac{N_D}{n_i} = 3.34 \times 10^4$$

۹. چگالی حفره‌ها و الکترونهای آزاد را در دمای 300°K برای بلورهای زیر محاسبه کنید:

الف) ژرمانیم نوع P با مقاومت ویژه $0.2\ \Omega\text{-cm}$

ب) سیلیکن نوع N با مقاومت ویژه $20\ \Omega\text{-cm}$

حل: الف) $\rho_p = 0.2\ \Omega\text{-cm} \Rightarrow \sigma_p = 50\ (\Omega\text{-cm})^{-1}$

$$\sigma_p \approx pq\mu_p \Rightarrow p = 1.74 \times 10^{17}\text{cm}^{-3}$$

$$n_p = \frac{n_i^2}{p} = 3.6 \times 10^9\text{cm}^{-3}$$

اگر σ_p را از رابطه کلی $q(p\mu_p + n\mu_n)$ به دست آوریم، برابر $50.1\ (\Omega\text{-cm})^{-1}$ می‌گردد.

ب) چون ρ مقدار نسبتاً بزرگی است، شاید به نظر برسد که تقریب $\sigma_N = nq\mu_n$ مناسب نیست اما با توجه به اینکه سیلیکن نسبت به ژرمانیم دارای n_i کمتری است، می‌توان تقریب اخیر را به کار برد.

$$\sigma_N \approx nq\mu_n, \quad \sigma_N = \frac{1}{\rho_N} = 0.05\ (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

$$\Rightarrow n = 2.4 \times 10^{14}\text{cm}^{-3}$$

$$p_N = n_i^2/n = 0.94 \times 10^6\text{cm}^{-3}$$

۱۰. چگالی حفره‌ها و الکترونهای آزاد را برای یک نمونه سیلیکن با $N_D = 1.874 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ و $N_A = 3.748 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ به دست آورید.

حل: $np = n_i^2 = 2.25 \times 10^{20}, \quad n + N_A = p + N_D$

از حل این دو معادله داریم

$$n = 12 \times 10^6\text{cm}^{-3}, \quad p = 1.875 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$$

۱۱. به یک قطعه بلور ژرمانیم در دمای 300°K درجه کلین، ناخالصیهای بخشنده و پذیرنده با چگالیهای به ترتیب برابر $2 \times 10^{14}\text{cm}^{-3}$ و $3 \times 10^{14}\text{cm}^{-3}$ تزریق می‌گردد.

الف) چگالی الکترونهای آزاد و حفره‌ها را محاسبه کنید.

ب) رسانایی ویژه نسبت به حالت ذاتی چه تغییری می‌کند.

حل: الف) از دو قانون اثر جرم و خشی بودن بارهای الکتریکی استفاده می‌نماییم.

$$np = n_i^2, \quad n + N_A = p + N_D$$

$$\Rightarrow n = 5.9 \times 10^{12}\text{cm}^{-3}, \quad p = 1.06 \times 10^{14}\text{cm}^{-3}$$

$$\sigma_i = n_i q (\mu_n + \mu_p) = 0.224 (\Omega\text{-cm})^{-1} \quad (\text{ب})$$

$$\sigma_p = q (n\mu_n + p\mu_p) = 0.34 (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_p}{\sigma_i} = 1.52$$

۱۲. مقاومت یک قطعه بلور ژرمانیم نوع P به طول یک سانتیمتر و سطح مقطع ۲۰ میلی متر مربع برابر ۴۰ اهم است. میزان چگالی ناخالصی N_A را برای این قطعه نیمه هادی به دست آورید. اگر به این نیمه هادی ناخالصی بخشنده با چگالی 10^{14} cm^{-3} اضافه شود، مقاومت جدید بلور چقدر خواهد شد؟

$$\text{حل:} \quad R = \rho \frac{1}{A} \Rightarrow \rho = 8 \Omega\text{-cm}, \quad \sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{8} (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

$$\sigma = N_A q \mu_p \Rightarrow N_A = 4.3 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

با افزودن ناخالصی بخشنده داریم

$$n + N_A = N_D + p, \quad np = n_i^2$$

$$\Rightarrow n = 0.45 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}, \quad p = 13.8 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

مقاومت ویژه جدید بلور چنین به دست می آید:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{nq\mu_n + pq\mu_p} = 23.39 \Omega\text{-cm} \Rightarrow R = \rho \frac{1}{A} = 117 \Omega$$

۱۳. در یک بلور حاوی ناخالصیهای نوع N و P، چگالی حفره ها ۱۰۰ برابر چگالی الکترونهای آزاد است. در صورتی که برای این بلور $n_i = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ باشد، چه مقدار ناخالصی نوع N در واحد حجم باید به آن اضافه نمود تا بلور به بلور خالص تبدیل شود؟

$$\text{حل:} \quad np = n_i^2, \quad n + N_A = p + N_D, \quad p = 100n$$

$$n(100n) = n_i^2 = 10^{22} \Rightarrow n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}, \quad p = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

بنابراین

$$10^{10} + N_A = 10^{12} + N_D \Rightarrow N_A = 9.9 \times 10^{11} + N_D$$

برای اینکه به نیمه هادی خالص برسیم باید $n' = p'$ گردد. با فرض همان مقدار قبلی برای N_A داریم

$$n' + N_A = p' + N_D' \Rightarrow N_A = N_D' \Rightarrow N_D' = 9.9 \times 10^{11} + N_D$$

به عبارت دیگر باید 9.9×10^{11} اتم ناخالصی بخشنده در سانتیمتر مکعب به نیمه هادی ناخالص افزود تا مشخصات آن همانند نیمه هادی خالص گردد.

۱۴. به یک بلور نوع P آنقدر ناخالصی نوع N اضافه کرده‌ایم که به بلور خالص تبدیل شده است. اکنون اگر بخواهیم چگالی الکترونهای آزاد را به ۱۰۰ برابر چگالی حفره‌ها برسانیم، چه مقدار ناخالصی نوع N در واحد حجم باید به بلور اضافه کنیم ($n_i = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$).

حل: برای بلور خالص داریم

$$n = p \Rightarrow N_A = N_D$$

حال می‌توان با همان N_A قبلی و N_D' به شرایط $n' = 100p'$ رسید. بنابراین

$$n'p' = n_i^2 \Rightarrow (100p')(p') = 10^{24} \Rightarrow p' = 10^{11} \text{ cm}^{-3}, n' = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

اکنون با استفاده از خنثی بودن بارهای الکتریکی داریم

$$n' + N_A = N_D' + p' \Rightarrow N_D' = 9.9 \times 10^{12} + N_A$$

$$N_A = N_D \Rightarrow N_D' = 9.9 \times 10^{12} + N_D$$

یعنی باید 9.9×10^{12} اتم ناخالصی بخشنده در سانتیمتر مکعب به بلور اضافه گردد.

۱۵. در یک قطعه بلور چگالی حفره‌ها پنج برابر چگالی الکترونهای آزاد است. اگر با تزریق ناخالصی مناسب به این بلور، چگالی الکترونهای آزاد را تا سه برابر چگالی حفره‌ها افزایش دهیم، مقاومت ویژه بلور با چه نسبتی تغییر می‌کند؟ (فرض کنید $\mu_n = 3\mu_p$)

حل: در حالت اول داریم

$$p_1 = 5n_1, n_1p_1 = n_i^2 \Rightarrow n_1 = \frac{n_i}{\sqrt{5}}, p_1 = n_i\sqrt{5}$$

$$\rho_1 = \frac{1}{\sigma_1} = \frac{1}{n_1q\mu_n + p_1q\mu_p} = \frac{1}{\left(\frac{n_i}{\sqrt{5}}\right)q(3\mu_p) + (n_i\sqrt{5})q\mu_p} = \frac{\sqrt{5}}{8qn_i\mu_p}$$

در حالت دوم داریم

$$n_2 = 3p_2, n_2p_2 = n_i^2 \Rightarrow p_2 = \frac{n_i}{\sqrt{3}}, n_2 = n_i\sqrt{3}$$

$$\rho_2 = \frac{1}{\sigma_2} = \frac{1}{n_2q\mu_n + p_2q\mu_p} = \frac{\sqrt{3}}{10qn_i\mu_p}$$

به این ترتیب داریم

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 1/6$$

۱۶. یک قطعه بلور نوع P با $N_A = 6 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ در اختیار داریم. به این بلور به طور یکنواخت مقداری فسفر اضافه می‌کنیم. چگالی اتمهای فسفر را برای هر یک از حالت‌های زیر تعیین کنید:

(الف) چگالی الکترونهای آزاد در بلور، 10^6 برابر چگالی حفره‌ها شود ($n_i = 2.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$).
 (ب) مقاومت ویژه بلور حاصل، K برابر بلور اولیه شود. (فرض کنید $\frac{\mu_n}{\mu_p} = b$ ، جواب را به صورت پارامتری بیان کنید و در صورت امکان در مورد مقادیر مناسب K بحث کنید).

حل: (الف) $n = 10^6 p$, $np = n_i^2 \Rightarrow p = \frac{n_i}{10^3}$, $n = 10^3 n_i$

$$n + N_A = p + N_D \Rightarrow N_D \approx 8.5 \times 10^{14}$$

(ب) در حالت اول داریم

$$\rho_1 = \frac{1}{\sigma_1} = \frac{1}{n_1 q \mu_n + p_1 q \mu_p}, \quad p_1 = N_{A_1} = 6 \times 10^{14}$$

$$n_1 + N_{A_1} = p_1 + N_{D_1}, \quad N_{D_1} = 0 \Rightarrow n_1 \approx 1.4 \times 10^8 \Rightarrow \rho_1 = \frac{1}{6 q \mu_p \times 10^{14}}$$

$$\rho_2 = \frac{1}{\sigma_2} = \frac{1}{q(n_2 \mu_n + p_2 \mu_p)}$$

با فرض $\rho_2 = K \rho_1$ داریم

$$\frac{1}{n_2 \mu_n + p_2 \mu_p} = K \left(\frac{1}{6 \mu_p \times 10^{14}} \right)$$

$$p_2 = n_i^2 / n_2 \Rightarrow K \left[n_2 \mu_n + \frac{n_i^2}{n_2} \mu_p \right] = 6 \mu_p \times 10^{14}$$

$$\Rightarrow K \mu_n n_2^2 - (6 \mu_p \times 10^{14}) n_2 + n_i^2 \mu_p = 0$$

n_2 از این معادله به دست می‌آید. از طرفی داریم

$$n_2 + N_{A_2} = p_2 + N_{D_2}, \quad N_{A_2} = N_{A_1}, \quad p_2 = \frac{n_i^2}{n_2}$$

به این ترتیب N_{D_2} را می‌توان چنین به دست آورد

$$N_{D_2} = 6 \times 10^{14} \left[1 + \frac{1}{Kb} \right] - \frac{2.083 \times 10^8 K(1+b)}{1 \pm \sqrt{1 - 0.694 \times 10^{-6} K^2 b}}$$

که در آن $b = \mu_n / \mu_p$ است. روی مقدار K با توجه به اینکه N_{D_2} و مقدار زیر رادیکال باید مثبت باشد می‌توان بحث نمود.

۱۷. دو قطعه بلور ژرمانیم، یکی از نوع N با $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ و دیگری از نوع P با $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ را در نظر بگیرید. با فرض $\epsilon_r = 16$ ، $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-14} \text{ F/cm}$ و $V_T = 26 \text{ mV}$ (الف) چگالی حاملهای اقلیت و اکثریت در هر یک از بلورها را محاسبه نمایید. (ب) در صورتی که این دو بلور دارای سطح مقطع یکسان باشند، اختلاف پتانسیل تماس ناشی از پیوند آنها چه مقدار خواهد بود؟ (ج) عرض ناحیه تهی و پیشرفتگی آن در هر ناحیه را محاسبه کنید.

حل: (الف) برای نیمه‌هادی نوع N داریم

$$n \approx N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}, \quad p_N = \frac{n_i^2}{N_D} = 6.25 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

برای نیمه‌هادی نوع P داریم

$$p \approx N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}, \quad n_P = \frac{n_i^2}{N_A} = 6.25 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$$

$$V_0 = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.371 \text{ V} \quad (\text{ب})$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r = 1.416 \times 10^{-12} \text{ F/cm} \quad (\text{ج})$$

$$x_P = \left[\frac{\epsilon V_0}{q N_A \left(1 + \frac{N_A}{N_D}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} = 0.24 \mu\text{m}, \quad x_N = \left[\frac{\epsilon V_0}{q N_D \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} = 0.244 \mu\text{m}$$

$$W = x_N + x_P = 0.268 \mu\text{m}$$

۱۸. نشان دهید که در یک پیوند P-N با افزایش ولتاژ بایاس مستقیم، عرض ناحیه تهی کاهش یافته و با افزایش ولتاژ بایاس معکوس این عرض افزایش می‌یابد.

حل: عرض ناحیه تهی برابر است با

$$W = \left[\frac{\epsilon V_j}{q} \left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = [\alpha V_j]^{\frac{1}{2}}$$

که α عددی ثابت و V_j اختلاف پتانسیل دو سر ناحیه تهی است. در بایاس مستقیم با اعمال ولتاژ بایاس، V_j شروع به کاهش نموده تا به صفر می‌رسد. بنابراین W نیز شروع به کاهش می‌نماید. در بایاس معکوس، ولتاژ بایاس هم جهت با اختلاف پتانسیل تماس بوده و $|V_j|$ افزایش می‌یابد، بنابراین W زیاد خواهد شد. به عنوان مثال اگر پتانسیل تماس برابر ۰.۷ ولت و ولتاژ معکوس برابر ۵ ولت باشد در این صورت $|V_j|$ برابر ۵.۷ ولت خواهد بود.

۱۹. در یک پیوند P-N، $N_D = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ و $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ است. این پیوند را در دمای معمولی به یک ولتاژ خارجی ۵ ولتی به صورت بایاس معکوس وصل می‌کنیم. پیشرفتگی ناحیه تهی در هر قسمت و عرض ناحیه تهی را به دست آورید. ($V_T = 26 \text{ mV}$ و $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ، $\epsilon = 1.1 \times 10^{-12} \text{ F/m}$).

حل: اختلاف پتانسیل تماس V_0 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_0 = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \Rightarrow V_0 \approx 0.22 \text{ V}$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر پیوند برابر است با

$$V_j = 5 + 0.22 = 5.22 \text{ V}$$

$$x_N = \left[\frac{\epsilon V_j}{q N_D (1 + N_D/N_A)} \right]^{1/2} \approx 2.67 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$x_P = \left[\frac{\epsilon V_j}{q N_A (1 + N_A/N_D)} \right]^{1/2} \approx 0.267 \times 10^{-7} \text{ cm}$$

$$W = x_N + x_P \approx x_N = 2.67 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

۲۰. در یک پیوند P-N، $N_D = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ است.

الف) N_A را طوری تعیین کنید که اختلاف پتانسیل تماس برابر ۰.۷ ولت شود ($V_T = 26 \text{ mV}$ ، $n_i = 2.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ و $\epsilon_r = 12$).

ب) عرض ناحیه تهی و پیشرفتگی آن در هر قسمت را برای حالت مدار باز به دست آورید.

حل: الف)

$$V_0 = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \Rightarrow 0.7 = 26 \ln \frac{3 \times 10^{16} N_A}{(2.5 \times 10^{10})^2} \Rightarrow N_A = 1.3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

ب) برای پیشرفتگی ناحیه تهی در قسمت P داریم

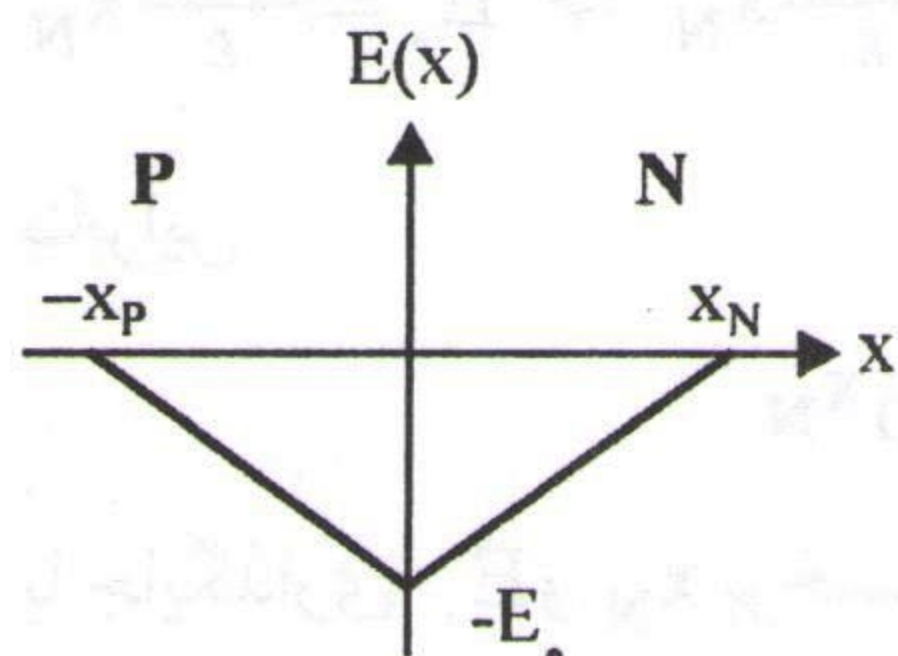
$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = 1.062 \times 10^{-12} \text{ F/cm}$$

$$x_P = \left[\frac{\epsilon V_0}{q N_A (1 + N_A/N_D)} \right]^{1/2} = 0.259 \mu\text{m} \Rightarrow x_N = x_P N_A/N_D = 0.089 \mu\text{m}$$

$$W = x_N + x_P = 0.348 \mu\text{m}$$

۲۱. روابط زیر را اثبات کنید:

$$x_N = \left[\frac{\epsilon V_0}{q N_D (1 + N_D/N_A)} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad x_P = \left[\frac{\epsilon V_0}{q N_A (1 + N_A/N_D)} \right]^{\frac{1}{2}}$$



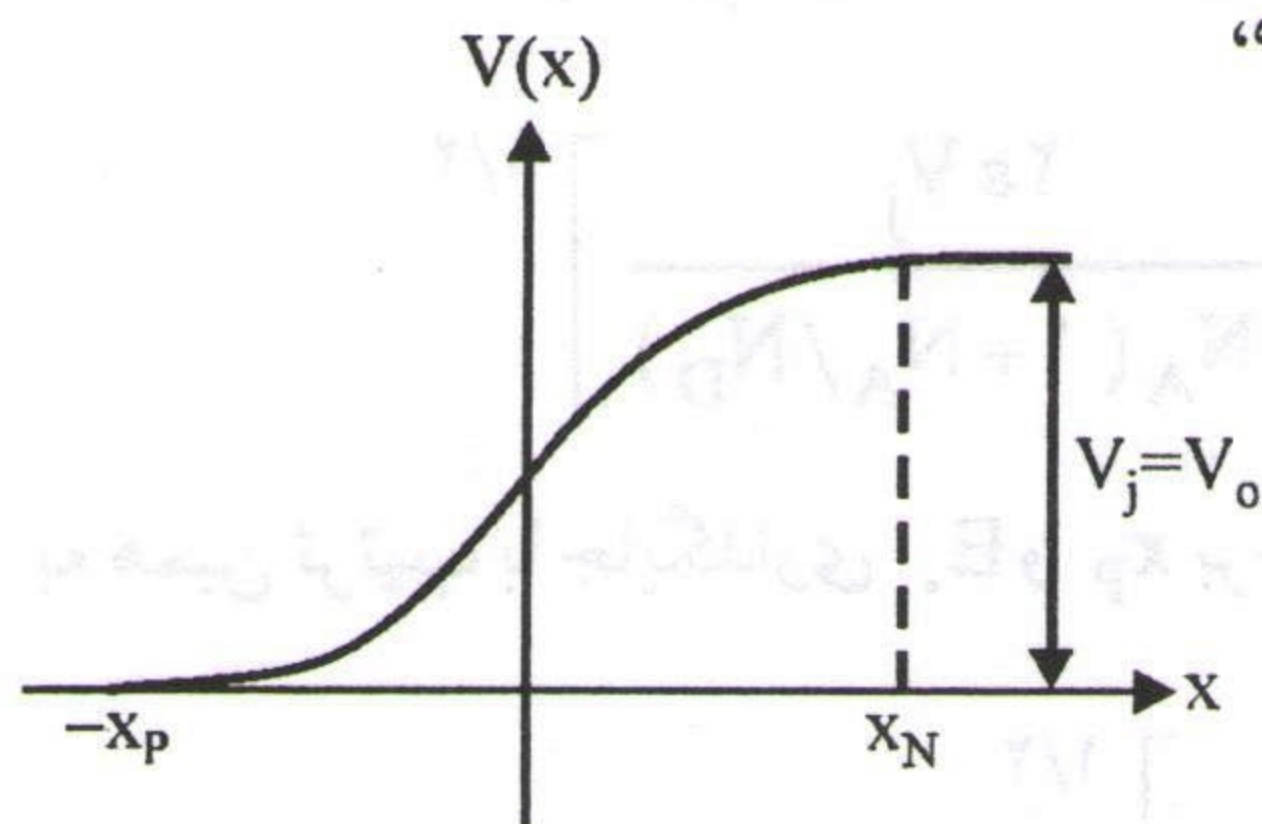
شکل ۱-۱

حل: تغییرات میدان الکتریکی در ناحیه تهی به صورت شکل ۱-۱ است. بنابراین معادله $E(x)$ را می توان به صورت زیر نوشت:

$$E(x) = \begin{cases} -E_0 \left(1 + \frac{x}{x_P} \right) & -x_P \leq x \leq 0 \\ E_0 \left(\frac{x}{x_N} - 1 \right) & 0 \leq x \leq x_N \end{cases}$$

پتانسیل الکتریکی در ناحیه تهی که در شکل ۲-۱ نشان داده شده، برابر است با

$$V(x) = - \int E(x) dx$$



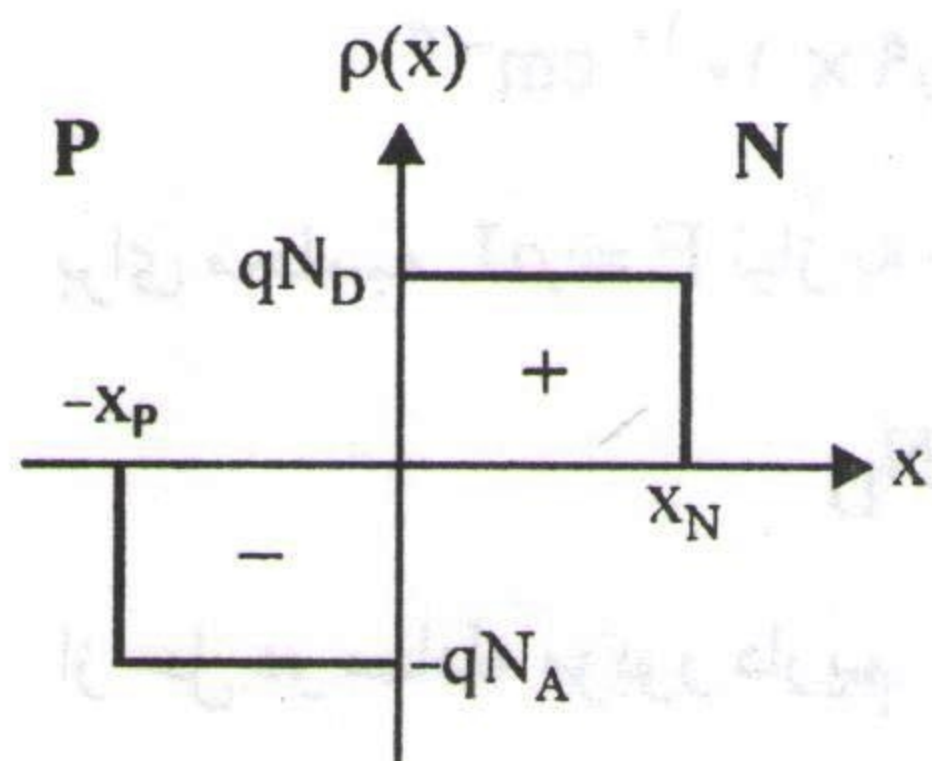
شکل ۲-۱

اختلاف پتانسیل تماس V_j را با انتگرالگیری بین $-x_P$ تا x_N به صورت زیر می توان به دست آورد:

$$E(x) = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow dV = -E(x) dx \Rightarrow \int_{V(-x_P)}^{V(x_N)} dV = \int_{-x_P}^{x_N} -E(x) dx$$

$$\Rightarrow V(x_N) - V(-x_P) = \int_{-x_P}^0 E_0 \left(1 + \frac{x}{x_P} \right) dx + \int_0^{x_N} -E_0 \left(\frac{x}{x_N} - 1 \right) dx$$

$$\Rightarrow V_j = \frac{E_0}{2} (x_N + x_P)$$



شکل ۳-۱

رابطه شدت میدان الکتریکی و بار الکتریکی از معادله پواسون برابر است با

$$\frac{-\rho}{\epsilon} = \frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dV}{dx} \right) = -\frac{dE}{dx}$$

ρ چگالی بار الکتریکی در ناحیه تهی به صورت شکل ۳-۱ است. در سمت P داریم

$$\int_{-x_P}^0 dE = \int_{-x_P}^0 \frac{\rho}{\epsilon} dx = \int_{-x_P}^0 \frac{-q N_A}{\epsilon} dx \Rightarrow E(0) - E(-x_P) = -\frac{q N_A}{\epsilon} x_P \Rightarrow E_0 = \frac{q N_A}{\epsilon} x_P$$

به همین ترتیب در سمت N داریم

$$\int_0^{x_N} dE = \int_0^{x_N} \frac{\rho}{\epsilon} dx = \int_0^{x_N} \frac{q N_D}{\epsilon} dx \Rightarrow E(x_N) - E(0) = \frac{q N_D}{\epsilon} x_N \Rightarrow E_0 = \frac{q N_D}{\epsilon} x_N$$

بنابراین

$$E_0 = \frac{q N_A x_P}{\epsilon} = \frac{q N_D x_N}{\epsilon} \Rightarrow N_A x_P = N_D x_N$$

با جایگذاری E_0 و x_N بر حسب x_P در رابطه V_j داریم

$$V_j = \frac{E_0}{q} (x_N + x_P) = \frac{q N_A x_P}{q \epsilon} \left(\frac{N_A}{N_D} x_P + x_P \right) = \frac{q N_A}{q \epsilon} \left(\frac{N_A}{N_D} + 1 \right) x_P^2$$

$$\Rightarrow x_P = \left[\frac{\epsilon V_j}{q N_A} \left(\frac{N_D}{N_A + N_D} \right) \right]^{1/2} = \left[\frac{\epsilon V_j}{q N_A (1 + N_A/N_D)} \right]^{1/2}$$

به همین ترتیب با جایگذاری E_0 و x_P بر حسب x_N در رابطه V_j ، مقدار x_N به دست می آید.

$$x_N = \left[\frac{\epsilon V_j}{q N_D (1 + N_D/N_A)} \right]^{1/2}$$

۲۲. رسانایی ویژه یک بلور سیلیکن خالص در دمای اتاق برابر $10^{-5} (\Omega \cdot \text{cm})^{-1}$ است. به این نیمه هادی اتمهای ناخالصی نوع بخشنده و پذیرنده به ترتیب با چگالیهای 10^{17} cm^{-3} و 10^{16} cm^{-3} تزریق می شود. شدت میدان الکتریکی که جریانی با چگالی 40 mA/cm^2 در نیمه هادی ناخالص پدید می آورد را به دست آورید.

حل: ابتدا باید چگالی ذاتی n_i را محاسبه کرد.

$$\sigma_i = n_i q (\mu_n + \mu_p) = 10^{-5} (\Omega \cdot \text{cm})^{-1} \Rightarrow n_i = 6.9 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

برای محاسبه $E = \rho J$ نیاز به چگالی حفره و الکترون است که با توجه به روابط زیر به دست می آیند:

$$np = n_i^2 = 4.8 \times 10^{21}, \quad n + N_A = p + N_D$$

از حل دو معادله مزبور داریم

$$n = 4 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}, \quad p = 1.2 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

مشاهده می شود که $n \gg p$ است پس نیمه هادی حاصل، نوع N می باشد. بنابراین

$$\sigma_N \approx nq\mu_n = 8.32 (\Omega\text{-cm})^{-1} \Rightarrow \rho_N = \frac{1}{\sigma_N} = 0.12 \Omega\text{-cm}$$

$$E = \rho J = 0.12 (\Omega\text{-cm}) \times 40 (\text{mA/cm}^2) = 4.8 \text{ mV/cm}$$

۲۳. در یک نمونه ژرمانیم چگالی ناخالصی نوع N برابر 10^{14} cm^{-3} و چگالی ناخالصی نوع P برابر 10^{13} cm^{-3} می باشد. در دمای نمونه، مقاومت ویژه ژرمانیم خالص برابر $60 \Omega\text{-cm}$ است. فرض کنید که μ برای الکترونها و حفره ها برابر مقدار آن در دمای 300°K می باشد. در صورتی که کل چگالی جریان هدایتی برابر 52.3 mA/cm^2 باشد، اندازه میدان الکتریکی اعمال شده چقدر است؟
حل: ابتدا مقدار چگالی ذاتی را در دمای نمونه محاسبه می کنیم.

$$\rho_i = 60 \Omega\text{-cm} \Rightarrow \sigma_i = 0.01667 (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

$$\sigma_i = n_i q (\mu_n + \mu_p) \Rightarrow n_i = 1.86 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

حال برای محاسبه مقاومت ویژه، چگالی حفره و الکترون را از دو معادله زیر به دست می آوریم:

$$np = n_i^2, \quad n + N_A = p + N_D$$

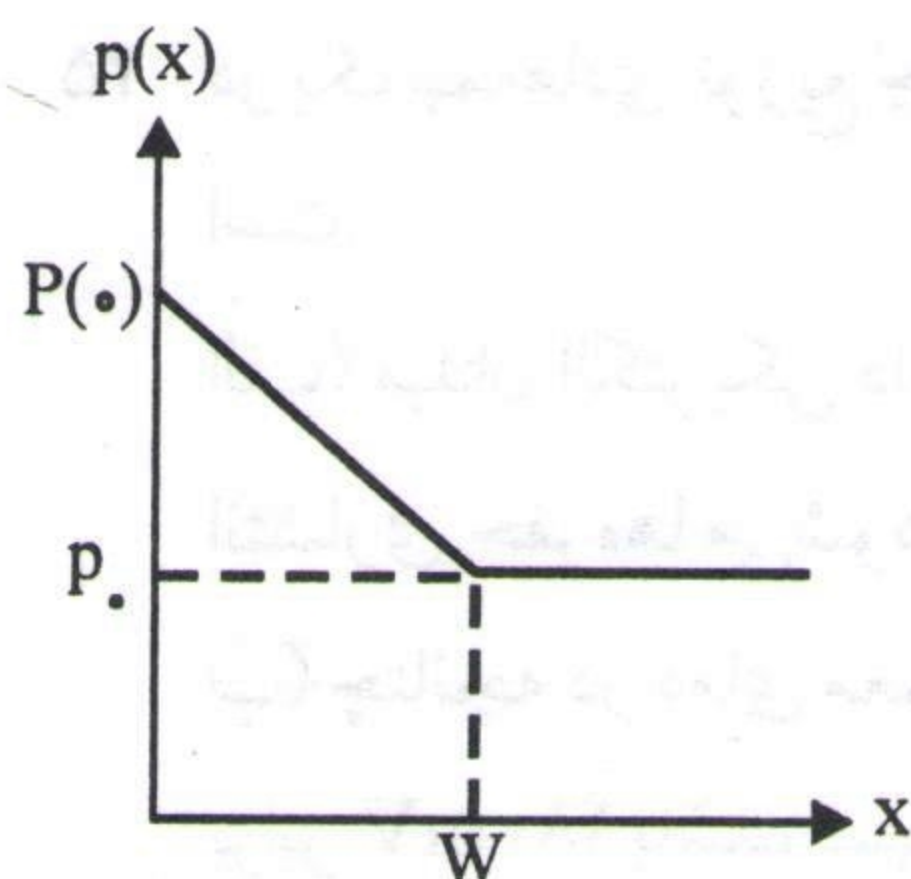
$$\Rightarrow p = 8.9 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}, \quad n = 3.89 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

بنابراین

$$\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p) = 0.262 (\Omega\text{-cm})^{-1} \Rightarrow \rho = 38.15 (\Omega\text{-cm})$$

$$E = \rho J = 38.15 \times 52.3 = 1995.1 \text{ mV/cm}$$

۲۴. تغییرات چگالی حفره ها در یک نمونه نیمه هادی مطابق شکل ۴-۱ است.



شکل ۴-۱

الف) در صورتی که هیچ گونه میدان الکتریکی خارجی اعمال نشود، عبارت چگالی جریان $J_p(x)$ را به دست آورید.

ب) عبارت شدت میدان الکتریکی $E(x)$ داخلی که باید وجود داشته باشد تا توزیع حفره نشان داده شده در شکل ۴-۱ منجر به هیچ گونه جریان حفره ای نشود را به دست آورید.

ج) با فرض $p(0)/p_0 = 10^3$ و $V_T = 26 \text{ mV}$ ، اختلاف پتانسیل بین نقاط $x=W$ و $x=0$ را محاسبه کنید.

حل: الف)

$$p(x) = \begin{cases} -\frac{p(0)-p_0}{W}x + p(0) = -Ax + B & 0 \leq x \leq W \\ p_0 & x \geq W \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = \begin{cases} -A & 0 \leq x \leq W \\ 0 & x > W \end{cases}$$

بنابراین چگالی جریان انتشاری برابر است با

$$J_p(x) = -qD_p \frac{dp(x)}{dx} = \begin{cases} qD_p A & 0 < x < W \\ 0 & x > W \end{cases}$$

$$E(x) = \frac{V_T}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx} = \frac{V_T}{-Ax + B} (-A), \quad 0 < x < W \quad (\text{ب})$$

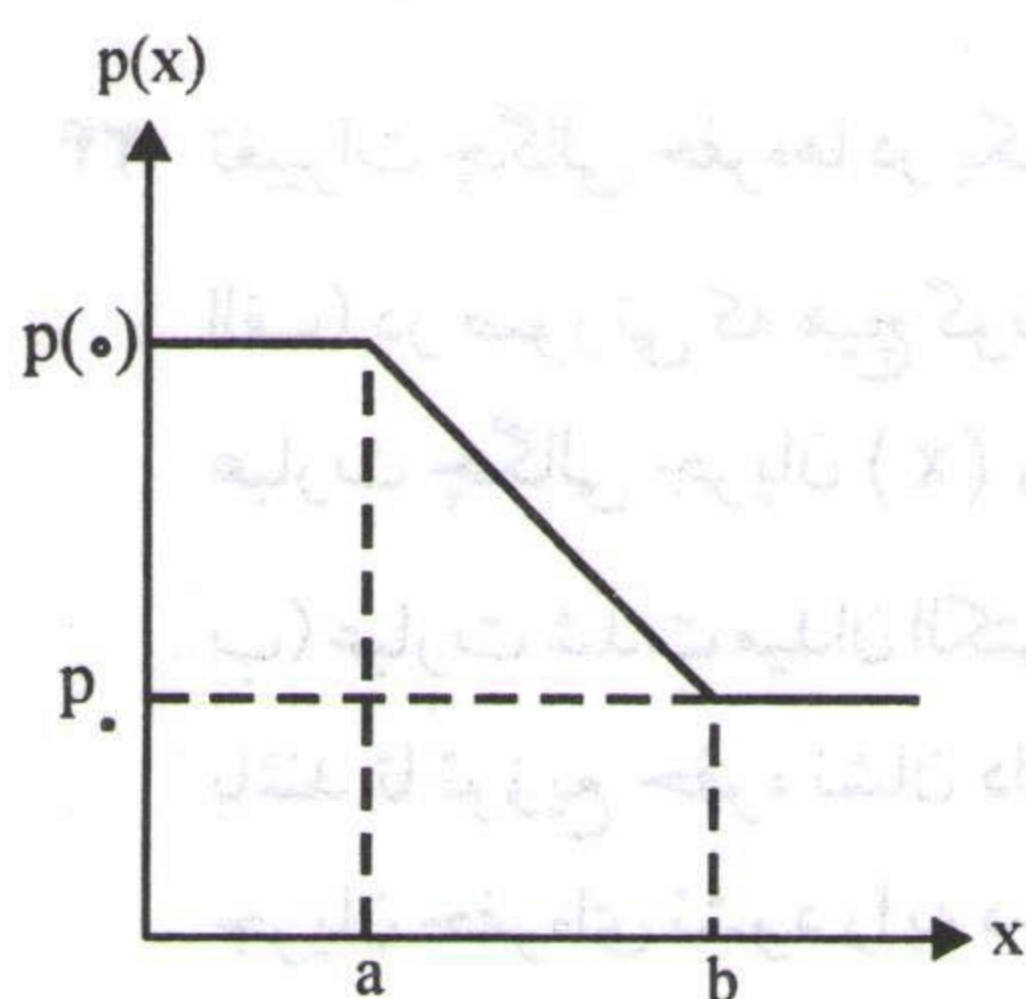
$$\Rightarrow E(x) = \frac{-AV_T}{-Ax + B}, \quad 0 < x < W$$

برای سایر مقادیر x ، $E(x)$ برابر صفر است.

$$E(x) = \frac{-dV}{dx} \Rightarrow dV = -E(x) dx = -V_T \frac{dp(x)}{p(x)} \quad (\text{ج})$$

$$\Rightarrow V = \int_0^W dV = \int_0^W -E(x) dx = \int_0^W -V_T \frac{dp(x)}{p(x)} = V_T \ln \frac{p(0)}{p(W)}$$

$$\Rightarrow V = 26 \ln \frac{p(0)}{p_0} = 179.6 \text{ mV}$$



شکل ۵-۱

۲۵. در یک نیمه‌هادی توزیع چگالی حفره‌ها به صورت شکل ۵-۱ است.

الف) میدان الکتریکی داخلی که باعث خنثی نمودن جریان انتشاری حفره‌ها می‌شود را به دست آورید.

ب) چنانچه در دمای معمولی اختلاف پتانسیل بین نقاط a و b برابر 180 mV باشد، نسبت $p(0)$ به p_0 را بیابید.

حل: الف) میدان الکتریکی داخلی به گونه‌ای است که جریان کلی حفره‌ها صفر می‌گردد:

$$J_{p, \text{tot}} = \text{جریان هدایتی} + \text{جریان انتشاری} = 0$$

$$\Rightarrow E(x) = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx} = \frac{V_T}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}$$

با توجه به شکل توزیع چگالی حفره‌ها، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$p(x) = \begin{cases} p(\cdot) & 0 \leq x \leq a \\ -\left[\frac{p(\cdot) - p_0}{b-a}\right]x + \frac{bp(\cdot) - ap_0}{b-a} = -Ax + B & a \leq x \leq b \\ p_0 & x \geq b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{dp(x)}{dx} = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ -A & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases}$$

در این صورت $E(x)$ برابر است با

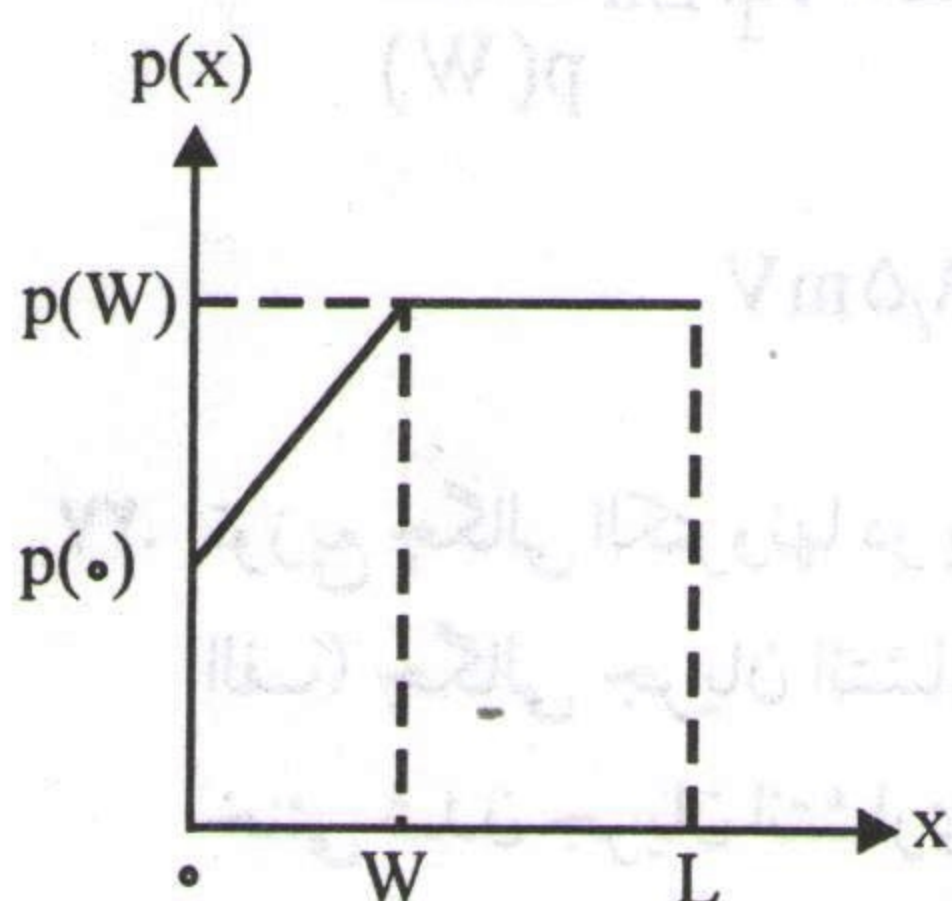
$$E(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ -AV_T & a < x \leq b \\ -Ax + B & x > b \end{cases}$$

ب) برای پتانسیل الکتریکی داریم

$$dV = -E(x) dx = -V_T \frac{dp(x)}{p(x)}$$

$$\Rightarrow V_{ba} = \int_a^b dV = -V_T \ln[p(x)] \Big|_a^b = -V_T \ln \frac{p(b)}{p(a)} = V_T \ln \frac{p(\cdot)}{p_0}$$

$$180 = 26 \ln[p(\cdot)/p_0] \Rightarrow p(\cdot)/p_0 = \exp[180/26] = 10.154$$



شکل ۶-۱

۲۶. در یک نیمه‌هادی توزیع چگالی حفره‌ها مطابق شکل ۶-۱ است.

الف) در صورتی که هیچ میدان خارجی اعمال نشود چگالی جریان انتشاری حفره‌ها را به دست آورید.

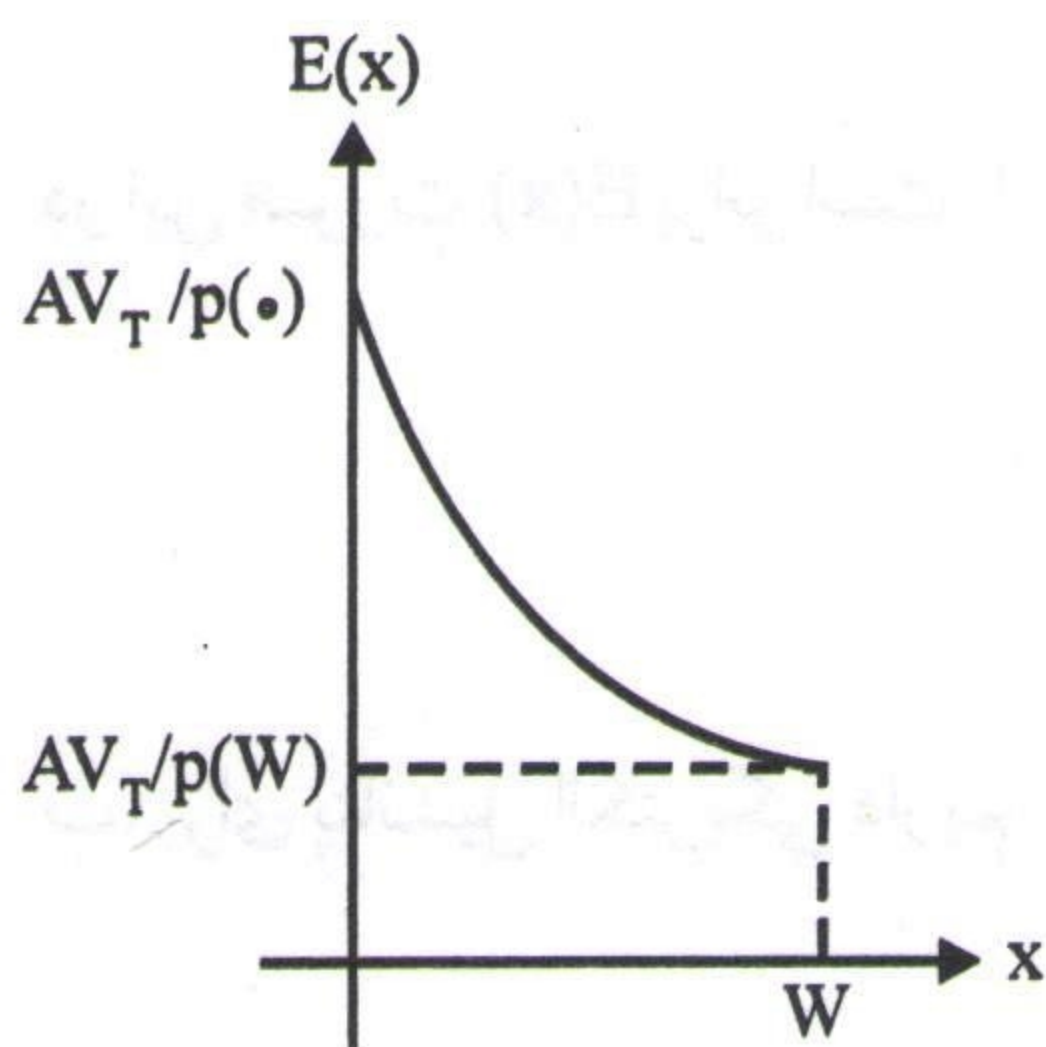
ب) چه میدان الکتریکی داخلی به وجود می‌آید؟ عبارت آن را به دست آورده و ترسیم نمایید.

ج) چنانچه $p(W)/p(\cdot) = 10^4$ باشد، اختلاف پتانسیل بین نقاط $x=L$ و $x=0$ چقدر است؟

$$p(x) = \begin{cases} \frac{p(W) - p(\cdot)}{W} x + p(\cdot) = Ax + B & 0 \leq x \leq W \\ p(W) & x > W \end{cases} \quad (\text{حل: الف})$$

$$\Rightarrow \frac{dp(x)}{dx} = \begin{cases} \frac{p(W) - p(\cdot)}{W} & 0 \leq x \leq W \\ 0 & x > W \end{cases}$$

$$\Rightarrow J_p(x) = -qD_p \frac{dp(x)}{dx} = \begin{cases} -qD_p A & 0 < x < W \\ 0 & x > W \end{cases}$$



ب) شدت میدان الکتریکی که در شکل ۷-۱ نشان داده شده، برابر است با

$$E(x) = \frac{V_T}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx} = \begin{cases} \frac{AV_T}{Ax + B} & 0 < x < W \\ 0 & x > W \end{cases}$$

شکل ۷-۱

ج) برای شدت میدان الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی داریم

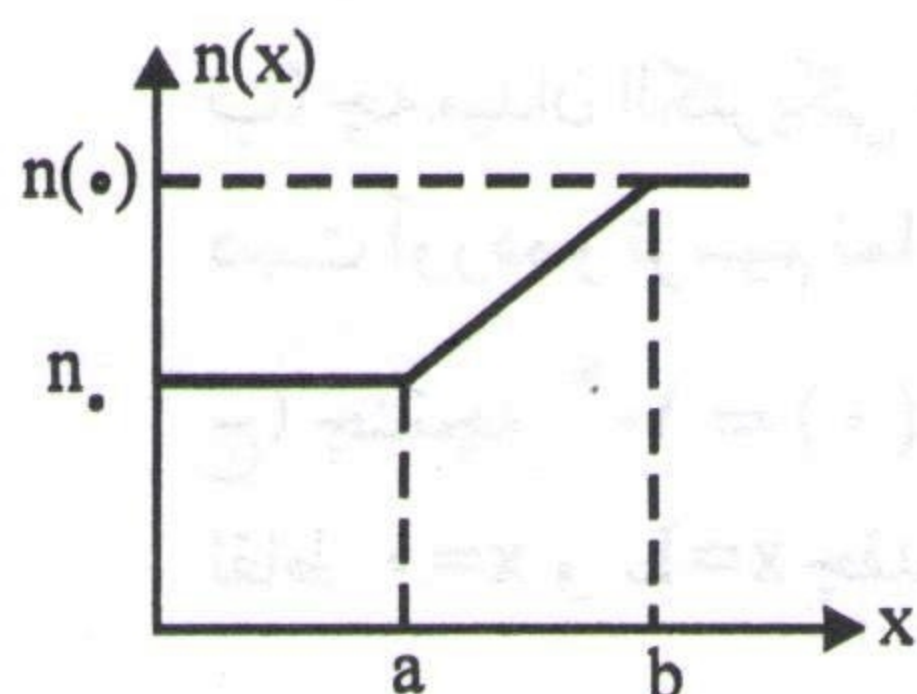
$$E(x) = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow dV = -E(x) dx = -V_T \frac{dp(x)}{p(x)}$$

اختلاف پتانسیل بین $x=0$ و $x=L$ برابر اختلاف پتانسیل بین $x=0$ و $x=W$ است، زیرا در فاصله $W < x < L$ گرادیان چگالی حامل‌های بار الکتریکی صفر می‌باشد. بنابراین

$$V_{\cdot, W} = \int_W^{\cdot} dV = \int_W^{\cdot} -V_T \frac{dp(x)}{p(x)} = -V_T \ln p(x) \Big|_W^{\cdot} = -V_T \ln \frac{p(\cdot)}{p(W)}$$

$$= V_T \ln[p(W)/p(\cdot)] = 26 \times \ln 10^4 = 239.5 \text{ mV}$$

■



شکل ۸-۱

۲۷. توزیع چگالی الکترون‌ها در یک بلور سیلیکن به صورت شکل ۸-۱ است.

الف) چگالی جریان انتشاری و میدان الکتریکی داخلی که باعث خنثی شدن جریان انتشاری الکترون‌ها می‌گردد را به دست آورید.
ب) عبارتی برای اختلاف پتانسیل بین نقاط a و b به دست آورید.

حل: الف) چگالی جریان انتشاری، ناشی از گرادیان چگالی الکترونهاى آزاد برابر است با

$$J_n(x) = q D_n \frac{dn(x)}{dx}$$

با توجه به شکل ۸-۱ روابط زیر برای $n(x)$ حاصل می شود:

$$n(x) = \begin{cases} n_0 & 0 \leq x \leq a \\ \frac{n(\cdot) - n_0}{b-a} x + \frac{bn_0 - an(\cdot)}{b-a} = Ax + B & a \leq x \leq b \\ n(\cdot) & x \geq b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{dn(x)}{dx} = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ A & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases} \Rightarrow J_n(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ q D_n A & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases}$$

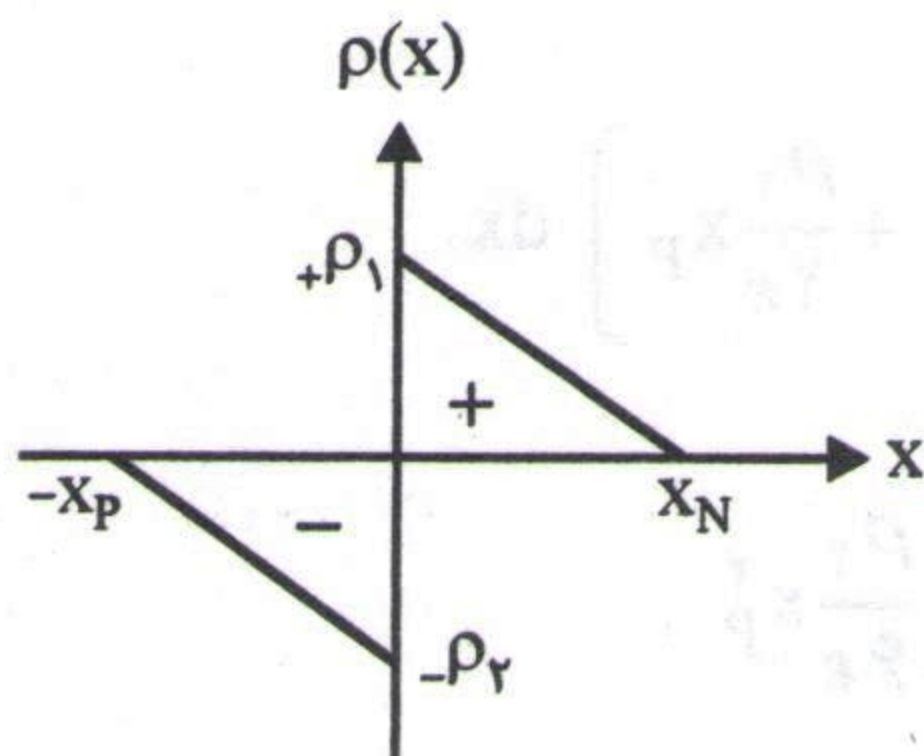
برای میدان الکتریکی داخلی ناشی از گرادیان چگالی الکترونهاى آزاد داریم

$$E(x) = \frac{-V_T}{n(x)} \frac{dn(x)}{dx} = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq b \\ \frac{-A V_T}{Ax + B} & a < x \leq b \\ 0 & x > b \end{cases}$$

ب) با توجه به رابطه بین پتانسیل الکتریکی و شدت میدان الکتریکی داریم

$$E(x) = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow dV = -E(x) dx = V_T \frac{dn(x)}{n(x)}$$

$$V_{ab} = \int_b^a dV = \int_b^a V_T \frac{dn(x)}{n(x)} = V_T \ln[n(x)] \Big|_b^a = V_T \ln \left[\frac{n_0}{n(\cdot)} \right]$$



شکل ۹-۱

۲۸. منحنی تغییرات چگالی بار الکتریکی در ناحیه تهی یک پیوند P-N

در شکل ۹-۱ آمده است.

الف) منحنی تغییرات شدت میدان الکتریکی داخلی در طول این ناحیه را به دست آورید.

ب) منحنی تغییرات پتانسیل الکتریکی در طول ناحیه تهی را به دست آورید.

ج) بین مقادیر x_p و x_n چه رابطه ای برقرار است؟

حل: الف) با توجه به منحنی تغییرات داده شده، چگالی بار الکتریکی برابر است با

$$\rho(x) = \begin{cases} -\rho_2 \left(1 + \frac{x}{x_P} \right) & -x_P \leq x \leq 0 \\ \rho_1 \left(1 - \frac{x}{x_N} \right) & 0 \leq x \leq x_N \end{cases}$$

شدت میدان الکتریکی برابر است با

$$dE = \frac{\rho}{\epsilon} dx \Rightarrow \int dE = \int \rho/\epsilon dx$$

برای $-x_P \leq x \leq 0$ داریم

$$\int_{-x_P}^x dE = \int_{-x_P}^x \frac{-\rho_2}{\epsilon} \left(1 + \frac{x}{x_P} \right) dx$$

با توجه به اینکه $E(-x_P)$ برابر صفر است، داریم

$$E(x) = \frac{-\rho_2}{\epsilon} \left(x + \frac{x^2}{2x_P} \right) - \frac{\rho_2}{2\epsilon} x_P \Rightarrow E(0) = \frac{-\rho_2}{2\epsilon} x_P$$

به همین ترتیب برای $0 \leq x \leq x_N$ داریم

$$\int_0^x dE = \int_0^x \rho_1 \left(1 - \frac{x}{x_N} \right) dx \Rightarrow E(x) - E(0) = \frac{\rho_1}{\epsilon} \left(x - \frac{x^2}{2x_N} \right)$$

$$E(x) = \frac{\rho_1}{\epsilon} \left(x - \frac{x^2}{2x_N} \right) - \frac{\rho_2}{2\epsilon} x_P \Rightarrow E(x) = \frac{1}{2\epsilon} (\rho_1 x_N - \rho_2 x_P)$$

از آنجا که برای $x > x_N$ بار الکتریکی نداریم، میدان الکتریکی صفر باید باشد. بنابراین

$$E(x_N) = 0 \Rightarrow \rho_1 x_N = \rho_2 x_P$$

ب) پتانسیل الکتریکی برای $x \leq -x_P$ برابر صفر است.

$$\frac{dV}{dx} = -E(x) \Rightarrow dV = -E(x) dx$$

$$\int_{-x_P}^x dV = - \int_{-x_P}^x E(x) dx = \int_{-x_P}^0 \frac{\rho_2}{\epsilon} \left(\left(x + \frac{x^2}{2x_P} \right) + \frac{\rho_2}{2\epsilon} x_P \right) dx$$

$$\Rightarrow V(x) = \frac{\rho_2}{2\epsilon} \left(1 + \frac{x}{x_P} \right) x^2 + \left(\frac{\rho_2 x_P}{2\epsilon} \right) x + \frac{\rho_2}{6\epsilon} x_P^2$$

$$\Rightarrow V(0) = \frac{\rho_2 x_P^2}{6\epsilon}, \quad -x_P \leq x \leq 0$$

برای $0 \leq x \leq x_N$ داریم

$$\int_0^x dV = \int_0^x \frac{-\rho_1}{\epsilon} \left(x - \frac{x^2}{2x_N} \right) + \frac{\rho_2}{\epsilon} x_P dx$$

$$\Rightarrow V(x) - V(0) = \frac{-\rho_1}{2\epsilon} \left(1 - \frac{x}{x_N} \right) x^2 + \left(\frac{\rho_2}{\epsilon} x_P \right) x$$

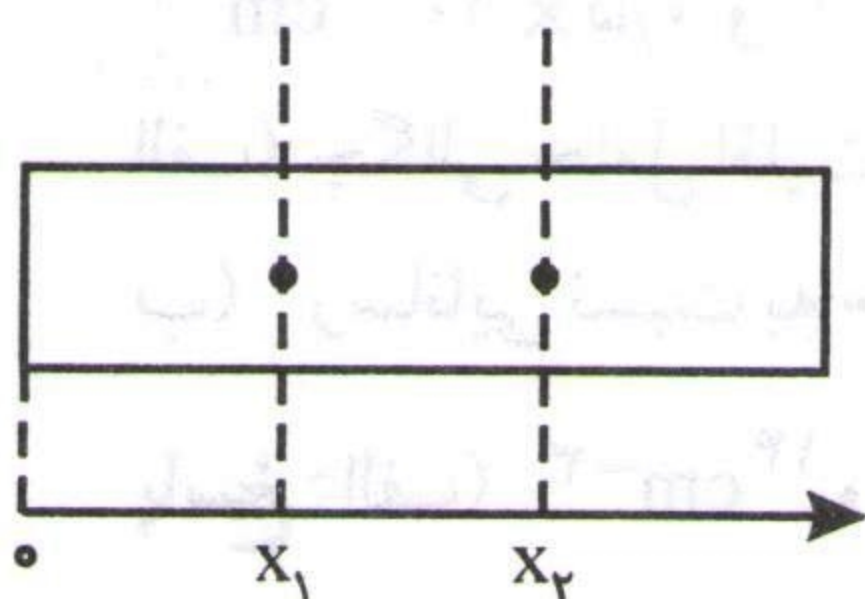
$$\Rightarrow V(x) = \frac{-\rho_1}{2\epsilon} \left(1 - \frac{x}{x_N} \right) x^2 + \left(\frac{\rho_2}{\epsilon} x_P \right) x + \frac{\rho_2}{2\epsilon} x_P^2$$

چنانچه اشاه شد برای $x > x_N$ ، به دلیل اینکه چگالی بار الکتریکی صفر است، $E(x)$ نیز باید برابر صفر باشد و در نتیجه ولتاژ $V(x)$ مقدار ثابتی خواهد داشت.

$$E(x) = 0, x \geq x_N \quad (ج)$$

$$E(x_N) = 0 \Rightarrow \rho_1 x_N = \rho_2 x_P$$

۲۹. ثابت کنید که در هر نوع نیمه‌هادی، حاصل ضرب چگالی الکترون‌ها و حفره‌ها برابر است با مربع چگالی ذاتی نیمه‌هادی (قانون اثر جرم).



حل: با توجه به شکل ۱-۱۰، دو نقطه x_1 و x_2 را در نیمه‌هادی در نظر می‌گیریم. چگالی الکترون‌ها و حفره‌ها در هر نقطه را به ترتیب (p_1, n_1) و (p_2, n_2) می‌نامیم. حال داریم

$$E(x) = \frac{V_T}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}, \quad dV = -E(x) dx \Rightarrow dV = -V_T \frac{dp(x)}{p(x)}$$

بنابراین با انتگرال‌گیری از طرفین معادله فوق از نقطه x_1 و x_2 داریم

$$V(x_2) - V(x_1) = V_{21} = V_T \ln(p_1/p_2) \Rightarrow p_1 = p_2 \exp(V_{21}/V_T)$$

به همین ترتیب چنانچه از رابطه $E(x)$ بر حسب $n(x)$ نیز استفاده نماییم خواهیم داشت

$$n_1 = n_2 \exp(-V_{21}/V_T)$$

اگر طرفین دو رابطه اخیر را در هم ضرب نماییم حاصل عبارت است از

$$n_1 p_1 = n_2 p_2$$

برای هر زوج نقاط دلخواه می‌توان تساوی فوق را به دست آورد. به عبارت دیگر حاصل ضرب چگالی الکترون‌ها و حفره‌ها در هر نوع نیمه‌هادی از جمله نیمه‌هادی ذاتی مقداری ثابت است. در نتیجه

$$n_1 p_1 = n_2 p_2 = \dots = n_j p_j = n_i^2$$

به این ترتیب همواره رابطه زیر برقرار خواهد بود:

$$np = n_i^2$$

۱-۳ تمرین

۱. اگر در دمای 300°K به یک قطعه بلور ژرمانیم خالص، اتمهای ناخالصی نوع N با چگالی 10^{15}cm^{-3} اضافه شود، رسانایی آن چند برابر می‌گردد؟

پاسخ: $\sigma_N/\sigma_i = 13/57$, $\sigma_N = 0.304(\Omega\text{-cm})^{-1}$, $\sigma_i = 0.0224(\Omega\text{-cm})^{-1}$

۲. برای یک نمونه ژرمانیم در دمای 300°K ، چگالی اتمهای بخشنده و پذیرنده به ترتیب برابر 2×10^{14} و 3×10^{14} اتم در سانتیمتر مکعب است. چگالی الکترونهای آزاد و حفره‌ها را محاسبه کنید. این نمونه ژرمانیم نوع N است یا P؟ به عبارت دیگر هدایت الکتریکی عمدتاً ناشی از الکترونهاست یا حفره‌ها؟

پاسخ: $n = 5.9 \times 10^{12}\text{cm}^{-3}$, $p = 1.1 \times 10^{14}\text{cm}^{-3}$

پس نیمه‌هادی از نوع P و جریان اکثراً ناشی از حفره‌هاست.

۳. به یک قطعه بلور از جنس سیلیکن دو نوع ناخالصی بخشنده و پذیرنده به ترتیب با چگالی 10^{15}cm^{-3} و $0.5 \times 10^{15}\text{cm}^{-3}$ تزریق می‌گردد.

(الف) چگالی حامل اقلیت و اکثریت این نیمه‌هادی را تعیین کنید.

(ب) رسانایی نسبت به حالت خالص چند برابر شده است.

پاسخ: (الف) $p = 5.06 \times 10^{14}\text{cm}^{-3}$, $n = 4.45 \times 10^5\text{cm}^{-3}$ (ب) ۹۳۷۰

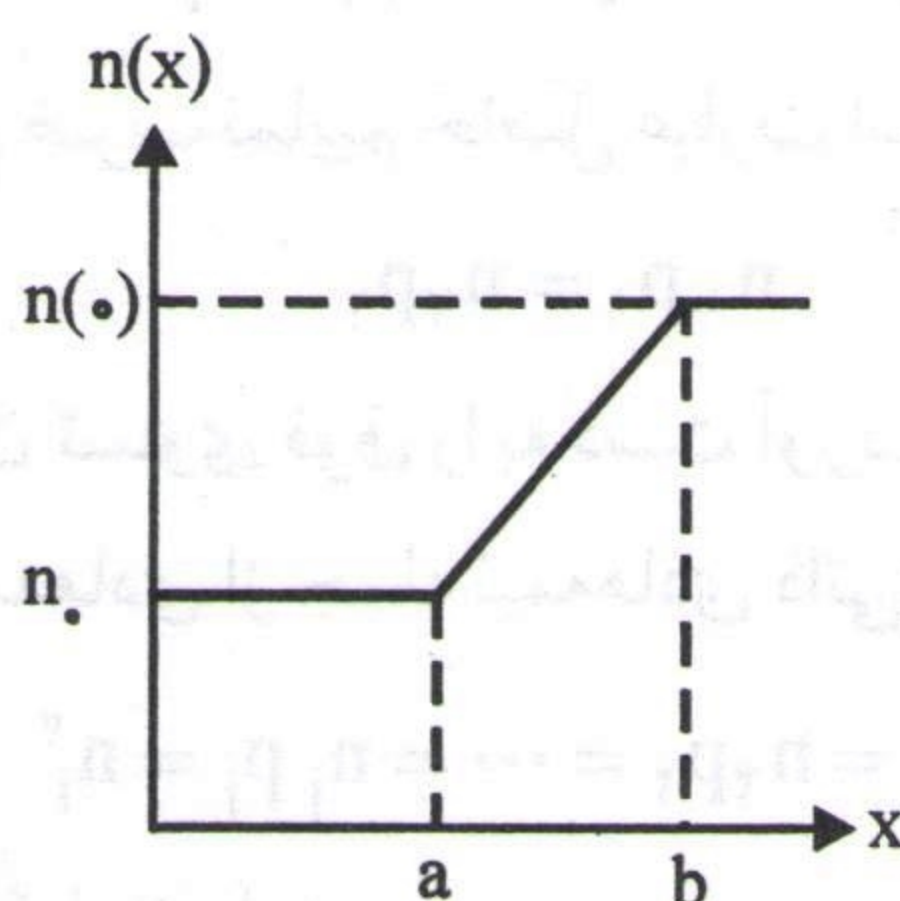
۴. چگالی حجمی حفره‌ها و الکترونهای آزاد را برای یک نمونه سیلیکن با $N_D = 1.874 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ و $N_A = 3.748 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$ به دست آورید و نسبت رسانایی را نسبت به حالت خالص محاسبه کنید.

پاسخ: $\sigma/\sigma_i = 347.22$, $p = 1.875 \times 10^{13}\text{cm}^{-3}$, $n = 1.2 \times 10^7\text{cm}^{-3}$

۵. توزیع چگالی الکترونهای آزاد در یک نمونه نیمه‌هادی در شکل ۱-۱۱ نمایش داده شده است. اگر

$\frac{n(0)}{n} = 1.15$ باشد، اختلاف پتانسیل داخلی بین دو نقطه a و b را در دمای 300°K به دست آورید.

پاسخ: ۱۸۰ mV



شکل ۱-۱۱